

Математическое образование в основной и средней школе: современные подходы и средства обучения

Ресурсы ГК «Просвещение»



Обеспечить включение в национальный проект «Молодежь и дети» мероприятий, направленных на **повышение качества преподавания математики, физики, химии и биологии** в общеобразовательных и профессиональных образовательных организациях*



*Перечень поручений Президента Российской Федерации по итогам заседания Совета по науке и образованию <http://www.kremlin.ru/>

Федеральные государственные стандарты

Федеральные рабочие программы основного общего и среднего общего образования по математике: базовый и углублённый уровни

Повышение качества математического и естественно-научного образования
(<http://government.ru/docs/53427/>)

Государственная итоговая аттестация (ОГЭ, ЕГЭ)

Учебники

Учебные пособия

Цифровые образовательные ресурсы



ФЕДЕРАЛЬНЫЕ РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
федеральное государственное
бюджетное научное учреждение

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА (базовый уровень)

(для 5–9 классов образовательных организаций)



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
федеральное государственное
бюджетное научное учреждение

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА (углублённый уровень)

(для 7–9 классов образовательных организаций)



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
федеральное государственное
бюджетное научное учреждение

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА (базовый уровень)

(для 10–11 классов образовательных организаций)



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
федеральное государственное
бюджетное научное учреждение

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА (углублённый уровень)

(для 10–11 классов образовательных организаций)

<https://edsoo.ru/rabochie-programmy/>

Повторим основное Федеральные рабочие программы

Класс	Предмет/учебный курс	Количество часов в неделю/в год
5 - 6	Математика	5/170
7 - 9	Алгебра. Базовый уровень	3/102
7 - 9	Геометрия. Базовый уровень	2/68
7 - 9	Вероятность и статистика. Базовый уровень	1/34
7 - 9	Алгебра. Углублённый уровень	4/136
7 - 9	Геометрия. Углублённый уровень	3/102
7 - 9	Вероятность и статистика. Углублённый уровень	1/34

Количество контрольных работ не должно превышать 10% учебного времени

Повторим основное Федеральные рабочие программы

Класс	Предмет/учебный курс	Количество часов в неделю/в год
10	Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень	2/68
11	Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень	3/102
10	Геометрия. Базовый уровень	2/68
11	Геометрия. Базовый уровень	1/34
10 - 11	Вероятность и статистика. Базовый уровень	1/34
10 - 11	Алгебра и начала математического анализа. Углублённый уровень	4/136
10 - 11	Геометрия. Углублённый уровень	3/102
10 - 11	Вероятность и статистика. Углублённый уровень	1/34

Количество контрольных работ не должно превышать 10% учебного времени

Информационно-методическое письмо об особенностях преподавания учебного предмета «Математика» в 2025/2026 учебном году



Уважаемые руководители!

ФГБНУ «Институт содержания и методов обучения имени В.С. Леднева» направляет для использования в работе инструктивно-методические письма о преподавании учебных предметов «Русский язык», «Литература», «Литературное чтение», «Иностранный язык», «Математика», «Информатика», «Физика», «Химия», «Биология», «Окружающий мир», «История», «Обществознание», «География» в 2025/2026 учебном году (далее – Рекомендации).

Рекомендации размещены на сайте «Единое содержание общего образования» в подразделе «Методические пособия и рекомендации» раздела «Методические материалы» по каждому учебному предмету (<https://edsoo.ru/metodicheskie-posobiya-i-rekomendaczii/>).

Просим довести данную информацию до общеобразовательных организаций региона.

Приложение: в электронном виде.

И.о. директора

М.А. Костенко

Министерство просвещения
Российской Федерации



Федеральное государственное бюджетное
научное учреждение
«Институт содержания и методов обучения имени
В.С. Леднева»

(ФГБНУ «ИСМО им. В.С. Леднева»)

ДИРЕКТОР

ул. Жуковского, д.16, Москва, 101000
Тел.: +7 (495) 621–33–74 E-mail: info@instrao.ru

12.08.2025 № 01-09/815

Для создания рабочей программы по математике, в том числе разработки поурочного планирования, учитель может воспользоваться Конструктором рабочих программ, представленном на сайте «Единое содержание общего образования»: <https://edsoo.ru/konstruktor-rabochih-programm/>. Обращаем внимание на то, что учитель математики вправе выполнять перестановки учебных тем в рамках года обучения, перераспределять между темами отводимое на их изучение учебное время, а также включать дополнительные темы, расширяющие или углубляющие содержания курса. При этом содержание обучения должно быть не ниже представленного в федеральной рабочей программе.

https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/08/matematika_.pdf

Ответы на наиболее распространенные вопросы в части преподавания учебного предмета «Математика»

Вопрос: Добрый день! Информационно-методическое письмо об особенностях преподавания учебного предмета «Математика» в 2024/2025 учебном году гласит: «Обращаем внимание на то, что учитель математики вправе выполнять перестановки учебных тем в рамках года обучения, перераспределять между темами отводимое на их изучение учебное время, а также включать дополнительные темы, расширяющие или углубляющие содержания курса. При этом содержание обучения должно быть не ниже представленного в федеральной рабочей программе». Можно ли переставлять при этом между собой сами разделы программы?

Ответ: Здравствуйте! Да, можно в пределах одного года обучения, но при этом содержание обучения должно быть не ниже представленного в федеральной рабочей программе, а также должны быть выполнены требования к предметным результатам.

https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/08/matematika_.pdf



Ответы на наиболее распространенные вопросы в части преподавания учебного предмета «Математика»

Вопрос: Я столкнулась с несоответствием между содержанием рекомендованного учебника математики для 5 класса (Математика / 5 класс. Авторы: Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С. и др., 2023 г.) и вашим конструктором рабочих программ.

Мои вопросы:

1. Под какую редакцию учебника разработан ваш конструктор?
2. Планируется ли обновление программы для соответствия актуальным версиям учебника?
3. Как можно исправить текущие расхождения?

https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/08/matematika_.pdf



Ответы на наиболее распространенные вопросы

в части преподавания учебного предмета «Математика»

Ответ: Шаблон рабочей программы в Конструкторе соотносится с федеральной рабочей программой по предмету, не имеет привязки к конкретному учебнику. Учитель вправе менять порядок изучения тем и перестраивать его под учебник. Важно помнить, что это должно быть в рамках ФРП. Содержание и образовательные результаты должны быть достигнуты полностью.

Издательствами – правообладателями учебников – размещаются в информационно-коммуникационной сети «Интернет» методические рекомендации по использованию учебников, включенных в ФПУ, при реализации федеральных основных общеобразовательных программ. Методические рекомендации АО «Издательство «Просвещение» по математике размещены на сайте <https://uchitel.club/fgos/fgos-matematika>.

https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/08/matematika_.pdf

Ответы на наиболее распространенные вопросы в части преподавания учебного предмета «Математика»

Вопрос: Добрый день, уважаемые коллеги! Подскажите, пожалуйста, имеем ли мы право реализовать с 5-го класса учебный предмет «Математика» на углубленном уровне? Если да, то имеем ли мы право добавить 1 час к учебному предмету «Математика» (будет 6 часов в неделю), внести изменения в Рабочую программу, добавив в содержание материал повышенной сложности, внося изменения в планируемые результаты освоения учебного предмета и показать это в сетке учебного плана как учебный предмет «Математика» (углубленный уровень)?

https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/08/matematika_.pdf

Ответы на наиболее распространенные вопросы

в части преподавания учебного предмета «Математика»

Ответ: Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, утвержденный приказом Минпросвещения России от 31.05.2021 № 287, устанавливает возможность разработки и реализации образовательной организацией программ основного общего образования, в том числе предусматривающих углубленное изучение отдельных учебных предметов. Кроме того, в целях обеспечения индивидуальных потребностей обучающихся часть учебного плана, формируемая участниками образовательных отношений из перечня, предлагаемого образовательной организацией, включает учебные предметы, учебные курсы (в том числе внеурочной деятельности), учебные модули по выбору обучающихся, родителей (законных представителей) несовершеннолетних обучающихся, в том числе предусматривающие углубленное изучение учебных предметов, с целью удовлетворения различных интересов обучающихся. Таким образом, образовательная организация может использовать часы из части, формируемой участниками образовательных отношений, для углубленного изучения, может вносить в рабочие программы дополнительное содержание и планируемые результаты, не убирая и не сокращая ничего из того, что зафиксировано ФГОС. При этом образовательная организация имеет право написать в учебном плане наименование учебного предмета «Математика (углубленный уровень)».

Напоминаем, что разработана федеральная рабочая программа по математике углубленного уровня для 7–9 классов и количество часов при ее реализации не должно быть меньше указанного в ФРП.

https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/08/matematika_.pdf

**Ответы на наиболее распространенные вопросы
в части преподавания учебного предмета «Математика»**

Вопрос: Как правильно разработать в конструкторе рабочую программу по математике для 5 класса (инженерного), 6 ч в неделю. ФРП углубленного уровня для 5–6 классов нет, оно начинается с 7 класса. Как правильно добавить этот дополнительный шестой час: составлять программу сразу на 6 ч в неделю, добавляя в конструкторе этот недостающий час (там ведь только на 5 ч), или составлять в конструкторе на 5 ч, а на шестой час писать отдельную программу курса без конструктора (на 34 ч в год)?

Ответ: Возможны оба варианта.

https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/08/matematika_.pdf

**Ответы на наиболее распространенные вопросы
в части преподавания учебного предмета «Математика»**

Вопрос: Ситуация такая: сельская школа, универсальный профиль, 10 класс, ученик выбрал на углубленный уровень физику и алгебру. Обязаны ли мы углублять еще и геометрию, предмет же, по сути, один – математика?

Ответ: Ученик выбирает для углубленного изучения предмет, а не отдельные курсы, входящие в него. Если он выбрал предмет «Математика» на углубленном уровне, то все три курса должен изучать на углубленном уровне, на что должно отводиться не менее 8 ч в неделю. Выбирать для углубления отдельные курсы ученик не может.

https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/08/matematika_.pdf

Ответы на наиболее распространенные вопросы

в части преподавания учебного предмета «Математика»

Вопрос: В соответствии с учебным планом МБОУ СОШ на проведение уроков алгебры (углубленный уровень) в 10 классе выделено 102 часа, но в конструкторе должно быть не менее 136 часов. Как поступить в данной ситуации?

Ответ: Программа курса математики углубленного уровня, соответствующая федеральной, не может быть реализована за меньшее количество часов, поэтому в данном случае или речь должна идти о программе базового уровня, или надо увеличивать число часов. Если образовательная организация выбирает федеральную рабочую программу углубленного уровня изучения математики, она должна выделять часы в соответствии с учебным планом ФОП для углубленного уровня.

https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/08/matematika_.pdf

Учебники из ФПУ

Основное общее образование. Базовый уровень



Класс	Предмет/ учебный курс	Наименование учебника	Номер в ФПУ
5	Математика	Математика: 5-й класс: базовый уровень: учебник: в 2 частях. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С. и другие	1.1.2.4.1.1.1
6	Математика	Математика: 6-й класс: базовый уровень: учебник: в 2 частях. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С. и другие	1.1.2.4.1.1.2
7	Алгебра	Математика. Алгебра: 7-й класс: базовый уровень: учебник. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и другие: под ред. Теляковского С.А.	1.1.2.4.1.1.3
8	Алгебра	Математика. Алгебра: 8-й класс: базовый уровень: учебник. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и другие: под ред. Теляковского С.А.	1.1.2.4.1.1.4
9	Алгебра	Математика. Алгебра: 8-й класс: базовый уровень: учебник. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и другие: под ред. Теляковского С.А.	1.1.2.4.1.1.5
7 - 9	Геометрия	Математика. Геометрия: 7-9 классы: базовый уровень: учебник Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и другие	1.1.2.4.1.2.1
7 - 9	Вероятность и статистика	Математика. Вероятность и статистика: 7-9-е классы: базовый уровень: учебник: в 2 частях. Высоцкий И.Р., Яценко И.В.; под ред. Яценко И.В.	1.1.2.4.1.3.1



Виленкин

<https://go.prosv.ru/qHG7tR>

Макарычев

<https://go.prosv.ru/RG7gMA>



Атанасян

<https://go.prosv.ru/AWWqDs>

Высоцкий

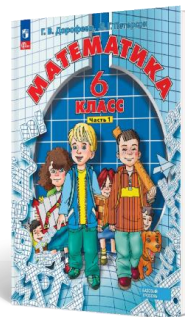
<https://go.prosv.ru/x9WxiF>



Учебники из ФПУ

Основное общее образование. Углублённый уровень

Класс	Предмет/ учебный курс	Наименование учебника	Номер в ФПУ
5	Математика	Математика: 5-й класс: углублённый уровень: учебник: в 2 частях. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г.	2.1.2.4.1.1.1.
6	Математика	Математика: 6-й класс: углублённый уровень: учебник: в 3 частях. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г.	2.1.2.4.1.1.2.
7	Вероятность и статистика	Математика. Вероятность и статистика: 7-й класс: углублённый уровень: учебник. Е.А. Бунимович, В.А. Булычев	2.1.2.4.1.5.1.
8	Вероятность и статистика	Математика. Вероятность и статистика: 8-й класс: углублённый уровень: учебник. Е.А. Бунимович, В.А. Булычев	2.1.2.4.1.5.2.
9	Вероятность и статистика	Математика. Вероятность и статистика: 9-й класс: углублённый уровень: учебник. Е.А. Бунимович, В.А. Булычев	2.1.2.4.1.5.3.



<https://go.prosv.ru/TpfNYa>

<https://go.prosv.ru/EhaEdy>

Класс	Предмет/ учебный курс	Наименование учебника	Номер в ФПУ
10-11	Алгебра и начала математического анализа	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Алимов Ш.А. и др.	1.1.3.4.1.1.1.
10-11	Геометрия	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. Атанасян Л.С. и др.	1.1.3.4.1.2.1.
10	Алгебра и начала математического анализа	Математика. Алгебра и начала математического анализа; углублённое изучение. Мерзляк А.Г. и др.	1.1.3.4.1.3.1.
11	Алгебра и начала математического анализа	Математика. Алгебра и начала математического анализа; углублённое изучение. Мерзляк А.Г. и др.	1.1.3.4.1.3.2.
10	Геометрия	Математика. Геометрия. Мерзляк А.Г. и др.	1.1.3.4.1.4.1.
11	Геометрия	Математика. Геометрия. Мерзляк А.Г. и др.	1.1.3.4.1.4.2.



Алимов

<https://go.prosv.ru/nKGLqk>

Атанасян

<https://go.prosv.ru/idsJty>



Мерзляк

<https://go.prosv.ru/eopFPW>

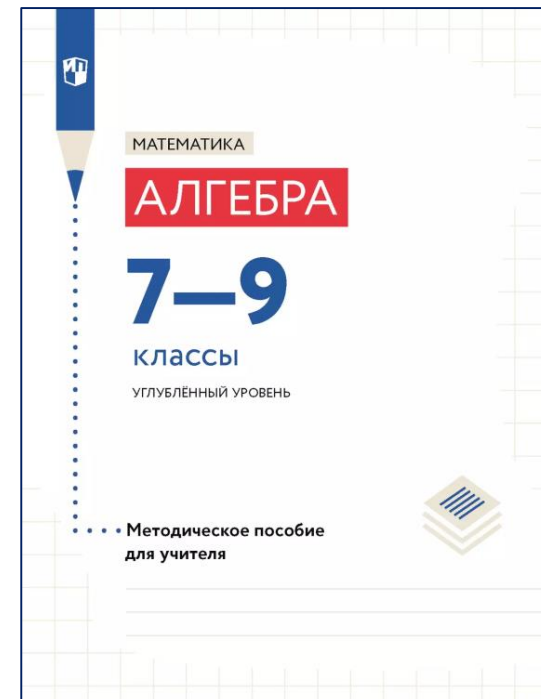
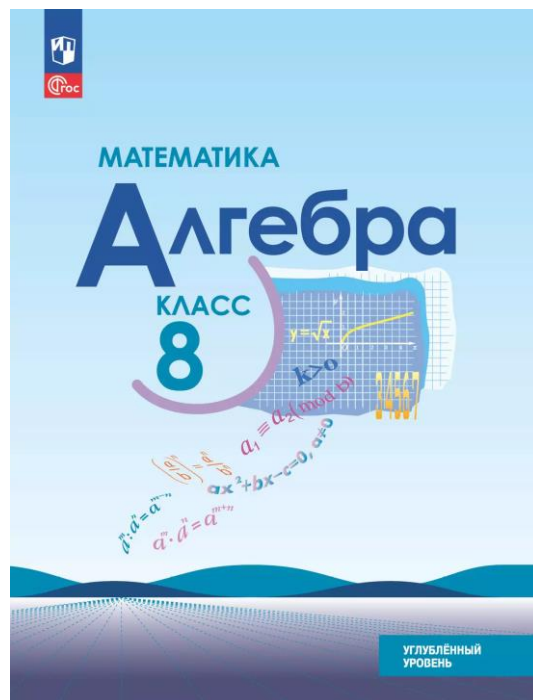
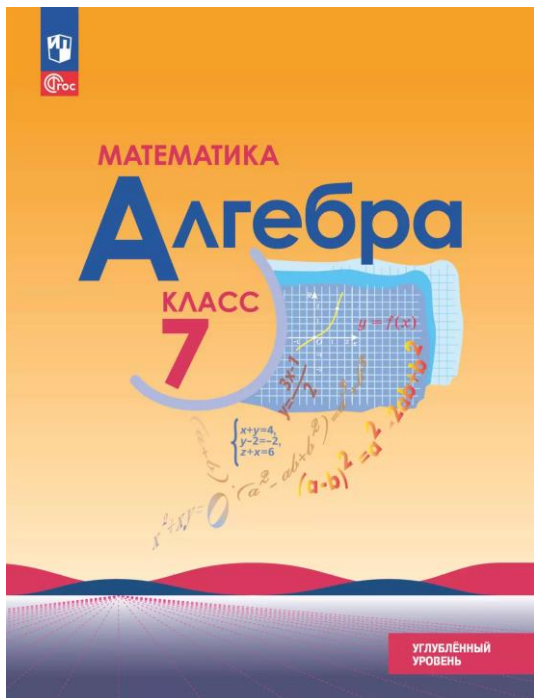


Мерзляк
Геометрия

<https://go.prosv.ru/XfkKry>



АЛГЕБРА 7 - 9. УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ

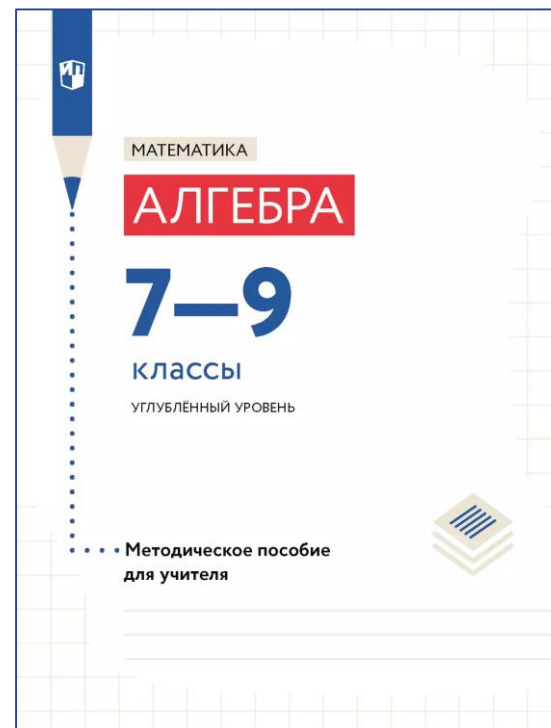


Учебное пособие
Алгебра 7 – 9
Макарычев Ю. Н.,
Миндюк Н. Г.,
Нешков К. И. и др.

<https://go.prosv.ru/Y3LpTR>



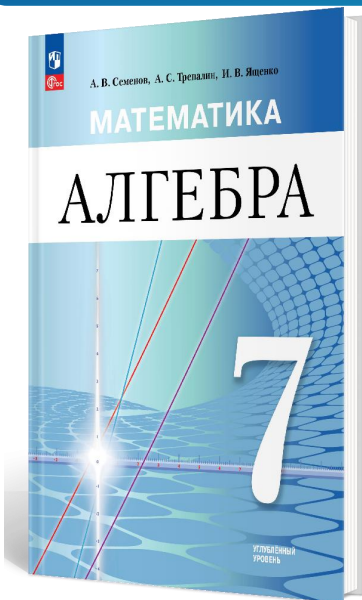
АЛГЕБРА 7 - 9. УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ



**Учебное пособие
Алгебра 7 – 9
Семенов А. В.,
Трепалин А. С.,
Яценко И. В.,
под редакцией Яценко И. В.**

<https://go.prosv.ru/C7JC3f>





Алгебра 7 – 9
Семенов А. В., Трепалин А. С.,
Яценко И. В.,
под редакцией Яценко И. В.

<https://go.prosv.ru/C7JC3f>



Введение

Глава 1. Функции

- §1. Числовая прямая
- §2. Система координат
- §3. Симметрия на координатной плоскости*
- §4. Координаты середины отрезка*
- §5. Игры с координатами*
- §6. Графики зависимостей
- §7. Понятие функции

Глава 2. Текстовые задачи и линейные уравнения

- §8. Числовые выражения
- §9. Буквенные выражения
- §10. Линейные уравнения
- §11. Линейные уравнения с параметрами*
- §12. Уравнения с модулями*
- §13. Решение текстовых задач с помощью уравнений

Глава 3. Одночлены

- §14. Степень с натуральным показателем
- §15. Свойства степеней с натуральными показателями
- §16. Понятие одночлена
- §17. Действия с одночленами
- §18. Стандартный вид числа*

Глава 4. Многочлены

- §19. Понятие многочлена
- §20. Действия с многочленами
- §21. Разложение многочленов на множители
- §22. Тождественные преобразования и доказательства тождеств*
- §23. Деление многочленов с остатком*

Глава 5. Формулы сокращённого умножения

- §24. Формулы квадрата суммы и квадрата разности
- §25. Формулы куба суммы и куба разности
- §26. Разность квадратов

- §27. Сумма кубов и разность кубов
- §28. Сумма и разность n -х степеней*
- §29. Применение формул сокращённого умножения

Глава 6. Делимость и остатки

- §30. Делимость
- §31. Чётность и нечётность
- §32. Деление с остатком

Глава 7. Линейные функции

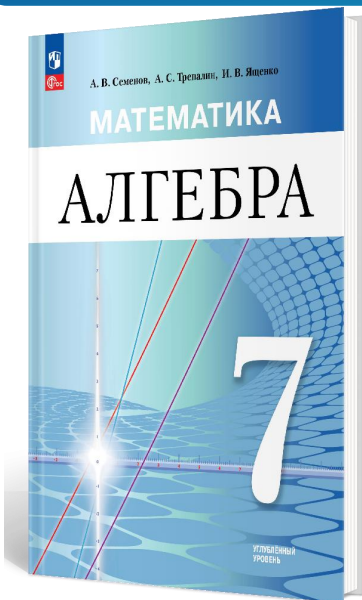
- §33. Прямая пропорциональность
- §34. Линейная функция
- §35. Линейная функция, график которой проходит через две заданные точки
- §36. Линейные функции с параметрами*
- §37. Линейное уравнение с двумя переменными
- §38. Функция $y = |x|$ и её график*
- §39. Кусочно-линейные функции*

Глава 8. Системы линейных уравнений

- §40. Понятие системы линейных уравнений
- §41. Решение систем линейных уравнений
- §42. Системы линейных уравнений с параметрами*
- §43. Решение задач с помощью систем линейных уравнений
- §44. Графическая интерпретация систем линейных уравнений с двумя переменными
- §45. Системы трёх линейных уравнений с двумя переменными*

Задания для повторения

Предметный указатель



Алгебра 7 – 9
Семенов А. В., Трепалин А. С.,
Ященко И. В.,
под редакцией Ященко И. В.

<https://go.prosv.ru/C7JC3f>



В учебном пособии используются следующие обозначения:

в названии параграфа

- * – изучение материала параграфа рекомендовано для работы в классе (при наличии времени) или для самостоятельного изучения.

в тексте параграфа

-  – материал, который нужно запомнить (определяемое слово выделяется курсивом);
-  – материал, который важно знать;
-  – дополнительный материал;
-  – окончание доказательства.

в упражнениях

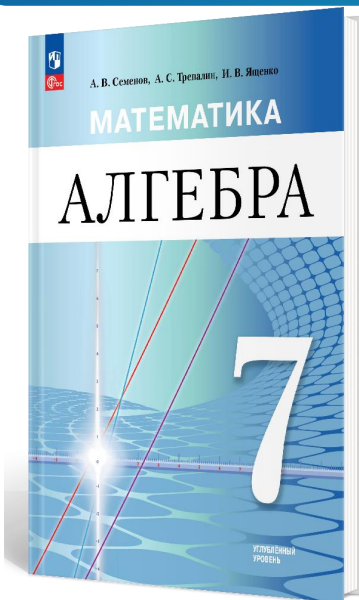
- 100.** – задания базового уровня для письменной работы в классе;
- 106.** – задания базового уровня для устной работы в классе;
- 130.** – задания базового уровня для письменной групповой работы в классе;
- 131.** – задания базового уровня для письменной работы дома;
- ☆ **150.** – задания повышенного уровня для письменной работы в классе или дома;
- ☆☆ **352.** – задания высокого уровня для работы в классе или дома.

в конце главы

Контрольные вопросы и задания – вопросы и задания для проверки знаний и умений;

Проверь себя! – задания для проверки знаний и умений.

Для увлечённых изучением математики рекомендуем разделы:
Темы исследовательских работ и Задания повышенного уровня.



110. Анатолий Семёнович отправился на рыбалку. Сначала он плыл на лодке вниз по реке, затем встал на якорь и некоторое время рыбачил, а после вернулся домой, в точку отправления. На рисунке 90 показана зависимость расстояния s (в километрах) между лодкой и домом от времени t (в часах). Когда средняя скорость лодки была больше: при движении к месту рыбалки или при движении к дому? На сколько километров в час?

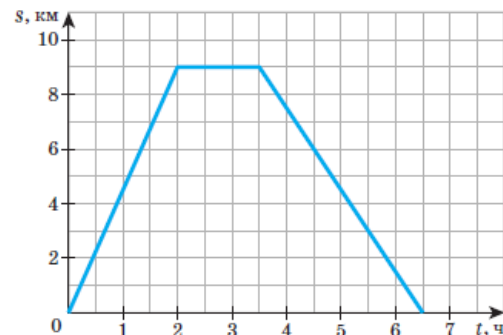


Рис. 90

- ☆ 337. Сейчас Николай в три раза старше, чем его сестра в тот момент, когда она была вдвое младше него. Сколько сейчас лет сестре Николая, если через 40 лет ему и сестре в сумме будет 115 лет?

- ☆ 338. Найдите значение выражения

$$\frac{\left[\left(1,255 + \frac{13}{42} \cdot \frac{21}{26} + 2,745 \right) : 10 \frac{5}{8} + 5,3 : 2,65 : 5 \right] \cdot 0,6}{7,36 \cdot \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot 3,4 + \frac{1}{25} \cdot 0,6}.$$

- ☆ 339. Фигура на рисунке 128 составлена из квадратов. Найдите сторону левого нижнего квадрата, если сторона квадратиков в центре равна 1.

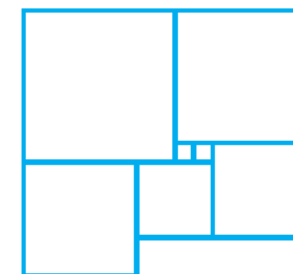


Рис. 128

Алгебра 7 – 9
Семенов А. В., Трепалин А. С.,
Яценко И. В.,
под редакцией Яценко И. В.

<https://go.prosv.ru/C7JC3f>



380. Представьте выражение $(x^3)^{11}$ в виде степени с основанием x .

381. Представьте число 25^{13} в виде степени с основанием 5.

382. Представьте число 6^{24} в виде степени с основанием 6².

383. Представьте выражение $((3^{12})^2 \cdot 27)^2$ в виде степени числа 3.

384. Вычислите: $\frac{(5^5)^3}{25^7}$.

385. Выберите, какому из следующих выражений равно $(8^{27})^4$:
1) $(8^6)^{18}$; 2) $(8^{15})^6$; 3) $(8^{17})^8$; 4) $(8^8)^{14}$.

386. Представьте выражение $a^7 \cdot (a^2)^{11}$ в виде степени с основанием a .

387. Представьте 9^8 в виде степени с основанием 3.

388. Представьте число 5^{72} в виде степени с основанием 5⁹.

389. Найдите значение выражения $\frac{7^2 \cdot (7^2)^7}{7^{14}}$.

Разность квадратов с точки зрения геометрии

У формулы разности квадратов есть наглядное геометрическое представление: если из квадрата с длиной стороны a и площадью a^2 вырезать квадрат с длиной стороны b и площадью b^2 , то оставшаяся часть будет иметь площадь, равную $(a+b)(a-b)$. Это можно доказать, разрезав оставшийся «уголок» на две части (рис. 132), из которых можно сложить прямоугольник со сторонами $a+b$ и $a-b$.

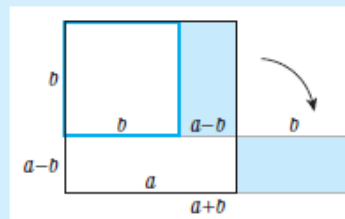
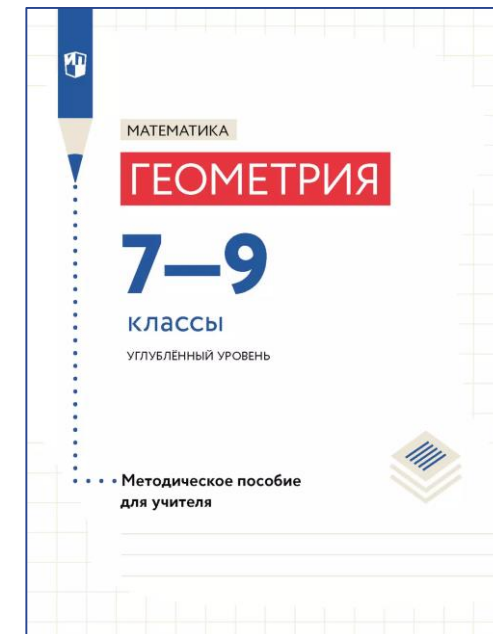


Рис. 132

Темы исследовательских работ

1. Леонард Эйлер и его вклад в развитие теории функций.
2. Научные интересы и гениальные открытия Н. И. Лобачевского.
3. Физические процессы с линейной зависимостью величин.

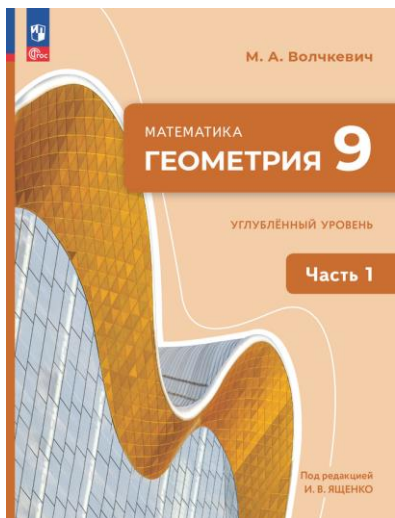
ГЕОМЕТРИЯ 7 - 9. УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ



Учебное пособие
Геометрия 7 – 9
М.А. Волчкевич
под редакцией Ященко И. В.

<https://go.prosv.ru/iggLir>





Учебное пособие
Геометрия 7 – 9
М.А. Волчkevич
под редакцией Яценко
И. В.

<https://go.prosv.ru/iggLir>



Рубрикатор



УПРАЖНЕНИЯ

Упражнения практического характера для освоения нового материала.

1. Упражнения для работы в парах.
2. Упражнения для работы в группах.
- 3.★ Упражнения повышенной сложности.
4. Упражнения для работы дома.



ВОПРОСЫ

Вопросы на повторение материала параграфа.



ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Подробный разбор задач всех типов с решениями.



ЗАДАЧИ

Задачи для самостоятельного решения трёх уровней сложности:

- ☆☆☆ простые;
- ★★☆ типовые;
- ★★★ повышенной сложности.

1. Ключевые задачи параграфа.
2. Задачи для домашнего решения.

Знаки в тексте



Дополнения к тексту, доказательству или решению задачи.



Упражнения для самостоятельного доказательства утверждения.



Анализ. Поиск решения задачи на построение.



Построение. Описание шагов построения искомой фигуры с помощью циркуля и линейки.



Доказательство. Обоснование полученного результата в процессе построения.



Исследование. Оценка числа решений задачи на построение фигуры в зависимости от данных в её условии.



Значок, указывающий на наличие рисунка к задаче.

- Значки, указывающие на примерные номера уроков прохождения материала внутри каждого параграфа.



ДЛЯ ТЕХ, КТО ХОЧЕТ ЗНАТЬ БОЛЬШЕ

Материал, важный для понимания теории и связей между научными дисциплинами, подготовки к успешному участию в олимпиадах. Не входит в итоговую аттестацию.

с.185

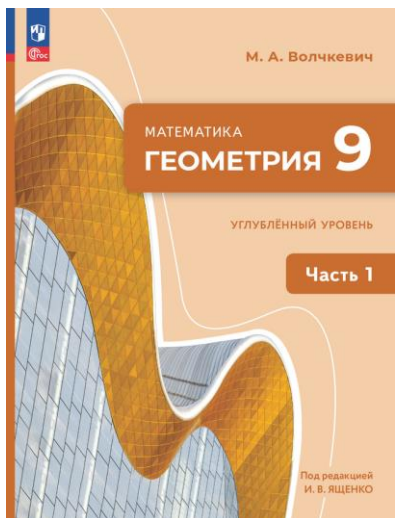
Ссылка на страницу в приложении, содержащую доказательство.



Интересные заметки на полях.



Интересные вопросы на полях.



Учебное пособие
Геометрия 7 – 9
М.А. Волчkevич
под редакцией Яценко
И. В.

<https://go.prosv.ru/iggLir>



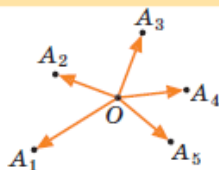
Центр масс многоугольника

С векторами связано важное понятие физики — *центр масс системы материальных точек*. Таким центром называют точку, в которой условно сосредоточена масса всей системы, — она характеризует движение нескольких масс как одного целого. Другими словами, под воздействием внешних сил вся система масс будет двигаться, как эта точка*.

В общем случае центром масс $m_1, m_2, \dots, m_n$, расположенных в точках $A_1, A_2, \dots, A_n$, называют точку O , для которой $m_1 \cdot \overrightarrow{OA_1} + m_2 \cdot \overrightarrow{OA_2} + \dots + m_n \cdot \overrightarrow{OA_n} = \vec{0}$. Для любой системы масс точка O существует и единственна.

Мы рассмотрим понятие центра масс в частном случае, когда все массы системы одинаковы и находятся в одной плоскости. То есть научимся находить центр масс для данных точек $A_1, A_2, \dots, A_n$ на плоскости. Причём сделать это нам поможет метод группировки векторов. Давайте сформулируем определение для центра равных масс.

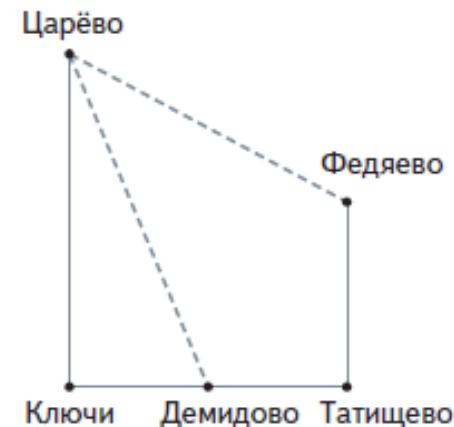
...



Центром равных масс, расположенных в точках $A_1, A_2, \dots, A_n$, называется такая точка O , что

$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n} = \vec{0}.$$

☆☆☆ Летом Юля живёт в деревне Царёво. Из неё до станции Татищево можно проехать по шоссе до деревни Ключи, где надо повернуть налево и дальше ехать до станции через посёлок Демидово. Также из Царёво до Демидово можно проехать по прямой лесной дороге, а можно проехать мимо озера до деревни Федяево, повернуть направо под тупым углом и ехать до Татищево по шоссе. От Царёво до Ключей 72 км, от Ключей до Татищево — 60 км, от Татищево до Демидово — 30 км, от Татищево до Федяево — 40 км. Найдите расстояние по лесной дороге от Царёво до: а) Демидово; б) Федяево. (►► рис.)





Учебное пособие
Геометрия 7 – 9
М.А. Волчкевич
под редакцией Ященко
И. В.

<https://go.prosv.ru/iggLir>





Учебное пособие
Геометрия 7 – 9
М.А. Волчkevич
под редакцией Яценко
И. В.



ПРИМЕР 3. ★☆☆ Лебедь, Рак и Щука тянут воз в разные стороны. Щука в 2,4 раза сильнее Рака, а Лебедь сильнее Рака в 2,6 раза. Под каким углом друг к другу тянут воз Рак и Щука, если он и ныне там?

<https://go.prosv.ru/iggLir>





Учебное пособие
Геометрия 7 – 9
М.А. Волчkevич
под редакцией Яценко
И. В.



ПРИМЕР 3. ★☆☆ Лебедь, Рак и Щука тянут воз в разные стороны. Щука в 2,4 раза сильнее Рака, а Лебедь сильнее Рака в 2,6 раза. Под каким углом друг к другу тянут воз Рак и Щука, если он и ныне там?

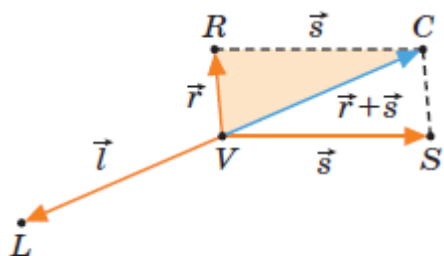


Рис. 40

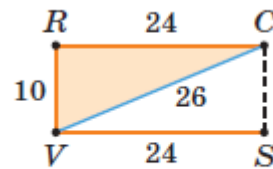


Рис. 41

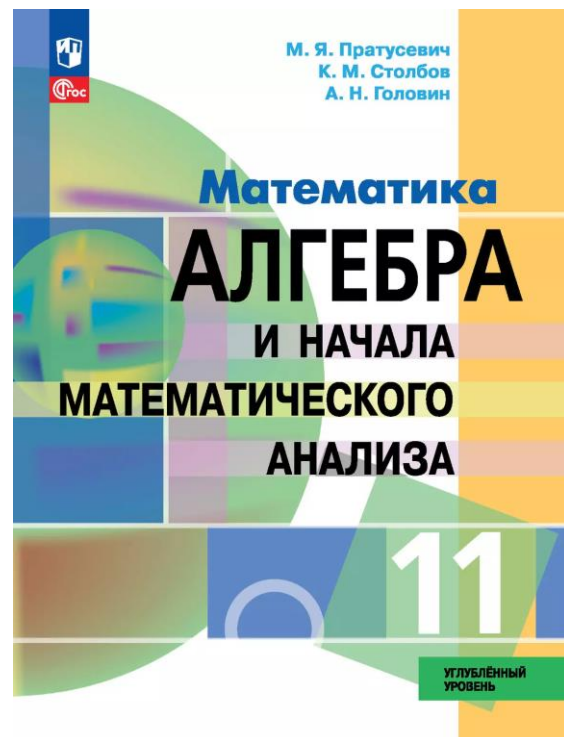
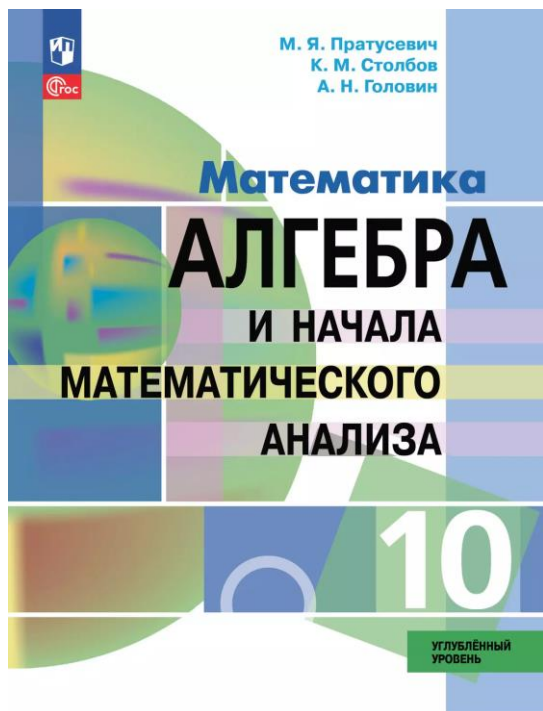
РЕШЕНИЕ

1. Обозначим воз точкой V , а силы, с которыми его тянут Лебедь, Рак и Щука, представим векторами $\vec{l}$, $\vec{r}$ и $\vec{s}$ (рис. 39). Сказано, что *воз и ныне там*, поэтому сумма приложенных к нему сил равна нулю по законам физики. Сложим векторы $\vec{r}$ и $\vec{s}$ по правилу параллелограмма $VRCS$: $\vec{r} + \vec{s} = \vec{VC}$ (рис. 40). Тогда равенство нулю суммы сил, приложенных к точке V , можно записать так: $\vec{VC} + \vec{l} = \vec{0}$. Откуда $\vec{VC} = -\vec{l}$. Значит, модули векторов $\vec{VC}$ и $\vec{l}$ равны.
2. По условию Щука в 2,4 раза сильнее Рака, а Лебедь сильнее его в 2,6 раза. Примем модуль вектора $\vec{r}$ силы Рака за 10 единиц. Тогда модули векторов $\vec{s}$ и $\vec{l}$ сил Щуки и Лебеда будут равны 24 и 26 единицам.
3. Длины сторон треугольника VRC — это модули векторов $\vec{l}$, $\vec{r}$ и $\vec{s}$, поэтому они равны 10, 24 и 26 единицам (рис. 41). Так как $10^2 + 24^2 = 26^2$, то $\triangle VRC$ прямоугольный по обратной теореме Пифагора. Значит, угол VRC равен 90° . Тогда параллелограмм $VRCS$ — это прямоугольник, и векторы сил Щуки и Рака перпендикулярны друг другу.

Ответ: 90° .



<https://go.prosv.ru/iggLir>



- Классическая углублённая математика
- Три уровня задачного материала
- Новые типы и классы задач по всем разделам курса в соответствии с ФРП

Математика. Алгебра и начала
математического анализа.
10-11 класс. Углублённый уровень.
Пратусевич М.Я., Столбов К.М.,
Головин А.Н.

<https://go.prosv.ru/TxHsc6>



УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ. АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА



Глава I. Введение
§ 1. Высказывания и предикаты
§ 2. Множества и операции над ними
§ 3. Кванторы. Структура теорем
§ 4. Метод математической индукции
§ 5. Элементы комбинаторики. Бином Ньютона
§ 6. Особенности множества вещественных чисел
§ 7. Мощность множеств
§ 8. Уравнения с одной переменной. Равносильность и следование ..
§ 9. Неравенства с одной переменной
§ 10. Уравнения и неравенства с модулем
§ 11. Задачи, связанные с расположением корней квадратного трёхчлена
§ 12. Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными ...
§ 13. Системы линейных уравнений с числом неизвестных, большим 2
§ 14. Проценты
<i>Задачи и упражнения</i>

Глава II. Многочлены
§ 15. Понятие многочлена
§ 16. Многочлены от одной переменной. Метод неопределённых коэффициентов
§ 17. Деление многочленов с остатком
§ 18. Теорема Безу и её следствия. Совпадение формального и функционального равенства многочленов
§ 19. Многочлены с целыми коэффициентами
§ 20. Теорема Виета и симметрические многочлены
<i>Задачи и упражнения</i>

Глава III. Функция. Основные понятия
§ 21. Понятие функции
§ 22. Способы задания функции. График функции. Некоторые элементарные функции
§ 23. Некоторые свойства функций
§ 24. Композиция функций. Обратная функция
§ 25. Элементарные преобразования графиков функций
§ 26. Поведение функции вблизи точек разрыва и в бесконечности. Понятие об асимптотах
§ 27. Графическое решение уравнений и неравенств. Количество корней уравнения $f(x) = a$
<i>Задачи и упражнения</i>

Глава IV. Корень, степень, логарифм
§ 28. Корень натуральной степени
§ 29. Обобщение понятия степени
§ 30. Логарифм
<i>Задачи и упражнения</i>

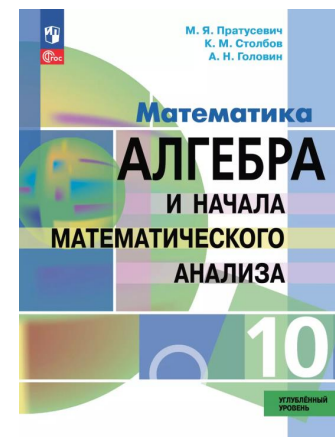
Глава V. Тригонометрия
§ 31. Обобщённый угол. Измерение углов в радианах и градусах. Единичная (тригонометрическая) окружность
§ 32. Синус, косинус, арксинус, арккосинус
§ 33. Тангенс, котангенс, арктангенс, арккотангенс
§ 34. Тригонометрические формулы. Метод вспомогательного аргумента
§ 35. Тригонометрические функции и их свойства
§ 36. Обратные тригонометрические функции
§ 37. Тригонометрические уравнения
<i>Задачи и упражнения</i>

Глава VI. Предел последовательности
§ 38. Понятие последовательности. Свойства последовательностей
§ 39. Последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии
§ 40. Определение предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей
§ 41. Действия над сходящимися последовательностями. Вычисление пределов
§ 42. Предел монотонной последовательности. Число e . Комбинированные методы нахождения пределов
§ 43. Подпоследовательности. Теорема Больцано—Вейерштрасса .
<i>Задачи и упражнения</i>

Глава VII. Предел и непрерывность функции
§ 44. Понятие предела функции
§ 45. Некоторые свойства пределов функции
§ 46. Вычисление предела функции в точке
§ 47. Классификация бесконечно малых функций
§ 48. Непрерывность функций в точке
§ 49. Непрерывность функций на промежутке
§ 50. Асимптоты графика функции
<i>Задачи и упражнения</i>

Глава VIII. Производная
§ 51. Определение производной
§ 52. Производные некоторых элементарных функций .
§ 53. Задача о касательной. Уравнение касательной ...
§ 54. Приближение функции линейной функцией. Дифференциал
§ 55. Производная произведения, частного, композиции функций
§ 56. Первая и вторая производные. Производные высших порядков
<i>Задачи и упражнения</i>

Проверь себя
Ответы
Предметный указатель



**Математика. Алгебра и начала
математического анализа.
10-11 класс. Углублённый
уровень. Пратусевич М.Я.,
Столбов К.М., Головин А.Н.**

УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ. АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Глава IX. Применение производной

- § 57. Первообразная
- § 58. Неопределённый интеграл
- § 59. Французские теоремы
- § 60. Исследование функции с помощью производной
- § 61. Выпуклые функции
- § 62. Построение эскизов графиков с помощью производной.
Решение задач с помощью производной

Задачи и упражнения

Глава X. Определённый интеграл и знакомство с дифференциальными уравнениями

- § 63. Площадь криволинейной трапеции
- § 64. Определённый интеграл
- § 65. Свойства определённого интеграла
- § 66. Применение определённого интеграла
- § 67. Дифференциальные уравнения

Задачи и упражнения

Глава XI. Комплексные числа

- § 68. Определение комплексных чисел.
Алгебраическая форма записи и арифметические действия
над комплексными числами
- § 69. Комплексные числа и многочлены. Основная теорема алгебры
- § 70. Геометрическое представление и тригонометрическая форма
записи комплексных чисел
- § 71. Корень n -й степени из комплексного числа
- § 72. Применения комплексных чисел

Задачи и упражнения

Глава XII. Целые числа

- § 73. Деление с остатком целых чисел
- § 74. Сравнения. Перебор остатков
- § 75. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное
двух целых чисел
- § 76. Взаимно простые числа
- § 77. Простые числа. Основная теорема арифметики

Задачи и упражнения

Глава XIII. Уравнения и неравенства

- § 78. Некоторые способы решения уравнений
- § 79. Целые рациональные и дробно-рациональные уравнения
- § 80. Системы алгебраических уравнений и неравенств

382 Глава XIV. Повторение

- § 81. Уравнения и неравенства с параметром.
Аналитическое исследование
- § 82. Множества на плоскости, задаваемые уравнениями
и неравенствами
- § 83. Графический метод решения уравнений и неравенств
с параметрами в плоскости $(x; a)$
- § 84. Графический метод решения уравнений и неравенств
с параметрами в плоскости $(x; y)$
- § 85. Использование свойств функций при решении
уравнений с параметрами
- § 86. Иррациональные уравнения и системы
- § 87. Иррациональные неравенства
- § 88. Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами
- § 89. Показательные уравнения и неравенства
- § 90. Логарифмические уравнения и неравенства
- § 91. Тригонометрические уравнения и неравенства

Задачи и упражнения

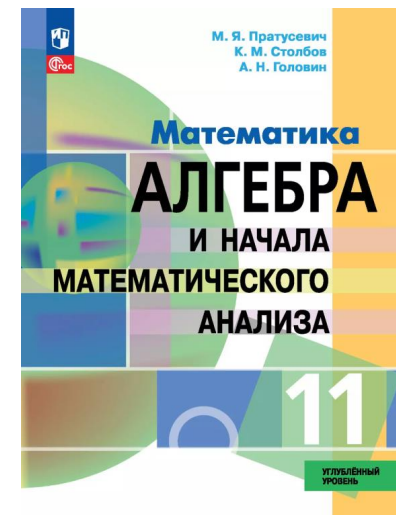
Глава XIV. Повторение

Задачи и упражнения

Предметный указатель



<https://go.prosv.ru/TxHsc6>

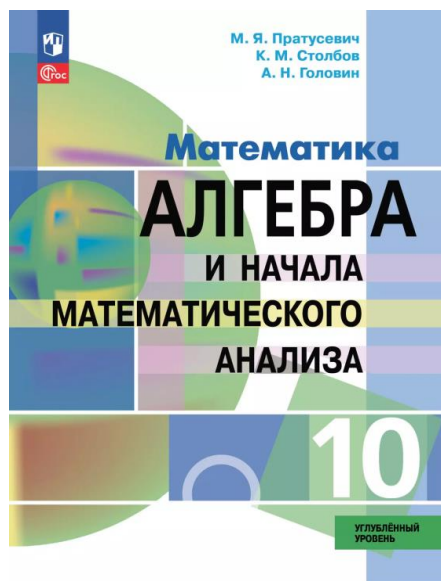


Математика. Алгебра и начала
математического анализа.
10-11 класс. Углублённый
уровень. Пратусевич М.Я.,
Столбов К.М., Головин А.Н.

§ 12. Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными

Пример 100. Пусть $\alpha = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$; $\beta = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$. Найдём $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{vmatrix}$.

По определению, $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{vmatrix} = \alpha\beta^2 - \beta\alpha^2 = \alpha\beta(\beta - \alpha)$. Учитывая, что $\alpha\beta = -1$, $\alpha - \beta = -\sqrt{5}$, получаем $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{vmatrix} = \sqrt{5}$. Заметим, что α и β — суть корни квадратного уравнения $t^2 - t - 1 = 0$.



Пусть даны векторы $\vec{a}(x_1; y_1)$ и $\vec{b}(x_2; y_2)$, причём их координаты даны в ортонормированной системе (т. е. угол между базисными векторами прямой, а длины базисных векторов равны 1). Рассмотрим вектор $\vec{b}_\perp(y_2; -x_2)$. Очевидно, что $|\vec{b}_\perp| = |\vec{b}|$ и $\vec{b}_\perp \perp \vec{b}$, поскольку $\vec{b}_\perp \cdot \vec{b} = 0$.

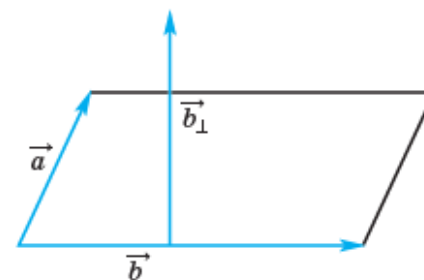


Рис. 1.34

Рассмотрим параллелограмм, построенный на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 1.34).

Заметим, что высота данного параллелограмма, опущенная на сторону b , — это модуль проекции вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}_\perp$. Как известно, проекция одного вектора на другой — это скалярное произведение, делённое на модуль вектора, на который проектируют. В нашем случае высота параллелограмма оказывается равной

$\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}_\perp|}{|\vec{b}_\perp|}$, т. е. $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}_\perp|}{|\vec{b}_\perp|}$. Тогда площадь

параллелограмма равна произведению стороны на высоту к ней, т. е.

$$S = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}_\perp|}{|\vec{b}_\perp|} \cdot |\vec{b}| = |\vec{a} \cdot \vec{b}_\perp| \quad (\text{при сокращении дроби использовано } |\vec{b}_\perp| = |\vec{b}|).$$

$$\text{Но } \vec{a} \cdot \vec{b}_\perp = x_1 \cdot y_2 + y_1 \cdot (-x_2) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}. \text{ Таким образом, установ-$$

лен *геометрический смысл определителя второго порядка*: модуль определителя второго порядка равен площади параллелограмма, построенного на векторах, чьи координаты расположены в строках определителя, если эти координаты записаны в ортонормированной системе координат.

§ 67. Дифференциальные уравнения

1. Понятие о дифференциальных уравнениях. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям

В разных задачах физики и математики встречаются уравнения, в которых в роли искомого неизвестного присутствуют функции. Уравнения, в которые наряду с неизвестной функцией и её аргументом входят производные искомой функции, называются *дифференциальными уравнениями*.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Уравнение вида $F(x), f(x), f'(x), \dots, f^{(n)}(x) = 0$ называется дифференциальным уравнением порядка n .

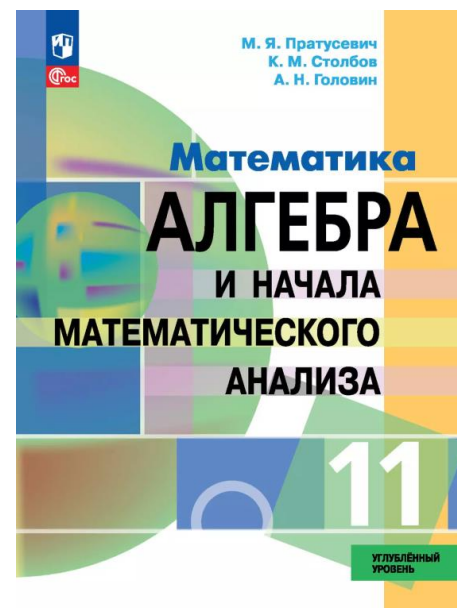
Когда мы в предыдущих параграфах находили первообразные данной функции f , мы фактически решали простейшие дифференциальные уравнения $y' = f$, искомой неизвестной функцией в которых является y .

Пример 30. Уравнение вида $y'' + \omega^2 y = 0$, где искомой неизвестной функцией является функция $y(t)$, могло встречаться на уроках физики как уравнение гармонических колебаний с частотой ω . Добавление периодической вынуждающей силы, колеблющейся с той же частотой (и нулевым сдвигом по фазе), даёт явление резонанса, а соответствующее уравнение будет выглядеть как $y'' + \omega^2 y = A \cos \omega t$ (обратите внимание, что в это уравнение входит не только неизвестная функция y

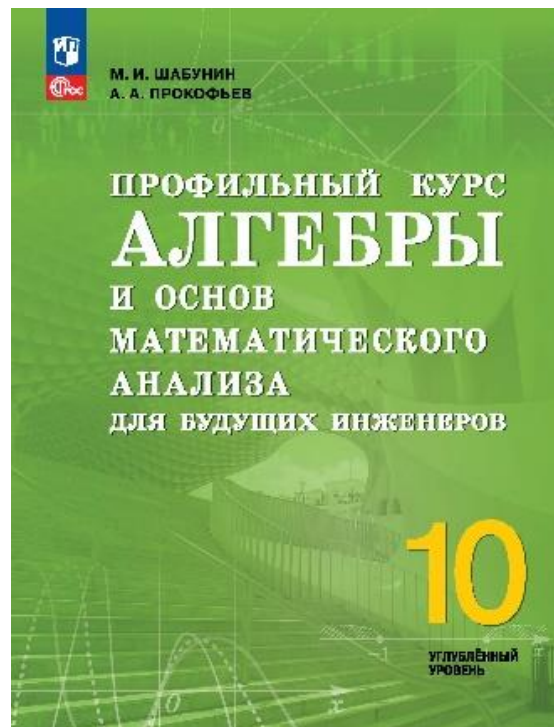
и её производные, но и t — аргумент этой функции). Рассмотренные уравнения являются уравнениями второго порядка.

Таким образом, дифференциальные уравнения называются уравнениями первого порядка, если из производных в них входит только первая производная. Дифференциальные уравнения называются уравнениями второго порядка, если, наряду с независимой переменной, искомой функцией этой переменной, в него входят первая и вторая производные и не входят производные более высоких порядков.

К дифференциальным уравнениям приводят многие задачи. Рассмотрим некоторые из них.

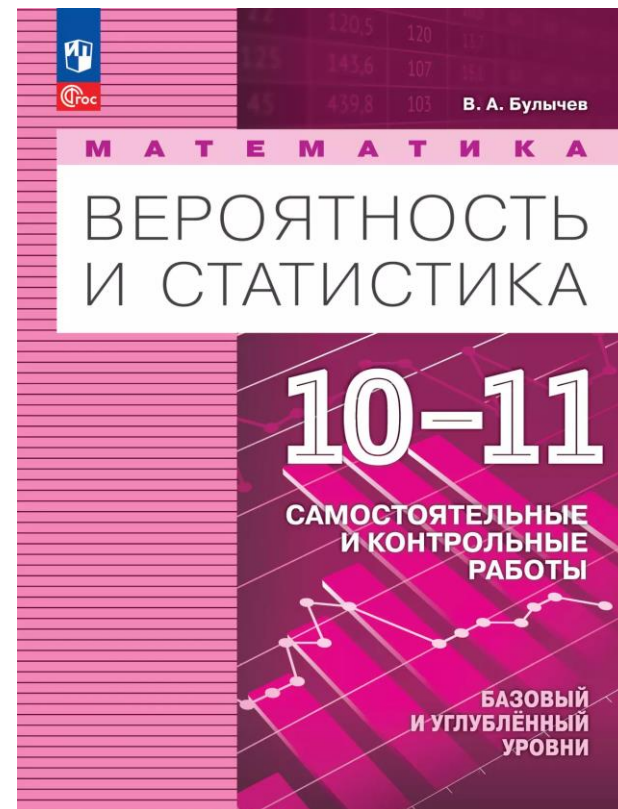


АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА. 10–11 КЛАССЫ. УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ. УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ



- Инженерная направленность
- Проектные и исследовательские задания
- Задачи из вариантов вступительных испытаний в технические вузы

Математика. Алгебра и начала математического анализа.
10–11 классы. Углублённый уровень. М. И. Шабунин, А. А. Прокофьев



Математика. Вероятность и статистика. 10 класс. 11 класс
Базовый и углублённый уровни. Учебное пособие

Бунимович Е. А., Булычев В. А.



УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ. ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА



И.Р. Высоцкий,
И.В. Яценко

<https://go.prosv.ru/PDMDKe>



ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава I. Представление данных и описательная статистика	5
1. Среднее арифметическое и медиана массива данных	6
2. Сравнение описательных свойств среднего арифметического и медианы	9
3. Квартили и урезанное среднее	16
4. Межквартильный размах и диаграмма «ящик с усами»	19
5*. Среднее квадратичное, среднее гармоническое и среднее геометрическое	23
6*. Степенные средние и неравенство о средних	26
7. Дисперсия и стандартное отклонение	30
8. Свойства среднего арифметического и дисперсии	31
Глава II. Элементы теории графов	39
9. Графы и подграфы. Цепи, циклы и деревья	40
10. Изоморфные графы. Плоские и планарные графы	46
11. Степени вершин графа. Эйлеровы пути и эйлеровы графы	49
12*. Свойства деревьев, остовное дерево графа	55
13*. Эйлерова характеристика	60
14*. Ориентированные графы	66
Глава III. Случайные эксперименты и случайные события	71
15. Случайный эксперимент, случайные события и вероятности	72
16. Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями	78
17. Операции над событиями	82
18. Формула сложения вероятностей	85
19. Условная вероятность случайного события и правило умножения вероятностей	89
20. Дерево случайного эксперимента и формула полной вероятности	94
21. Независимые события	101
Глава IV. Элементы комбинаторики	105
22. Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал числа	106
23. Число сочетаний и треугольник Паскаля	110
24. Формула бинома Ньютона	116
Глава V. Серии последовательных испытаний	119
25. Испытания. Серия испытаний до первого успеха	120
26. Серия независимых испытаний Бернулли	124
27. Случайный выбор из конечной совокупности	130
Глава VI. Случайные величины и распределения	135
28. Случайная величина и распределение вероятностей	136
29. Операции над случайными величинами	143
30. Геометрическое распределение и биномиальное распределение	145
Глава VII. Математическое ожидание	151
31. Математическое ожидание дискретной случайной величины	152
32. Совместное распределение двух случайных величин	157
33. Независимые случайные величины	161
34. Свойства математического ожидания	165
35. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	170
Глава VIII. Рассеивание случайных величин	175
36. Дисперсия и стандартное отклонение дискретной случайной величины ..	176
37. Свойства дисперсии и стандартного отклонения	182
38. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального и геометрического распределений	184
Глава IX. Закон больших чисел	189
39. Неравенство Чебышёва	190
40. Закон больших чисел (теорема Чебышёва)	195
41. Близость частоты и вероятности. Теорема Бернулли	199
Глава X. Элементы математической статистики	203
42. Генеральная совокупность и случайная выборка	204
43. Оценки по выборке (выборочные оценки)	207
44. Выборочные оценки среднего значения и дисперсии	211
45. Интервальные оценки	216
46. Проверка статистических гипотез	218
Глава XI. Непрерывные случайные величины	223
47. Примеры непрерывных случайных величин	224
48. Функция плотности вероятности непрерывной случайной величины	225
49. Равномерное распределение	231
50. Показательное распределение	233
51. Нормальное распределение	238
52. Использование нормального распределения для описания случайной изменчивости и центральная предельная теорема	244
Глава XII. Распределение Пуассона	251
53. Случайная последовательность (поток) независимых событий	252
Глава XIII. Измерение линейной связи между случайными величинами	255
54*. Совместное наблюдение двух величин и ковариация	256
55*. Свойства ковариации	259
56*. Коэффициент корреляции случайных величин	261
57*. Ковариация и коэффициент корреляции в статистике	265
58*. Различие между статистической и причинно-следственной связью	270
59*. Линейная регрессия и метод наименьших квадратов	272
Глава XIV. Простое случайное блуждание	277
60*. Простое одномерное случайное блуждание	278
61*. Переходы в простом одномерном блуждании	280
Ответы	289
Предметный указатель	297



И.Р. Высоцкий,
И.В. Яценко

<https://go.prosv.ru/PDMDKe>



Условные обозначения



Важно



Определение



Вопросы



Задачи



Используйте калькулятор



Параграф
базового уровня



Параграф
углублённого уровня

120

Задание повышенной сложности



Граф называется **связным**, если в этом графе две любые вершины соединены путём.



Из свойства путей следует, что в связном графе две любые различные вершины можно соединить конечной цепью.

В графе на рисунке 21 три **компоненты связности**. Первая состоит из вершин V_1, V_2, V_3, V_4, V_6 и связывающих их рёбер. Вторая компонента связности — цикл $V_7V_8V_9V_7$. Третья состоит из изолированной вершины V_5 .

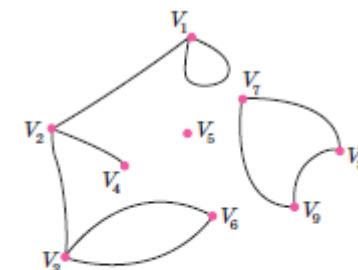


Рисунок 21. Конечный граф. Граф не связан, содержит кратные рёбра и одну петлю

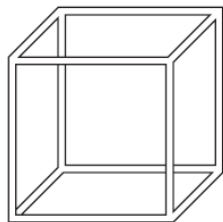


Рисунок 47

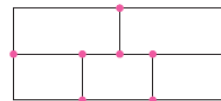


Рисунок 48

86 Нужно спаять из проволоки каркас куба, показанный на рисунке 47. На какое наименьшее число частей придётся разрезать проволоку?

87 На рисунке 48 изображён плоский граф. Существует ли ломаная, пересекающая все рёбра этого графа по одному разу?



И.Р. Высоцкий,
И.В. Яценко

<https://go.prosv.ru/PDMDKe>



Теорема. В любом конечном связном плоском графе сумма степеней областей чётна и равна удвоенному числу рёбер.

ПРИМЕР 1. Футбольный мяч сшит из двенадцати 5-угольников и двадцати 6-угольников. Сколько всего швов в мяче? Сколько точек, где сходятся швы?

Решение. Если считать вершины многоугольников вершинами, а швы — рёбрами, то получается граф усечённого икосаэдра. Этот граф планарный (рис. 58). Суммарная степень всех областей равна $5 \cdot 12 + 20 \cdot 6 = 180$.

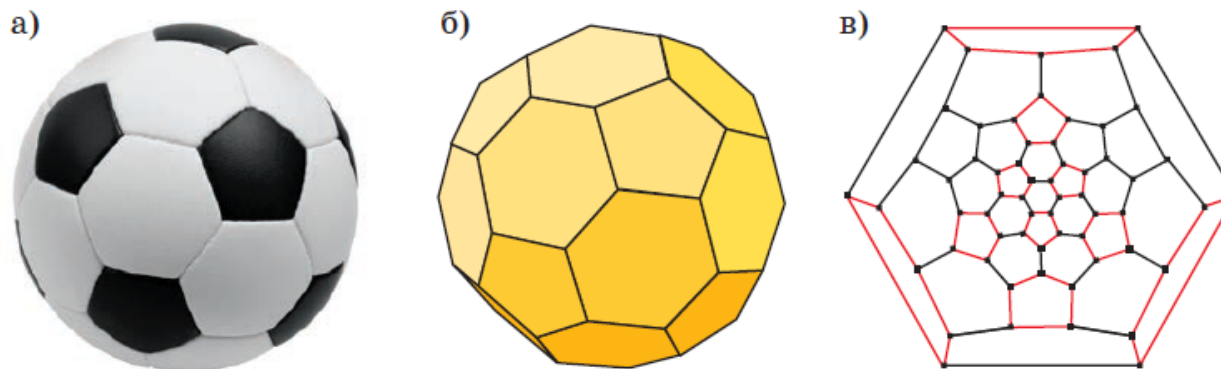


Рисунок 58. Футбольный мяч (а), усечённый икосаэдр (б) и изоморфный ему плоский граф (в). Границы пятиугольных областей выделены красным цветом

Значит, число рёбер равно $180 : 2 = 90$. В каждой вершине сходится ровно три шва. Значит, если вершин в графе k , то суммарная степень всех вершин равна $3k$, и это число равно удвоенному числу рёбер 180, откуда $k = 60$.

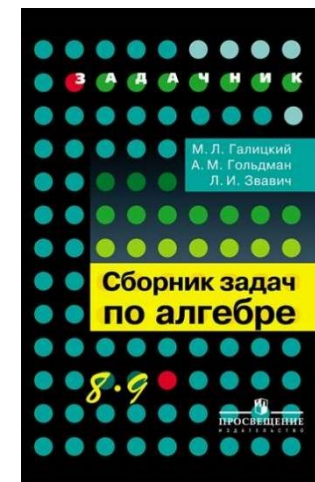
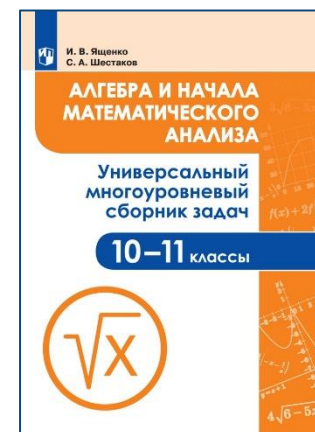
Ответ: 90 швов и 60 точек, где сходятся швы.

Серия «Трудные задания»



Математика. Трудные задания ЕГЭ.
Автор: Шевкин А.В.

<https://go.prosv.ru/NbYjKr>



Серия «Задачник»

<https://go.prosv.ru/JWTN9D>





Задачи по теории вероятностей



СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	
Случайные события. Классическое определение вероятности	
Задания для самостоятельного решения	
Вероятности суммы и произведения событий	
Задания для самостоятельного решения	
Элементы комбинаторики	
Задания для самостоятельного решения	
Условная вероятность. Полная вероятность. Формула Байеса ..	
Задания для самостоятельного решения	
Геометрическая вероятность	
Задания для самостоятельного решения	
Проверочная работа № 1	
Проверочная работа № 2	
Проверочная работа № 3	
Проверочная работа № 4	
Справочные материалы	
Ответы	

Подойдёт
для базы



Преодолеваю порог ЕГЭ. Математика. Курс подготовки

Прокофьев Александр Александрович, Разинкова Елена Александровна

- Содержит теоретический материал, необходимый для выполнения заданий базового уровня, доступное и понятное решение типовых заданий, а также задания для самостоятельного решения и ответы к ним.
- Содержит подробное описание решений и подбор задач для отработки одиннадцати заданий ЕГЭ по математике базового уровня: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и 15.**
- Предназначено для подготовки в короткие сроки к ЕГЭ по математике базового уровня с помощью учителя или самостоятельно.
- Для участников экзамена с любым уровнем знаний по математике. Написано просто и доступно, с примерами для лёгкого запоминания.
- Не имеет аналогов среди учебной литературы и подготовлено авторами, имеющими большой опыт преподавания, проведения и проверки ЕГЭ, а также создания книг и материалов для подготовки к ЕГЭ.
- Позволит преодолеть порог ЕГЭ, и получить аттестат о среднем общем образовании

ПОВЫШЕНИЕ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ

Объясни!

Игра для тех, кто любит математику

Объясни!

Для тех, кто любит математику!



3 уровня сложности



320 заданий



5 слов в каждой карточке



- 2.5. Любопытную сказку о процентах сочинил профессор Лев Васильевич Тарасов. Вот она.

Сказка о хитром и жадном короле



Один хитрый и жадный король созвал как-то свою гвардию и торжественно заявил: «Гвардейцы! Вы славно служите мне! И я решил вас наградить и повысить каждому месячное жалованье на 20 %!» «Ура!» — закричали гвардейцы. «Но, — сказал король, — только на один месяц. А потом я его уменьшу на те же самые 20 %. Согласны?» «А чего же не согласи-

ться? — удивились гвардейцы. — Пусть хоть на один месяц!» Так и было решено. Прошёл месяц, все были довольны. «Вот хорошо, — говорил старый гвардеец друзьям, — раньше я получал 100 монет в месяц, а в этом месяце получил 120 монет! Виват король!»

Прошёл ещё месяц. И получил старый гвардеец жалованья только 96 монет. «Как же так? — заволновался он и обратился к мудрому звездочёту. — Ведь если сначала на 20 % увеличить жалованье, а потом его уменьшить на те же самые 20 %, то оно должно остаться прежним!» «Вовсе нет, — объяснил звездочёт. — Повышение твоего жалованья составляло 20 % от 100 монет, то есть 20 монет, а понижение составляет 20 % от 120, то есть 24 монеты».

Погрустили гвардейцы, но делать нечего, ведь сами согласились. И решили обхитрить короля. Пошли они к королю и сказали: «Ваше величество! Вы, конечно, были правы, когда говорили, что повысить жалованье на 20 %, а потом понизить его на те же 20 % — это одно и то же. Но если это так, то давайте сделаем ещё раз, но только наоборот. Вы сначала понизьте нам жалованье на 20 %, а потом повысьте его на те же 20 %». «Ну что ж, — ответил король, — ваша просьба логична, пусть будет по-вашему». Подсчитайте, сколько теперь получит старый гвардеец по истечении первого месяца и по истечении второго. Кто же кого перехитрил?

- 2.6. Бригада из пяти плотников и одного столяра выполнила работу. Плотники получили за неё по 200 р., а столяр — на 30 р. больше среднего заработка бригады. Сколько получил за работу столяр?

2.28.



В волшебном саду росли бананы и апельсины. Однажды в сад пришёл любитель фруктов и сосчитал, что бананов всего выросло 20, а апельсинов — 25. Этот любитель стал поедать фрукты ежедневно, по два в день, пока это было возможно. Когда он съедал два одинаковых фрукта, то вместо них вырастал один банан. А когда он съедал два разных фрукта, то вместо них вырастал один апельсин. Чем закончилась эта история?

2.29.

Как быстро возвести в квадрат число с пятёркой на конце?

2.30.

Отрезок CD вдвое длиннее отрезка AB (рис. 2.1). Докажите, что количество точек в отрезке AB равно количеству точек в отрезке CD .

Рис. 2.1



2.31.

Упростите выражение $(3 + 2)(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)$.

2.32.

Федя и Петя спускаются, стоя на эскалаторе. Посередине пути Федя срывает с Пети шапку и перебрасывает её на эскалатор, движущийся параллельно в другую сторону с той же скоростью. Петя сразу бросается бежать вниз, а затем по параллельному эскалатору вверх за шапкой. Федя же сразу бросается бежать вверх, а затем по параллельному эскалатору вниз. Кто раньше добежит до шапки, если собственные скорости ребят одинаковы?

2.33.

Играют двое. Они выкладывают одинаковые монеты на круглый стол. Проиграет тот, кто не найдёт свободного места для очередной монеты. Кто победит при правильной игре и в чём она заключается?

2.34.

Играют двое. Они заштриховывают квадратные участки, ограниченные прямыми, разделяющими прямоугольник 10×24 на единичные квадратики. Проиграет тот, кто не найдёт свободного места для штриховки. Кто победит при правильной игре и в чём она заключается?





Содержание

Дорогие ребята!	
С чего всё началось. Появление Профессора...	
Миллиард — это много?	
Шифровка 1. Пляшущие человечки	
Шифровка 2. Азбука Морзе	
Шифровка 3. Семафорная азбука	
Предфракталы	
Парадокс береговой линии	
Урок в парке 1. Кучки шишек	
Урок в парке 2. Пропорция теней	
Плотность вещества	
Интересный способ нахождения массы тела	
Конструкции из кубиков	
Виды на конструкцию	
Задачи с игральным кубиком	
Кубизм	
История шахмат и очень большие числа	
Идея чётности	
Поле зрения	
Фокус с числами	
Невозможные фигуры	

Лист Мёбиуса	
Числа Фибоначчи	
Пропорция красоты — золотое сечение	
Сумма углов треугольника	
Инверсия	

- разгадывать зашифрованные послания;
- проводить физические, биологические, географические опыты и объяснять их с помощью математики;
- строить необычные конструкции из кубиков;
- знакомиться с произведениями искусства, связанными с математикой;
- удивляться несуществующим, но нарисованным фигурам;
- раскрывать секреты фокусов с числами;
- гулять в парке и определять высоту дерева, не залезая на него;
- участвовать в скачках на лошадях.





- познакомиться с разными цифрами и числами — «хорошими» и «плохими»;
- мысленно побывать в Древней Греции и за Полярным кругом;
- развенчать бытовые суеверия;
- научиться показывать фокусы с числами;
- узнать, что такое анаграммы, и как с их помощью учёные скрывали свои открытия;
- очутиться на месте артиллериста и лётчика, чтобы понять, что такое «парабола безопасности»;
- окунуться в мир логики — науки, которая позволяет разрешать интересные запутанные детективные ситуации;
- познакомиться с необычными парадоксами и «обманками» в рассуждениях, которые называются софизмами;
- узнать, как знание осевой симметрии помогло девочке за кратчайшее время полить огород.

Содержание

Дорогие ребята!	Решение логических задач с помощью таблиц ...
Суеверия и предрассудки	Парадоксы и софизмы
Угадай монету	Парабола безопасности
Фигурные числа	Исследование алгебраической суммы на чётность
Новый ученик и фокус с трёхзначным числом ..	Турнир смекалистых
Заполярные загадки	Симметрия и полив огорода
Дырявые кубики	
Многогранники и формула Эйлера	
Магические квадраты	
Латинские квадраты	
Единственная возможность	
Необычные задачи	
Весы и уравнения	
Головы и ноги	
Подсчёт вариантов	
Наведение порядка	
Анаграммы	
Странное похищение	
Морозное окошко	
Разные цифры	
В худшем случае	

НЕСКУЧНЫЕ
математические
рассказы

Готовится к выходу часть 2 для 6 класса

РЕПЕТИГР – НАДЁЖНЫЙ СПУТНИК И ДРУГ РАБОЧИЕ ТЕТРАДИ С ЦИФРОВЫМ ПОМОЩНИКОМ ТЁМОЙ

Помогает ребёнку научиться выполнять домашнее задание самостоятельно



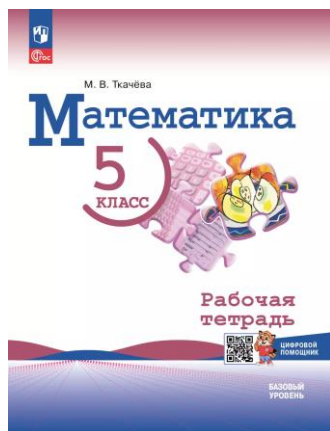
Не готовые решения, а разборы домашних заданий



Решения аналогичных заданий
на отработку и закрепление



Повторение правил и фрагменты
теории к заданиям



<https://go.prosv.ru/mXfapy>



Результаты выполнения всех упражнений
с рекомендацией, что необходимо проработать

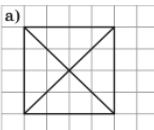
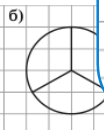
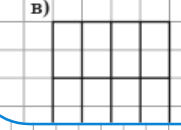


Специально разработанная система мотивации ученика
через игру

26. Доли и дроби. Изображение дробей на координатной плоскости

1. Закрасьте:

- а) одну четвёртую долю квадрата;
- б) две третьих доли круга;
- в) пять восьмых долей прямоугольника.

а)  б)  в) 

2. Запишите в виде обыкновенной дроби:

- а) одну шестнадцатую — ;
- б) две пятых — ;
- в) восемь восьмых — ;
- г) сто тридцать первых — .

49

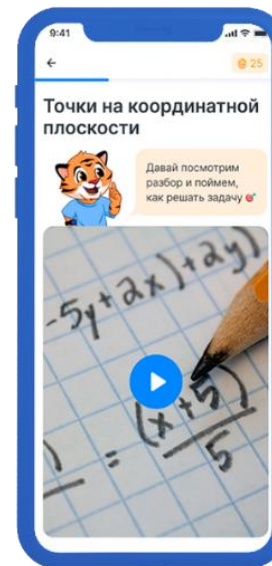
Дроби — штука полезная. Главное разобраться, как они работают. Поможешь?



QR-код
на цифровое
приложение



<https://go.prosv.ru/FDCg4e>



С ПОМОЩЬЮ
РАБОЧЕЙ ТЕТРАДИ

ВЫЗЫВАЕМ РЕПЕТИГРА

ЧЕРЕЗ СТРАНИЦУ
НА САЙТЕ

РЕПЕТИГР – НАДЁЖНЫЙ СПУТНИК И ДРУГ

РАБОЧИЕ ТЕТРАДИ С ЦИФРОВЫМ ПОМОЩНИКОМ ТЁМОЙ

№4 Десятичная запись числа (Стр. 7)

- Теория
- Разбор
- Упражнение 1
- Упражнение 2



А теперь давай ответим на вопрос по упражнению 🧐

Какая цифра стоит в разряде сотен тысяч в числе 7 564 098?

- ☐ 5
- ☐ 6
- ☐ 0
- ☐ 4
- ☐ 7



❌ Эх, ошибка. Давай подумаем ещё.



Выполни упражнение для тренировки 🔥

Запиши цифрами число: 11 млрд 5 тыс. 35.
В ответе запиши число без пробелов

11 млрд 5 тыс. 35 = 11000005035



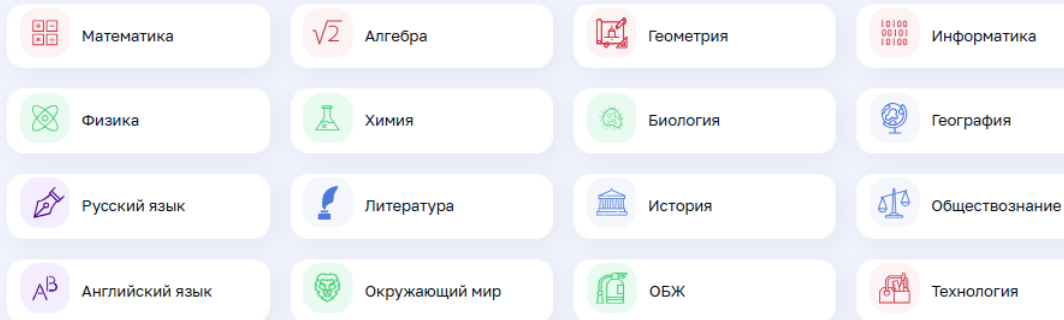
✅ Верно! Ты молодец! Давай продолжим.



Рабочие тетради для 4-11 классов с автопроверкой и защитой от списывания



Выберите интересующую тетрадь



Возможности тетрадей

Готовые задания по темам учебника
Параграфы и главы цифровой тетради полностью соответствуют содержанию учебника

Автоматическая проверка
Экономия до 2 часов в день каждому учителю

Баллы
86/100

Защита от списывания
9 ⚡ Уникальные варианты задания для каждого ученика
8:00 Возможность ограничить время на выполнение задания

Подробная статистика по ученикам и классам
5 Начали делать 12 Закончили делать
88 Средний балл из 100

Интеграция с Дневник.ру
Любое задание можно отправить прямо в электронный дневник ученика

- пособия к учебникам ФПУ
- структура полностью соответствует учебнику и печатной тетради
- дополняют печатную тетрадь (но не дублируют)
- свободное использование для учителя
- свободное использование для ученика по будням с 8.00 до 16.00



Курсы повышения квалификации

Фильтры

✕ Очистить



Уровень образования

- ☐ Дошкольное образование
- ☐ Начальное общее образование
- ☐ Основное общее образование
- ☐ Среднее общее образование
- ☐ Среднее профессиональное образование

Выберите предмет

Найти

- ☐ Геометрия
- ☒ Математика

Направление

Найти

- ☐ Цифровое образование
- ☐ Обновлённый ФГОС

Формы контроля

- ☐ ЕГЭ
- ☐ ОГЭ
- ☐ ВПР
- ☐ ССТ «Лингвотест»

Очистить фильтры



Новинка Математика
Обновлённый ФГОС

960 ₽

Методические аспекты работы с текстовыми задачами на уроках математики в основной школе

25 августа 20 часов

Подробнее о курсе



Новинка Математика
Обновлённый ФГОС

960 ₽

Методика преподавания учебного курса «Вероятность и статистика» в 10–11 классах

25 августа 20 часов

Подробнее о курсе



Новинка Геометрия Математика

960 ₽

Методические подходы к решению геометрических задач в основной школе

25 августа 20 часов

Подробнее о курсе



Новинка Математика

960 ₽

Развитие инженерного мышления обучающихся средствами учебного предмета «Математика»



Новинка Математика
Основное общее образование

2 500 ₽

Отдельные вопросы учебного предмета «математика» на углубленном уровне



Новинка Математика
Обновлённый ФГОС

2 500 ₽

Федеральная рабочая программа по математике: компоненты содержания и



<https://go.prosv.ru/iX6kCr>



Развитие инженерного мышления обучающихся средствами учебного предмета «Математика»

- › заинтересовала тема? Нажмите "Записаться" и оставьте свои контакты для предварительной регистрации
- › ближе к дате старта обучения Вам будет направлена ссылка для оплаты
- › обучение будет проходить без привязки к расписанию, а по окончании Вы получите удостоверение установленного образца

<https://go.prosv.ru/WCWYxk>



Цели курса:

- изучить методы развития у обучающихся арифметической культуры и "чувства числа"
- освоить методику работы с геометрическими и стереометрическими задачами на развитие инженерного мышления
- познакомиться с инструментами развития инженерного мышления на уроках алгебры, а также вероятности и статистики



Сроки обучения
20 октября -
20 ноября 2025



Длительность
20 часов



По окончании
Удостоверение



Стоимость
960 ₽



ПРИГЛАШАЕМ НА ПЕДСОВЕТ



28 августа 2025



Всероссийский августовский онлайн-педсовет

Время проверенных решений
и новых проектов



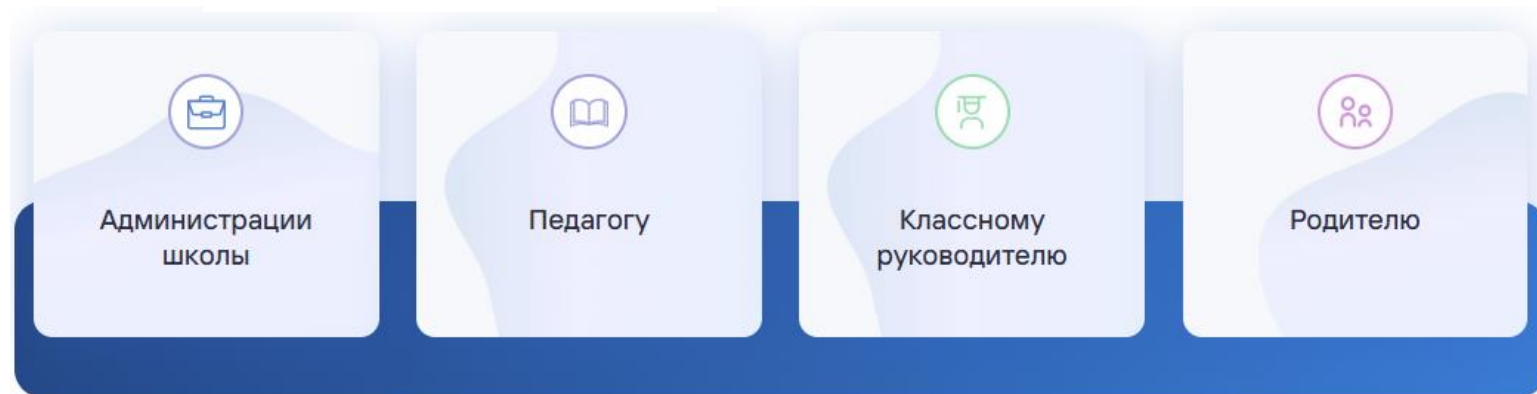
<https://go.prosv.ru/6Wnc6f>



Ведущие направления
образовательной политики РФ
и их реализация на уровне школы

Мотивация в обучении: как
показать школьникам значимость
математики и естественных наук
для развития и карьеры

Навигатор будущего: как школа
может помочь ученику выбрать
профессию



Искусственный интеллект в
образовании: риски и
преимущества

Педагогический нон-фикшн:
учимся сами и учим с
удовольствием

ЖЕЛАЕМ ТВОРЧЕСКИХ УСПЕХОВ!



Зубкова Е.Д., EZubkova@prosv.ru
ведущий методист Отдела методической
поддержки педагогов и образовательных
организаций АО «Издательство «Просвещение»

Общие вопросы

prosv@prosv.ru

Методическая поддержка

vopros@prosv.ru