

Методические материалы по обобщению и систематизации знаний по курсу «Вероятность и статистика» для 7–9 классов

Пошаговые сценарии уроков, диагностические работы

К комплекту дидактических материалов
по курсу «Вероятность и статистика»
для 7–9 классов (базовый уровень)



УУД 372.851
ББК 74.262.21
А

Министерство образования и науки Алтайского края
КАУ ДПО «Алтайский институт развития образования
имени Адриана Митрофановича Топорова»

Методические материалы по обобщению и систематизации знаний по курсу «Вероятность и статистика» для 7–9 классов: пошаговые сценарии уроков, диагностические работы / Р.Э. Чепкасов. – Барнаул: КАУ ДПО «АИРО имени А.М. Топорова», 2026. – 117 с.

Пособие представляет собой вторую часть комплекта материалов по курсу «Вероятность и статистика» для 7–9 классов. В издании представлены методические материалы к урокам обобщения и систематизации знаний для 7–9 классов, привязанным к поурочному планированию федеральной рабочей программы, а также диагностические работы для 7, 8, 9 классов. Первая часть комплекта содержат дидактические материалы к урокам для 7-9 классов. Пособие адресовано учителям математики, методистам и специалистам в области математического образования.

© КАУ ДПО «АИРО имени А.М. Топорова», 2026

© Чепкасов Р.Э.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
Часть I. СЦЕНАРИИ УРОКОВ ОБОБЩЕНИЯ И СИСТЕМАТИЗАЦИИ.....	6
7 класс. Урок 32. Повторение, обобщение. Представление данных	9
7 класс. Урок 33. Повторение, обобщение. Описательная статистика.....	16
7 класс. Урок 34. Повторение, обобщение. Вероятность случайного события.....	22
8 класс. Урок 32. Повторение, обобщение. Представление данных. Описательная статистика.....	26
8 класс. Урок 33. Повторение, обобщение. Графы.....	31
9 класс. Урок 25. Обобщение, систематизация знаний. Представление данных	37
9 класс. Урок 26. Обобщение, систематизация знаний. Описательная статистика	44
9 класс. Урок 27. Обобщение, систематизация знаний. Представление данных. Описательная статистика.....	50
9 класс. Урок 28. Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события	57
9 класс. Урок 29. Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики	65
9 класс. Урок 30. Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики.....	70
9 класс. Урок 31. Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения.....	78
9 класс. Урок 32. Обобщение, систематизация знаний. Случайные величины и распределения.....	83
9 класс. Урок 34. Обобщение, систематизация знаний	89
Часть II. ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ	94
7 класс. Диагностическая работа.....	96
8 класс. Диагностическая работа.....	102
9 класс. Диагностическая работа.....	108
ПОСЛЕСЛОВИЕ.....	115

ПРЕДИСЛОВИЕ

Перед вами методическое пособие, которое адресовано учителям математики, работающим по курсу «Вероятность и статистика» в 7–9 классах. Оно является логическим продолжением комплекта дидактических материалов, но имеет принципиально иное назначение.

Если сборник заданий – это инструмент для организации систематической домашней и классной работы ученика, то данное пособие – это инструмент для организации деятельности учителя по **обобщению и систематизации** знаний учащихся.

Курс «Вероятность и статистика» имеет свою специфику: понятия в нем существуют не в линейной последовательности, а в сложной взаимосвязи друг с другом. Вероятность, частота, случайная величина, математическое ожидание, закон больших чисел – эти понятия нельзя освоить по отдельности, они осмысливаются только в системе. Именно поэтому обобщение и систематизация являются не просто этапом повторения, а ключевой формой работы, без которой знания остаются разрозненными и формальными.

В пособии представлены пошаговые сценарии уроков обобщения и систематизации для каждого класса. Они построены таким образом, чтобы помочь учителю организовать работу на уроке: от актуализации изученного материала до рефлексии и диагностики.

Основное содержание пособия – пошаговые сценарии уроков обобщения и систематизации. В них, среди прочего, используются задания особого типа – обобщающие конструкторы (на аналогии, на перевод, на границы применимости, на синтез), которые вплетены в ткань урока и служат инструментом установления связей между разными темами курса.

В конце пособия представлен отдельный блок диагностических работ, направленных на проверку не столько знания отдельных формул, сколько способности учащихся устанавливать связи между разными темами курса.

Как использовать это пособие

Пособие не является жесткой инструкцией. Вы можете использовать предложенные сценарии полностью, адаптировать их под свой класс или брать отдельные элементы. Главное – цель: помочь ученикам увидеть курс не как набор разрозненных тем, а как целостную систему, в которой каждое понятие занимает свое место и связано с другими.

Важно понимать: уроки обобщения и систематизации, представленные в пособии, не обязательно проводить строго в конце учебного года. Их логика и структура позволяют использовать их в различных образовательных ситуациях:

- В конце изучения крупной темы – как способ собрать разрозненные понятия в систему.
- В начале учебного года – как актуализацию знаний, полученных в предыдущем классе.
- При подготовке к контрольным работам – как инструмент диагностики и систематизации.
- В рамках внеурочной деятельности или элективных курсов – для углублённого повторения.
- Выборочно – отдельные сценарии или их фрагменты могут быть встроены в текущие уроки для установления межтематических связей.

Учитель самостоятельно определяет, когда и в каком объёме использовать предложенные материалы. Данное пособие предлагает инструментарий, который можно адаптировать под логику конкретного класса, уровень подготовки учащихся и доступное учебное время.

Перед началом работы с пособием рекомендуется:

- Познакомиться со всем содержанием, чтобы иметь целостное представление о материале.
- Оценить, какие задания и сюжеты доступны конкретному классу с учетом его математической подготовки и возрастных особенностей.
- При необходимости сократить или упростить материал – гибкость заложена в саму структуру пособия.

Часть I. СЦЕНАРИИ УРОКОВ ОБОБЩЕНИЯ И СИСТЕМАТИЗАЦИИ

Общая структура уроков обобщения и систематизации знаний

Уроки обобщения и систематизации в данном пособии построены по единой логике, которая отличает их от обычных уроков повторения. Если на уроке повторения учитель, как правило, возвращается к уже изученному материалу и закрепляет его на новых примерах, то урок обобщения ставит перед собой иную цель – **установление связей между изученными понятиями** и выстраивание их в целостную систему.

Каждый сценарий включает следующие этапы:

Актуализация. Учитель вместе с учащимися восстанавливает в памяти изученные понятия и способы действия, фиксируя их на доске (кластер, схема, опорный конспект). Важно, чтобы это делали сами ученики, а не учитель. Задача этапа – не «напомнить», а «вызвать из памяти» и зафиксировать то, что уже есть.

Постановка проблемы. Учащимся предлагается задача или вопрос, которые нельзя решить с помощью одного изученного способа. Для ответа требуется применить несколько инструментов сразу или выбрать между ними. Это создает когнитивный конфликт – ситуацию, в которой интуитивный или шаблонный ответ оказывается недостаточным. Именно в таком конфликте и рождается потребность в систематизации.

Основная работа. Учащиеся выполняют задания, которые требуют применения разных изученных способов. Задания могут быть организованы:

- как групповая работа (каждая группа получает свой аспект задачи);
- как индивидуальная работа с последующим обсуждением;
- как последовательное выполнение нескольких заданий, связанных между собой.

На этом этапе учитель не дает готовых решений, а организует деятельность так, чтобы учащиеся сами применяли известные им способы.

Обсуждение и обобщение. Ключевой этап урока. Учитель организует обсуждение выполненных заданий, но не для проверки правильности, а для того, чтобы *установить связи* между разными способами действий и понятиями. Именно на этом этапе происходит собственно обобщение.

Рефлексия. Учащиеся фиксируют для себя, что нового они поняли о связях между изученными темами. Рефлексия не должна сводиться к «понравилось / не понравилось»; ее цель – зафиксировать осознание системности знаний.

Обобщающие конструкторы – это специальные задания, которые встроены в урок обобщения и выполняют функцию установления связей между разными темами курса. В отличие от обычных задач, которые проверяют умение применять конкретную формулу или алгоритм, обобщающие конструкторы требуют от ученика:

- сравнивать разные понятия и находить между ними сходства и различия;
- переводить информацию из одной формы представления в другую;
- оценивать границы применимости изученных методов;
- синтезировать знания из разных разделов для решения одной задачи.

Они не выделяются в отдельный этап урока, а вплетены в его ткань: входят в задания для групп, появляются в вопросах для обсуждения, становятся частью проблемной ситуации. Учитель может не акцентировать на них внимание специально, но должен понимать, какое именно обобщение они обеспечивают.

Виды обобщающих конструктов

Задачи на аналогию. Ученику предлагается сравнить два понятия или два способа действия из разных тем. Сравнение ведется не по внешним признакам, а по функции, структуре, смыслу.

Пример: «Чем отличается среднее арифметическое от медианы? Что каждое из них показывает об этих данных? Когда среднее арифметическое удобнее, а когда – медиана?»

Цель: выявить общее в структуре разных понятий, понять их функциональное назначение в системе знаний.

Задачи на перевод. Ученику предлагается представить одно и то же явление в разных формах: таблица, график, формула, словесное описание, диаграмма.

Пример: «По данной гистограмме восстановите таблицу частот и найдите среднее арифметическое»

Цель: осознать, что одна и та же информация может быть закодирована по-разному, и научиться переходить от одного кода к другому.

Задачи на границы применимости. Ученику предлагается ситуация, в которой привычный способ действия не работает или дает искаженный результат. Требуется объяснить, почему это происходит, и выбрать другой способ.

Пример: «Можно ли использовать среднее арифметическое для описания роста в классе, если там есть один ученик очень высокого роста? Почему? Какой способ описания данных будет более точным в этом случае?»

Цель: осознать, что у каждого метода есть границы применимости; научиться выбирать метод адекватно ситуации.

Задачи на синтез. Ученику требуется использовать знания из нескольких разделов курса для решения одной задачи или ответа на один вопрос.

Пример: «По данным о росте учеников составьте таблицу частот, постройте гистограмму, найдите среднее арифметическое и медиану и сделайте вывод: какой рост типичен для учеников этого класса?»

Цель: объединить разрозненные знания в целостную процедуру анализа данных.

Включение обобщающих конструктов в сценарии уроков решает две задачи. Во-первых, они позволяют учителю диагностировать не вычислительные ошибки и не пробелы в знании формул, а именно понимание связей между понятиями – то, что составляет суть обобщения. Во-вторых, конструкты, вплетенные в задания для групп и вопросы для обсуждения, не требуют выделения дополнительного времени: они естественно заменяют собой обычные задания на повторение, но при этом выводят ученика на качественно иной уровень осмысления материала.

Для ученика работа с конструктами важна тем, что она показывает: математика – не набор отдельных правил, а система, в которой все связано. Она развивает мышление более высокого уровня (анализ, сравнение, оценку, синтез) и приближает учебную деятельность к реальной жизни, где редко встречаются задачи «по формуле», а чаще – задачи на выбор метода, оценку ситуации, интерпретацию результатов.

7 КЛАСС

- | | |
|----|---|
| 32 | Повторение, обобщение. Представление данных |
| 33 | Повторение, обобщение. Описательная статистика |
| 34 | Повторение, обобщение. Вероятность случайного события |

8 КЛАСС

- | | |
|----|--|
| 32 | Повторение, обобщение. Представление данных. Описательная статистика |
| 33 | Повторение, обобщение. Графы |

9 КЛАСС

- | | |
|----|--|
| 25 | Обобщение, систематизация знаний. Представление данных |
| 26 | Обобщение, систематизация знаний. Описательная статистика |
| 27 | Обобщение, систематизация знаний. Представление данных. Описательная статистика |
| 28 | Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события |
| 29 | Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики |
| 30 | Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики |
| 31 | Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения |
| 32 | Обобщение, систематизация знаний. Случайные величины и распределения |
| 34 | Обобщение, систематизация знаний |

7 класс. Урок 32. Повторение, обобщение. Представление данных

Методическая цель урока: систематизировать знания учащихся о способах представления и обработки данных через установление связей между:
исходными данными → таблицей частот → диаграммой/гистограммой → статистическими характеристиками → интерпретацией.

Ключевое обобщение: один и тот же набор данных можно анализировать по-разному в зависимости от цели. Выбор способа представления данных определяет, какой ответ мы получим на поставленный вопрос.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: выявление имеющихся знаний, создание мотивационной основы для обобщения.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы на доске в виде кластера¹ «Работа с данными».

Вопросы:

- 1) Какие способы представления данных мы изучали в 7 классе?
- 2) Что такое таблица частот и для чего она нужна?
- 3) Чем столбиковая диаграмма отличается от гистограммы?
- 4) Что такое среднее арифметическое, медиана и размах? Что они показывают?

Методический комментарий: на этом этапе важно не давать готовых ответов. Кластер на доске – это результат совместной работы. Ученики сами называют понятия, учитель только систематизирует их на доске, показывая, что все эти понятия относятся к одной области – «работа с данными».

Работа с данными:

- *Таблицы (в т.ч. таблицы частот)*
- *Диаграммы (столбиковые, круговые)*
- *Гистограммы*
- *Характеристики (среднее, медиана, размах)*

¹ Кластер – это графическая форма организации информации, когда выделяются основные смысловые единицы, которые фиксируются в виде схемы с обозначением всех связей между ними.

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта, демонстрация ограниченности одного способа представления данных.

Деятельность учителя: учитель дает задание и ставит проблемный вопрос.

Задание для учащихся:

В школе готовятся покупать новую спортивную форму для класса. Директор просит учителя физкультуры проанализировать рост учеников и рекомендовать, какие размеры формы заказать.

Учитель физкультуры измерил рост 20 учеников класса и получил такие данные (в см):

152, 148, 155, 160, 153, 149, 158, 162, 147, 151, 156, 154, 150, 159, 161, 148, 153,
157, 155, 150

Учитель физкультуры посмотрел на список с данными о росте учеников и сказал: *«Я вижу, что ученики примерно одного роста. Давайте закажем один размер – так дешевле и проще».*

Учитель математики возразил:

«Я тоже посмотрел на данные. Там есть ученики разного роста. Если мы закажем только один размер, некоторые дети не смогут носить форму. Нужно заказывать несколько размеров».

Задание для учащихся (фронтально, работают с данными):

- 1) Рассмотрите данные. Кто из учителей прав, по вашему мнению – учитель физкультуры или учитель математики? Почему?
- 2) Какие числа в таблице подтверждают позицию физкультурника? А какие – позицию математика?
- 3) Как вы думаете, что нужно сделать с этими данными, чтобы помочь директору принять правильное решение?

Проблемный вопрос: учитель физкультуры говорит: *«Закажем один размер».* Учитель математики говорит: *«Нужно несколько размеров».* Оба смотрели на одни и те же данные. Почему они пришли к разным выводам? Как нам разобраться, кто прав?



Обобщающий конструкт (границы применимости): учитель физкультуры видит, что большинство учеников имеют близкий рост, и предлагает один размер. Учитель математики видит, что есть ученики с очень низким и очень высоким ростом, и предлагает несколько размеров. Оба правы

по-своему. Чтобы принять правильное решение, нужно не просто «посмотреть на числа», а проанализировать данные с разных сторон: как распределены значения, есть ли выбросы, насколько велик разброс.

Методический комментарий: конфликт построен на разных способах анализа:

- Учитель физкультуры смотрит на основную массу («большинство примерно одного роста») – взгляд на центр.
- Учитель математики смотрит на крайние случаи («есть и низкие, и высокие») – взгляд на разброс.

Оба правы по-своему. Но правильное решение требует анализа данных, а не интуиции. **Ключевой момент:** после этого этапа ученики должны понять: «Мы не знаем, кто прав. Нам нужны инструменты, чтобы разобраться». Именно это создает мотивацию для этапа 3 (таблица, гистограмма, характеристики).

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: поэтапное формирование обобщенных способов действия – от представления данных к интерпретации и принятию решения.

Деятельность учителя: учитель дает задания последовательно, организуя обсуждение после каждого. Все ученики проходят все этапы.

Задание 1. Таблица частот

Задание: Разбейте данные на интервалы с шагом 3 см (147–149, 150–152, 153–155, 156–158, 159–161, 162–164). Подсчитайте частоту попаданий в каждый интервал. Заполните таблицу.

Вопросы для обсуждения:

- 1) В каком интервале больше всего учеников? (153–155 – 5 человек)
- 2) В каком интервале меньше всего? (162–164 – 1 человек)
- 3) Что дает таблица частот, чего не видно в сырых данных? (*Упорядочивает данные, показывает, где больше учеников, а где меньше*)



Обобщающий конструкт (перевод): сырые данные → таблица частот. Что изменилось? Что стало понятнее?

Методический комментарий: Учитель подводит к мысли: «В сырых данных трудно увидеть общую картину. Таблица частот помогает увидеть, какие значения встречаются чаще, а какие – реже».

Задание 2 (фронтально). Гистограмма

Задание: Постройте гистограмму распределения роста по данным из таблицы частот. По горизонтальной оси откладываются интервалы роста, по вертикальной – количество учеников (частота).

Вопросы для обсуждения:

- 1) Где на гистограмме находится «пик»? Что это значит? (*Пик в интервале 153–155, значит, больше всего учеников имеют рост 153–155 см*)
- 2) Где на гистограмме находятся ученики с ростом 147 см и 162 см? (*На краях гистограммы*)
- 3) Что показывает гистограмма, чего не показывает таблица? (*Визуальное распределение – сразу видно, где больше учеников, а где меньше*)
- 4) Как вы думаете, директору будет понятнее таблица или гистограмма? Почему? (*Гистограмма – она нагляднее*)



Обобщающий конструкт (перевод): таблица частот → гистограмма. Что стало видно сразу, чего не было видно в таблице?

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Гистограмма показывает распределение данных визуально. Мы сразу видим, что большинство учеников имеют рост 153–155 см, а учеников с очень низким или очень высоким ростом мало».

Задание 3 (фронтально). Вычисление характеристик

Задание: Найдите среднее арифметическое, медиану, размах данного набора данных.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Чему равно среднее арифметическое? (*153,9 см*)
- 2) Чему равна медиана? (*153,5 см*)
- 3) Чему равен размах? (*15 см*)
- 4) Почему среднее и медиана почти совпали? (*Данные примерно симметричны*)
- 4) Что показывает размах? (*Насколько данные разбросаны – от 147 до 162 см*)
- 5) Может ли размах помочь директору принять решение? Что он показывает? (*Размах показывает, что данные не сосредоточены в одной точке, а разбросаны на 15 см. Размах сам по себе не говорит, какие именно размеры нужны, но он показывает, что одного размера недостаточно*)



Обобщающий конструкт (аналогия): сравните среднее и медиану. Что они показывают об этих данных? А что показывает размах, чего не показывают среднее и медиана?

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Среднее и медиана показывают типичное значение. Размах показывает, что данные разбросаны. Даже если среднее и медиана совпадают, это не значит, что все ученики имеют одинаковый рост».

Задание 4. Интерпретация

Задание: Класс делится на 4 группы. Каждая группа получает свое задание и готовит аргументы для директора.

Группа 1. «Какой размер формы вы бы порекомендовали директору, если бы нужно было выбрать один размер? Почему вы выбрали именно этот размер? На основе каких данных вы приняли решение?»

Группа 2. «Есть ли в классе ученики, чей рост сильно отличается от остальных? Кто эти ученики? Какой размер формы им нужен? Почему их нельзя игнорировать?»

Группа 3. «Какой способ представления данных вы бы выбрали, чтобы убедить директора заказать несколько размеров формы? Почему – таблицу, гистограмму или характеристики? Что нагляднее всего показывает, что одного размера недостаточно?»

Группа 4. «Директор сказал: «У нас бюджет только на два размера формы». Какие два размера вы бы заказали? На основе каких данных вы приняли решение? Почему именно эти два, а не другие?»



Обобщающий конструкт (синтез): все способы → целостный вывод о данных. Таблица дает точность, гистограмма – наглядность, характеристики – количественные выводы. А вместе они помогают принять правильное решение.

Методический комментарий: вопрос у группы 4 – самый сложный. Он требует от учеников синтеза всех предыдущих знаний и принятия решения в условиях ограниченного бюджета. Это и есть выход на уровень обобщения.

Учитель может подсказать группам, если они затрудняются: «Посмотрите на гистограмму. В каких интервалах больше всего учеников? Какие два интервала охватывают большинство класса?»

Ответ: большинство учеников (6 из 20) в интервале 153–155 см, и еще 4 – в интервале 150–152 см. Значит, логично заказать размеры 152 и 155.

Этап 4. Презентация и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Установление связей между разными способами представления данных.

Деятельность учителя: учитель организует обсуждение, задавая вопросы, которые выводят на обобщение.

Вопросы для общего обсуждения:

- 1) Мы прошли путь: сырые данные → таблица частот → гистограмма → характеристики → решение. Какой шаг этого пути был самым важным? Почему?
- 2) Если бы мы остановились только на таблице, что бы мы упустили?
- 3) Если бы мы остановились только на гистограмме, чего бы нам не хватило?
- 4) Директор сказал: «Мне нужно одно число, чтобы решить, какой размер заказать». Что бы вы ему ответили? Почему одного числа недостаточно?
- 5) Какой способ представления данных вы бы выбрали для отчета перед директором, чтобы показать, что нужно заказывать несколько размеров? Почему?
- 5) Где в жизни вы сталкиваетесь с ситуацией, когда нужно выбирать между «средним» и «несколькими вариантами»?

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: один и тот же набор данных можно представить по-разному: таблицей, диаграммой, гистограммой, набором чисел (среднее, медиана, размах). Каждый способ отвечает на свой вопрос. Чтобы понять данные, нужно уметь выбирать правильный способ и видеть, как эти способы связаны между собой.

В случае с формой: среднее показывает, какой рост типичен для класса, а размах и гистограмма показывают, что в классе есть разные ученики, и одного размера недостаточно. Именно поэтому мы рекомендуем директору заказать несколько размеров.

Методический комментарий: учитель не просто принимает ответы. Он направляет обсуждение так, чтобы ученики сами сформулировали связи между разными способами представления данных. Именно в этом и состоит обобщение. Важно подчеркнуть, что вывод групп 4 (два размера) не является единственно правильным. Можно обсуждать: «А если бы бюджет был на три размера?», «А если бы в классе были ученики с ростом 170 см?» – это показывает, что анализ данных зависит от условий задачи.

Этап 5. Рефлексия

Учитель предлагает ученикам ответить на вопросы:

- 1) Что вы могли сказать о данных в начале урока и что можете сказать теперь? Что изменилось?
- 2) Какой из способов представления данных оказался для вас самым понятным? Почему?
- 3) Что было самым важным для вас на этом уроке – построить таблицу, построить гистограмму, вычислить характеристики или принять решение о размере формы? Почему?

7 класс. Урок 32. Повторение, обобщение. Представление данных. Материалы к уроку

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/l6fkmR00vUK7vw>



7 класс. Урок 32. Повторение, обобщение. Представление данных

Материалы к уроку включают в себя:

- слайд с исходными данными (результаты роста (в см) 20 учеников 7 класса);
- слайд с таблицей (задание 1);
- ответы для учителя.

7 класс. Урок 33. Повторение, обобщение. Описательная статистика

Методическая цель урока: создать условия для осознания учащимися того, что выбор меры центральной тенденции (среднее арифметическое или медиана) зависит от наличия выбросов и цели анализа данных.

Ключевое обобщение: среднее арифметическое чувствительно к выбросам, медиана – устойчива. Выбор характеристики определяется тем, есть ли в данных резко выделяющиеся значения и что мы хотим узнать о типичном представителе.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: выявление имеющихся знаний о характеристиках данных.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы на доске.

Вопросы:

- 1) Что такое среднее арифметическое? Что оно показывает?
- 2) Что такое медиана? Что она показывает?
- 3) Что такое размах? Что он показывает?

Методический комментарий: учитель фиксирует на доске:

Среднее арифметическое – сумма всех значений, деленная на их количество. Показывает типичное значение, если данные однородны.

Медиана – значение, стоящее в середине упорядоченного ряда. Показывает типичное значение, устойчивое к выбросам.

Размах – разность между наибольшим и наименьшим значениями. Показывает разброс данных.

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта.

Деятельность учителя: учитель выводит на экран данные о ценах и ставит проблемный вопрос.

Задание для учащихся:

Вы хотите купить пакет молока. В одном районе города вы нашли такие цены (в рублях) в 10 разных магазинах:

Район А: 75, 78, 76, 77, 74, 76, 79, 77, 75, 76

В другом районе:

Район Б: 75, 78, 76, 77, 74, 76, 79, 77, 75, 150

Вопросы для обсуждения:

- 1) Где средняя цена молока ниже?
- 2) Где цена молока обычно (типично) ниже? (Найдите медиану.)
- 3) Куда вы пойдете за молоком – в район А или район Б? Почему?

Проблемный вопрос: почему средняя цена в районе Б выше, хотя почти все магазины продают молоко по тем же ценам, что и в районе А? Что за число 150 делает с данными?



Обобщающий конструкт (границы применимости): ученики приходят к выводу, что один магазин с сильно завышенной ценой «тянет» среднюю цену вверх, а на медиану почти не влияет. Но разумный покупатель пойдет в район А (или в район Б, но не в тот единственный дорогой магазин).

Методический комментарий: фиксируем на доске:

Характеристика	Район А	Район Б
Среднее	76,3	83,7
Медиана	76	76
Размах	5	75

Вывод: среднее говорит, что в районе Б молоко дороже. Но это только из-за одного магазина. На самом деле «типичная» цена такая же, как в районе А.

Этап 3. Основная работа (фронтально, с последовательным обсуждением)

Методическая функция: отработка умения выбирать характеристику в зависимости от наличия выбросов.

Деятельность учителя: учитель дает задания последовательно.

Задание 1 (данные без выбросов).

Цены на хлеб (в рублях) в десяти магазинах одного микрорайона:

42, 44, 43, 45, 42, 44, 43, 45, 44, 43

- 1) Найдите среднее арифметическое и медиану.
- 2) Сравните их. Совпадают ли они? Почему?
- 3) Какую характеристику вы бы выбрали для описания типичной цены на хлеб в этом районе?



Обобщающий конструкт (аналогия): сравните среднее и медиану. Что они показывают об этих данных?

Обсуждение: ученики вычисляют (среднее = 43,5, медиана = 43,5). Делают вывод: цены одинаковые, обе характеристики подходят.

Задание 2 (данные с одним выбросом).

В другом районе цены на тот же хлеб:

42, 44, 43, 45, 42, 44, 43, 45, 44, 75

- 1) Найдите среднее арифметическое и медиану.
- 2) Что изменилось по сравнению с первым районом? Что не изменилось?
- 3) Какая характеристика лучше описывает типичную цену на хлеб в этом районе? Почему?



Обобщающий конструкт (границы применимости): почему среднее изменилось сильно, а медиана почти нет?

Обсуждение: ученики вычисляют (среднее = 46,7, медиана = 43,5). Делают вывод: один магазин с дорогим хлебом «испортил» среднюю цену. Медиана лучше описывает типичную цену.

Задание 3 (данные с двумя выбросами).

В третьем районе:

42, 44, 43, 45, 42, 44, 43, 45, 44, 75, 80

- 1) Найдите среднее арифметическое и медиану.
- 2) Сравните с предыдущими результатами.
- 3) Какая характеристика лучше описывает типичную цену теперь?
- 4) Если бы вы открывали магазин в этом районе, на какую цену вы бы ориентировались – на среднюю или типичную? Почему?



Обобщающий конструкт (синтез): как наличие нескольких выбросов влияет на среднее и медиану?

Обсуждение: Ученики вычисляют (среднее $\approx 49,7$, медиана = 44). Делают вывод: выбросов стало больше, среднее еще сильнее отклонилось, медиана почти не изменилась.

Задание 4 (формулировка правил).

Ответьте на вопросы (учитель фиксирует выводы на доске):

- 1) В каком случае среднее арифметическое хорошо описывает данные?
- 2) В каком случае среднее арифметическое становится ненадежной характеристикой?
- 3) Сформулируйте правило: когда использовать среднее, а когда – медиану.



Обобщающий конструкт (синтез): все результаты $\rightarrow$ общее правило выбора характеристики.

На доске фиксируется:

- Если в данных нет выбросов $\rightarrow$ можно использовать среднее арифметическое.
- Если в данных есть выбросы $\rightarrow$ лучше использовать медиану (она устойчива).
- Размах помогает понять, есть ли выбросы: если он большой – скорее всего, есть.

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Применение правила в новых контекстах.

Вопросы для общего обсуждения:

- 1) Почему в новостях часто говорят о «средней зарплате», а не о «медианной»? (Чтобы показать, что средняя зарплата выглядит выше, чем медианная, и это может вводить в заблуждение)
- 2) Приведите свой пример из жизни, где медиана была бы удобнее, чем среднее.
- 3) Если в данных есть выброс, можно ли как-то использовать среднее, а не медиану? (Можно, если убрать выброс или если мы специально хотим показать его влияние)
- 4) Как размах помогает нам принять решение о выборе характеристики?

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: среднее арифметическое хорошо описывает данные, если они однородны и в них нет резких выбросов. Медиана – более устойчивая характеристика, она показывает типичное значение даже в присутствии выбросов. Выбор между средним и медианой зависит от

того, есть ли в данных резко выделяющиеся значения и что мы хотим сказать о типичном представителе.

Этап 5. Рефлексия

Учитель предлагает ученикам ответить на вопросы:

- 1) До урока вы, возможно, думали, что среднее арифметическое – это всегда «правильное» среднее. Что изменилось в вашем понимании?
- 2) В каких ситуациях вы теперь будете использовать медиану вместо среднего? Почему?
- 3) Что было самым неожиданным на этом уроке?

7 класс. Урок 33. Повторение, обобщение. Описательная статистика. Материалы к уроку

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/Fht5LJuu6D7C6Q>



7 класс. Урок 33. Повторение, обобщение. Описательная статистика

Материалы к уроку включают в себя:

- слайды с исходными данными и данными для заданий 1-3;
- ответы для учителя.

7 класс. Урок 34. Повторение, обобщение. Вероятность случайного события

Методическая цель урока: обобщить представления учащихся о частоте как экспериментальной оценке вероятности, о классификации событий и о связи между частотой и вероятностью.

Ключевое обобщение: частота события в серии испытаний – это его экспериментальная оценка. Чем больше испытаний, тем ближе частота к некоторому числу (*которое в 8 классе назовут вероятностью*).

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: выявление имеющихся знаний о случайных событиях, частоте и шансе события.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы на доске.

Вопросы:

- 1) Какие события называют достоверными? *Приведите пример.*
- 2) Какие события называют невозможными? *Приведите пример.*
- 3) Какие события называют случайными? *Приведите пример.*
- 4) Что такое частота события?
- 5) Что такое «шанс» события? (*на интуитивном уровне*)

Методический комментарий: Учитель фиксирует на доске:

События:

- *достоверное (обязательно произойдет);*
- *невозможное (никогда не произойдет);*
- *случайное (может произойти, а может не произойти).*

Частота – доля наступления события в серии испытаний.

«Шанс» – насколько событие возможно.

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – осознание того, что частота может отличаться от ожидаемого значения, и понимание причин этого.

Задание для учащихся:

В школе провели эксперимент. Два ученика, Миша и Саша, бросали монету и записывали результаты.

Миша: «Я подбросил монету 20 раз. Орел выпал 12 раз. Значит, шанс выпадения орла не 0,5, как говорят в учебнике. Учебник ошибается!»

Саша: «А я подбросил монету 200 раз. Орел выпал 92 раза. У меня получилось почти 0,5. Учебник прав.

Задание для учащихся (фронтально):

- 1) Чему равна частота выпадения орла у Миши? ($12/20 = 0,6$)
- 2) Чему равна частота выпадения орла у Саши? ($92/200 = 0,46$)
- 3) У кого частота ближе к 0,5? (У Саши)

Проблемный вопрос: кто из мальчиков прав? Почему их результаты отличаются? Если бы Миша бросил монету еще 1000 раз, что бы изменилось? Какой эксперимент надежнее – Миши или Саши? Почему?



Обобщающий конструкт (границы применимости): при малом числе испытаний частота может сильно отличаться от ожидаемого значения. Чем больше испытаний, тем ближе частота к ожидаемому значению. Поэтому эксперимент Саши (200 бросков) надежнее, чем эксперимент Миши (20 бросков).

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Расхождение Миши и Саши – не ошибка, а закономерность. При малых сериях случайность «шумит», при больших – «сглаживается».

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: отработка умений классифицировать события, находить частоту и устанавливать связь между частотой и шансом события.

Деятельность учителя: учитель дает задания последовательно, организуя обсуждение после каждого.

Задание 1.

Миша решил проверить, что будет, если бросить монету 50 раз. Орел выпал 28 раз.

Вопросы для обсуждения (фронтально):

- 1) Чему равна частота выпадения орла в этой серии? ($28/50 = 0,56$)
- 2) У Миши теперь частота 0,56. У Саши была 0,46. У кого частота ближе к 0,5? (У Саши – 0,46 ближе к 0,5, чем 0,56)

3) Как вы думаете, если бросить монету 500 раз, частота будет ближе к 0,5 или дальше? Почему? (*Ближе, потому что чем больше испытаний, тем меньше влияние случайности*)

4) Что такое вероятность выпадения орла у правильной монеты? (*0,5 – орел и решка имеют равные шансы*)

5) Чем отличается вероятность от частоты? (*Вероятность – теоретическая, частота – экспериментальная*)



Обобщающий конструкт (перевод): вероятность – это то, что должно быть в среднем при большом числе испытаний. Частота – это то, что получилось в конкретном эксперименте. При малом числе испытаний они могут не совпадать.

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Вероятность и частота – это не одно и то же. Вероятность – теоретическая, частота – экспериментальная. Если монета правильная, шанс орла всегда 0,5, но частота может отличаться при малом числе бросков».

Задание 2. Классификация событий (фронтально).

В коробке лежат только красные и синие шары. Красных – 7, синих – 3.

1) Какое событие достоверное? (*вынутый шар будет либо красным, либо синим*)

2) Какое событие невозможное? (*вынутый шар будет, например, зеленым*)

3) Какие события случайные? (*вынут красный / вынут синий*)

4) Какое событие более вероятно? (*вынуть красный – красных больше*)

5) Сравните с монетой. В чем разница между шарами и монетой? (*В монете два равных шанса (0,5 и 0,5), а в шарах – неравных (0,7 и 0,3)*)



Обобщающий конструкт (аналогия): и в монете, и в шарах есть несколько исходов. Но в монете шансы равны, а в шарах – разные. «Более вероятно» не значит «обязательно»: даже если красных больше, синий шар все равно могут вынуть.

Методический комментарий: важно, чтобы ученики поняли: «более вероятно» не значит «обязательно». Если красных больше, это не гарантирует, что вы всегда будете вытаскивать красный шар.

Задание 3. Маловероятные события (фронтально).

Вы подбросили монету 10 раз. Все 10 раз выпал орел.

1) Это возможное событие? (*да*)

2) Это частое событие? (*нет*)

3) Как называется такое событие? (*маловероятное*)

4) Если подбросить монету еще раз, что вероятнее – орел или решка? (*одинаково*)

5) Почему, даже если 10 раз подряд выпал орел, шанс выпадения орла при следующем броске не стал меньше? (*У монеты нет памяти. Прошлые результаты не влияют на будущие*)



Обобщающий конструкт (границы применимости): даже если 10 раз подряд выпал орел, это не значит, что монета «должна» дать решку. Шансы по-прежнему равны.

Методический комментарий: это одна из самых сложных и важных идей. Учитель подводит к мысли: прошлые результаты не влияют на будущие. У монеты нет памяти.

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Фиксация вывода о связи частоты и шанса события.

Деятельность учителя: учитель организует обсуждение, задавая вопросы, которые выводят на обобщение.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Чем отличается частота от ожидаемого «шанса» события?
- 2) Почему при малом числе опытов частота может сильно отличаться от ожидаемой?
- 3) Представьте: врач сказал: «Возможность того, что у вас грипп, – 40%». Что это значит? (*Это не значит, что ровно 40% людей болеют. Это оценка шанса*)
- 4) Что такое маловероятное событие? Приведите пример из жизни.
- 5) Может ли частота события быть равна 0? А 1? Что это значит?
- 6) Почему важно понимать, что у монеты нет памяти? Где в жизни это знание может пригодиться?

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: частота события в серии испытаний показывает, как часто событие происходило в реальности. При большом числе испытаний частота становится близка к некоторому числу – шансу события. Шанс события не зависит от того, что происходило раньше. При этом у случайных событий нет памяти: то, что произошло раньше, не влияет на будущее.

Этап 5. Рефлексия

- 1) В начале урока Миша сказал: «Монета неправильная, потому что орел выпал 12 раз из 20». Что бы вы ответили Мише теперь? Что изменилось в вашем понимании?
- 2) Чем отличается шанс события от его частоты?
- 3) Что было самым неожиданным на этом уроке?

8 класс. Урок 32. Повторение, обобщение. Представление данных. Описательная статистика

Методическая цель урока: создать условия для осознания учащимися того, что среднее арифметическое, медиана и размах не всегда достаточны для описания данных, и что дисперсия и стандартное отклонение позволяют объективно оценить однородность данных.

Ключевое обобщение: среднее и медиана показывают «типичное» значение, размах показывает общий интервал данных, но ни одна из этих характеристик не говорит о том, как значения распределены внутри этого интервала. Дисперсия и стандартное отклонение показывают, насколько сильно значения отклоняются от среднего в целом, и позволяют судить об однородности данных.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: выявление имеющихся знаний о среднем, медиане, размахе, дисперсии и стандартном отклонении.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы на доске.

Вопросы:

- 1) Что такое среднее арифметическое? Что оно показывает?
- 2) Что такое медиана? Что она показывает?
- 3) Что такое размах? Что он показывает?
- 4) Что такое дисперсия? Что она показывает?
- 5) Что такое стандартное отклонение? Что оно показывает?

Методический комментарий: На этом этапе важно не давать готовых ответов. Ученики сами называют понятия, учитель систематизирует их на доске, показывая, что все эти характеристики относятся к описательной статистике, но отвечают на разные вопросы:

Среднее – типичное значение.

Медиана – середина упорядоченного ряда.

Размах – разность между максимумом и минимумом (общий интервал).

Дисперсия – средний квадрат отклонений от среднего.

Стандартное отклонение – корень из дисперсии (типичное отклонение от среднего).

Учитель подводит к мысли: «Эти характеристики дополняют друг друга. Но иногда они могут вводить в заблуждение, если смотреть на них по отдельности».

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – ситуация, в которой среднее, медиана и размах не дают полной картины о данных.

Деятельность учителя: учитель выводит на экран (или записывает на доске) два ряда чисел.

Задание для учащихся:

Перед вами результаты двух баскетболистов за 10 матчей (очки за игру):

Игрок 1: 10, 13, 16, 19, 22, 22, 25, 28, 31, 34

Игрок 2: 10, 17, 19, 20, 22, 22, 23, 24, 27, 34

Вопросы:

- 1) Найдите среднее и медиану для каждого игрока. Сравните их.
- 2) Как вы думаете, кто из игроков стабильнее? Почему?

Ожидаемый ответ: ученики выясняют, что у игроков 1 и 2 средние 22 и 21,8; медиана: 22 и 22. Мнения о стабильности могут разделиться, так как на первый взгляд ряды выглядят похоже.

Проблемный вопрос: средние почти одинаковые, медианы совпадают. Но чувствуется ли разница между игроками? Что еще можно посмотреть, чтобы понять, кто стабильнее?

Методический комментарий: после того как ученики выскажут свои предположения, учитель фиксирует: «Стабильность – это когда значения мало отклоняются от среднего. Но как это измерить?»



Обобщающий конструкт (границы применимости): среднее арифметическое и медиана показывают «центр» данных, но не говорят о том, насколько данные разбросаны. Для этого нужны другие характеристики.

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Среднее и медиана – это хорошо, но они не показывают, есть ли в данных сильные отклонения от среднего. Нужно посмотреть на разброс».

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: формирование умения вычислять и интерпретировать дисперсию и стандартное отклонение для сравнения однородности данных.

Деятельность учителя: учитель дает задания последовательно, организуя обсуждение после каждого.

Задание 1 (фронтально, с вычислениями).

Необходимо найти разброс каждого игрока.

Игрок 1: максимум = 34, минимум = 10 → размах = 24

Игрок 2: максимум = 34, минимум = 10 → размах = 24

- 1) Одинаковый ли размах у игроков? (да)
- 2) Что показывает размах? (общий интервал данных)
- 3) Можно ли сказать, что игроки одинаково стабильны, если размах одинаковый? (нет, потому что размах показывает только крайние значения, а не все)



Обобщающий конструкт (границы применимости): размах одинаковый, но это не значит, что данные одинаковы.

Задание 2 (фронтально, с вычислениями).

Необходимо найти дисперсию и стандартное отклонение для каждого игрока.

Данные можно представить в таблице:

Характеристика	Игрок 1	Игрок 2
Среднее	22	21,8
Медиана	22	22
Размах	24	24
Дисперсия	54	35,56
Стандартное отклонение	≈ 7,35	≈ 5,96

- 1) Почему размах одинаковый, а дисперсия и стандартное отклонение разные?
- 2) Что показывает стандартное отклонение? (типичное отклонение от среднего)
- 3) Почему среднее и медиана не показали разницу между игроками, а стандартное отклонение показало?



Обобщающий конструкт (аналогия): сравните две пары характеристик – размах одинаковый, но дисперсия и стандартное отклонение разные.

Задание 3 (самостоятельно, с последующей проверкой).

В двух группах спортсменов замеры результаты в беге на 100 м (в секундах):

Группа 1: 12,8; 13,0; 13,2; 13,4; 13,6; 13,8; 14,0; 14,2; 14,4; 14,6

Группа 2: 13,0; 13,1; 13,3; 13,4; 13,6; 13,7; 13,9; 14,0; 14,2; 14,8

- 1) Найдите среднее, медиану, размах, дисперсию и стандартное отклонение для каждой группы.
- 2) Какая группа более однородна? Почему?

Характеристика	Группа 1	Группа 2
Среднее	13,7	13,7
Медиана	13,7	13,65
Размах	1,8	1,8
Дисперсия	0,33	0,27
Стандартное отклонение	$\approx 0,57$	$\approx 0,52$

Вывод: группа 2 чуть более однородна (стандартное отклонение меньше). Но разница небольшая – можно обсудить, почему она незначительная и что это значит.

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Применение знаний о разбросе в новых контекстах.

Вопросы для общего обсуждения:

- 1) Почему в примере с игроками среднее и медиана были почти одинаковыми, размах – одинаковым, но выводы о стабильности оказались разными?
- 2) Что показывает дисперсия и стандартное отклонение, чего не показывают среднее, медиана и размах?
- 3) В 7 классе вы узнали, что медиана устойчива к выбросам, а среднее – нет. Сегодня мы увидели, что даже если среднее и медиана близки, данные могут быть разными. Что нового вы сегодня узнали о данных?
- 4) В каких жизненных ситуациях важно знать не только среднее, но и разброс?

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: среднее и медиана показывают «типичное» значение. Размах показывает общий интервал данных. Но ни одна из этих характеристик не говорит о том, как значения распределены внутри этого интервала. Дисперсия и стандартное отклонение показывают, насколько сильно значения отличаются от среднего в целом. Они позволяют судить об однородности данных: чем они меньше, тем данные более стабильны и однородны.

Этап 5. Рефлексия

- 1) Что нового вы узнали о том, как описывать данные?
- 2) В каких ситуациях вы теперь будете использовать не только среднее, но и стандартное отклонение?
- 3) Что было самым неожиданным на этом уроке?

8 класс. Урок 32. Повторение, обобщение. Представление данных. Описательная статистика. Материалы к уроку

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/yGFxbipozw9OEg>



**8 класс. Урок 32. Повторение, обобщение. Представление данных.
Описательная статистика**

Материалы к уроку включают в себя:

- слайд с исходными данными (результаты двух баскетболистов);
- слайд с данными для задания 3 (результаты спортсменов);
- таблицу для данных;
- ответы для учителя.

8 класс. Урок 33. Повторение, обобщение. Графы

Методическая цель урока: обобщить знания о графах, деревьях и их свойствах через решение практической задачи проектирования сети и ее анализа на надежность.

Ключевое обобщение: дерево – это связный граф без циклов. Оно минимально по числу ребер, но не дает резервных путей. Надежность требует добавления циклов, а значит – дополнительных затрат. Выбор между деревом и графом с циклами – это выбор между экономией и надежностью.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: выявление имеющихся знаний о графах, деревьях и их свойствах.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы на доске.

Вопросы:

- 1) Что такое граф?
- 2) Что такое дерево?
- 3) Какие свойства дерева вы знаете?
- 4) Что такое цикл в графе?
- 5) Что произойдет с графом, если в дереве число вершин станет равно числу ребер? *(Учитель фиксирует ответ на доске, но не дает окончательного объяснения. К этому вопросу он вернется в конце урока, когда ученики смогут ответить на него на основе полученных знаний)*

Методический комментарий: Учитель фиксирует на доске:

Граф – вершины и ребра.

Дерево – связный граф без циклов.

Свойства дерева:

- *ровно один путь между любыми двумя вершинами;*
- *число ребер = число вершин – 1 ($B = P + 1$);*
- *есть хотя бы одна висячая вершина.*

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – ситуация, где знание свойств дерева помогает принять решение.

Деятельность учителя: учитель вводит сюжет и ставит проблемный вопрос.

Задание для учащихся:

В микрорайоне прокладывают оптоволоконную сеть для интернета.

Схема сети:

- Центральный узел (Ц).
- Три распределительных узла (P1, P2, P3).
- В каждом районе по 4 дома (всего 12 домов).

Сеть строится по принципу дерева:

- От Ц к каждому Р – по одному кабелю.
- От каждого Р к каждому дому в его районе – по одному кабелю.

Данные для расчета стоимости:

Объект	Длина 1 кабеля (км)	Стоимость 1 км (млн руб.)
Ц → P1	2	1,2
Ц → P2	3	1,2
Ц → P3	4	1,2
P1 → дома	1	0,8
P2 → дома	1,5	0,8
P3 → дома	2	0,8

Дополнительно:

- Монтаж одного распределительного узла – 1,5 млн руб.
- Подключение одного дома – 0,2 млн руб.

Задание для учащихся (фронтально):

- 1) Изобразите схему сети в виде графа. Что это за граф? (*дерево*)
- 2) Сколько всего кабелей в этой сети? Проверьте, выполняется ли свойство $B = P + 1$. Что это свойство говорит о дереве?
- 3) Рассчитайте общую стоимость проекта. (**Кабель:** $(2+3+4) \times 1,2 + (4 \times 1 + 4 \times 1,5 + 4 \times 2) \times 0,8 = 10,8 + 14,4 = 25,2$ млн руб. **Узлы:** $3 \times 1,5 = 4,5$ млн руб. **Подключение домов:** $12 \times 0,2 = 2,4$ млн руб. **Итого: 32,1 млн руб.**)
- 4) Будет ли эта схема самой дешевой? Почему?

Проблемный вопрос: эта схема дешевая, но что произойдет, если один кабель перережут? Останется ли связь у всех домов? Как вы думаете, дерево – это всегда лучший выбор?



Обобщающий конструкт (границы применимости): дерево – самая дешевая связная схема, но она не дает резервных путей. Это хорошо, пока все работает, и плохо, когда случается авария.

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Дерево экономит деньги, но не дает запаса прочности. Нужно выбирать между экономией и надежностью».

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: применение свойств деревьев для решения практических и вероятностных задач.

Задание 1 (фронтально, с обсуждением). Анализ надежности дерева.

Через месяц после прокладки сети экскаватор перерубил кабель.

Ситуация: Перерублен кабель от центрального узла к P2.

Вопросы:

- 1) Какие дома останутся без интернета? (*Все дома в P2 – 4 дома*)
- 2) Почему это произошло? (*В дереве только один путь к каждому району*)
- 3) Если бы перерубили кабель от P2 к одному из домов, сколько домов осталось бы без связи? (*Только один дом*)
- 4) Почему в одном случае страдают 4 дома, а в другом – только 1?



Обобщающий конструкт (аналогия): положение ребра в дереве определяет, сколько вершин от него зависит.

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «В дереве одни ребра – более важные, чем другие. Если перерезать ребро ближе к корню, «пострадает» больше вершин».

Задание 2.

Предложите вариант модернизации сети, чтобы при обрыве любого одного кабеля связь сохранялась у всех домов.

Задание:

- 1) Нарисуйте схему модернизированной сети.
- 2) Рассчитайте стоимость модернизации.
- 3) Подготовьте аргументы, почему ваш вариант лучше (надежность, стоимость, простота).
- 4) Представьте свой проект.

Ожидаемый ответ: вариантов может быть несколько:

- Добавить только P1–P2 (дешевле, но P3 все еще уязвим).
- Добавить P1–P2 и P2–P3 (дороже, но все районы защищены).
- Добавить резервные кабели от центра к каждому P (еще дороже, но максимальная надежность).

Рассмотрим самый оптимальный вариант, где предлагается добавить резервные кабели, соединив районные узлы: P1–P2 и P2–P3.

Стоимость модернизации: $(3 \text{ км} + 4 \text{ км}) \times 1,2 = 8,4 \text{ млн руб.}$

Общая стоимость: $32,1 + 8,4 = 40,5 \text{ млн руб.}$

Теперь, например, у дома №6 (в районе P2) есть два пути к интернету:

Основной: Центр → P2 → дом №6

Резервный: Центр → P1 → P2 → дом №6



Обобщающий конструкт (синтез): как изменятся свойства графа, если добавить циклы? Что произойдет с числом ребер, стоимостью и надежностью?

Методический комментарий: после выступлений групп учитель организует обсуждение: какой вариант выбрали бы вы, если бы были мэром города? Почему? Что важнее – сэкономить 8,4 млн руб. или обеспечить надежность?

Задание 3 (фронтально, с вычислениями). *Вероятность остаться без связи.* В реальной жизни кабели могут перерезать. Вероятность перерезания **магистрального кабеля** за год равна **0,01**. Вероятность перерезания **местного кабеля** за год равна **0,05**. Кабели рвутся независимо.

1) Какова вероятность, что дом №6 (в районе P2) останется без связи?

Решение: дом №6 остается без связи, если перерезан магистральный кабель Ц→P2 ИЛИ местный кабель P2→дом №6.

$$P = 0,01 + 0,05 - 0,01 \cdot 0,05 = 0,06 - 0,0005 = 0,0595$$

2) После модернизации у дома №6 появился резервный путь (через P1). Теперь дом остается без связи, только если оба пути перерезаны одновременно.

Решение: $P = 0,01 \cdot 0,01 = 0,0001$ (потому что оба пути должны быть перерезаны одновременно, а события независимы)

3) Мы знаем, сколько стоит модернизация. Но как оценить, насколько она выгодна? Для этого нужно посмотреть, как изменится риск остаться без связи. Во сколько раз снизилась вероятность остаться без связи для дома №6 после модернизации?

Решение: $0,0595 / 0,0001 = 595$ раз (чтобы узнать, во сколько раз уменьшился риск, нужно разделить исходную вероятность на новую)



Обобщающий конструкт (границы применимости): добавление циклов многократно снижает риск, но требует затрат.

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Мы заплатили за резервные кабели, и риск упал в 595 раз. Но всегда ли это нужно? В каких ситуациях мы готовы платить за надежность, а в каких – нет?»

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Установление связей между свойствами деревьев и их применением.

Вопросы для общего обсуждения:

- 1) Представьте, что в районе появляется новый микрорайон и нужно добавить еще один районный узел. Как изменится дерево? Сколько кабелей нужно добавить? А если мы хотим сохранить надежность (чтобы при обрыве любого кабеля связь не нарушалась), сколько кабелей нужно добавить теперь?
- 2) Почему в дереве ровно один путь между любыми двумя вершинами?
- 3) Чем дерево отличается от графа с циклом?
- 4) Что общего между деревом в строительстве и деревом в вероятности?
- 5) Где в жизни мы выбираем между «деревом» и «сетью с циклами»?
- 6) Какие свойства дерева мы использовали сегодня на уроке?

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: дерево – это связный граф без циклов. Оно экономично, но не дает запасных путей. Добавление циклов повышает надежность, но увеличивает затраты. Выбор между деревом и графом с циклами – это выбор между экономией и надежностью. В реальной жизни этот выбор зависит от того, что важнее: сэкономить деньги или минимизировать риск.

Этап 5. Рефлексия

- 1) Что нового вы узнали о деревьях на этом уроке?
- 2) В каких ситуациях вы теперь будете использовать свойства деревьев?
- 3) Что было самым неожиданным на этом уроке?

8 класс. Урок 33. Повторение, обобщение. Графы. Материалы к уроку

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/Z4DStXQihoiW5Q>



8 класс. Урок 33. Повторение, обобщение. Графы

Материалы к уроку включают в себя:

- слайд с исходными данными;
- данные для расчета стоимости;
- сеть после модернизации;
- ответы для учителя.

9 класс. Урок 25. Обобщение, систематизация знаний.

Представление данных

Методическая цель урока: систематизировать знания учащихся о способах представления данных (таблицы, столбиковые диаграммы, круговые диаграммы, гистограммы) и их применении для первичного анализа информации, включая элементы описательной статистики (среднее). Создать условия для интеллектуальной работы по интерпретации данных – определения типа маршрута по его паттерну загрузки.

Ключевое обобщение: данные можно представить по-разному: таблица дает точность, диаграмма – наглядность, гистограмма – показывает распределение. Но главное – данные можно читать: по тому, как меняется пассажиропоток по дням недели, можно определить, где проходит маршрут. Статистика помогает не просто смотреть на числа, а понимать реальность.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: выявление имеющихся знаний о способах представления данных и статистических характеристиках.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы на доске в виде кластера «Способы работы с данными».

Вопросы:

- 1) Какие способы представления данных вы знаете?
- 2) Что такое таблица частот? Для чего она нужна?
- 3) Чем столбиковая диаграмма отличается от гистограммы?
- 4) Когда мы используем круговую диаграмму?
- 5) Что такое среднее арифметическое? Что оно показывает?
- 6) Может ли один способ представления данных заменить все остальные? Почему?

Методический комментарий: последний вопрос создает мостик к этапу 2: ученики приходят к мысли, что каждый способ дает свою часть картины, и для полного понимания нужны все инструменты.

Способ представления	Что дает
Таблица	Точность, все данные видны
Столбиковая диаграмма	Сравнение величин
Круговая диаграмма	Доли и проценты
Гистограмма	Распределение данных по интервалам

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – ситуация, где данные сами по себе не раскрывают смысл, и требуется их интерпретация.

Деятельность учителя: учитель выводит на экран слайд с картой города (жилой район, деловой центр, торговый центр, вокзал, промзона, университет) и таблицу с данными по 10 маршрутам (без заполненного столбца «Тип»).

Задание для учащихся:

Городской департамент транспорта изучает пассажиропоток на маршрутах общественного транспорта. Собраны данные о количестве пассажиров (в тыс. человек) на 10 автобусных маршрутах за неделю:

Маршрут	Тип	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
1		25	28	30	32	35	15	12
2		20	22	25	28	40	50	45
3		30	28	25	30	50	35	55
4		50	55	52	58	60	25	20
5		15	18	20	22	35	10	8
6		20	22	10	25	28	8	6
7		35	38	40	42	45	15	10
8		25	28	30	35	50	55	60
9		20	22	25	28	45	30	50
10		40	42	45	48	50	45	40

Задание для учащихся (фронтально/в парах):

- 1) Посмотрите на таблицу и карту города.
- 2) Как вы думаете, какие маршруты проходят через деловой центр?
- 3) Какие маршруты проходят через торговый центр?
- 4) Какие маршруты проходят через вокзал?
- 5) Заполните таблицу в тетради:

Маршрут	Ваше предположение (тип)	Почему вы так думаете?
1		
2		
...		

Проблемный вопрос: вы только что сделали предположения о типах маршрутов. Как вы думаете, что нам нужно сделать, чтобы проверить наши догадки?



Обобщающий конструкт (перевод): сырые данные (таблица) → поиск закономерностей → гипотеза → проверка.

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Мы выдвинули гипотезы. Чтобы их проверить, нам нужно построить диаграммы и выполнить расчеты».

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: применение разных способов представления данных для анализа и проверки гипотез.

Деятельность учителя: учитель дает задания последовательно, организуя обсуждение после каждого.

Задание 1. Столбиковая диаграмма и среднее значение

Постройте столбиковую диаграмму, показывающую пассажиропоток каждого маршрута в пятницу (самый загруженный день для большинства маршрутов).

Рассчитайте средний пассажиропоток за неделю для каждого маршрута (среднее арифметическое по дням недели).

Вопросы для обсуждения:

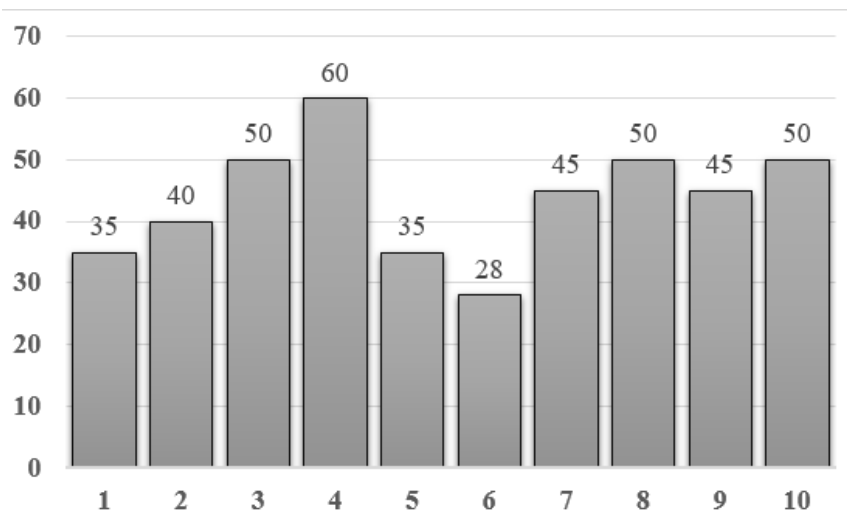
- 1) Посмотрите на столбиковую диаграмму. Какие маршруты, по вашему мнению, проходят через деловой центр? А через торговый центр? Подтвердились ли ваши первые догадки?
- 2) Какой маршрут самый загруженный в пятницу? (4-й)
- 3) Какой маршрут имеет самое высокое среднее? (4-й)
- 4) Какой маршрут имеет необычный паттерн (выходные > будни)? (2-й)



Обобщающий конструкт (перевод): таблица → столбиковая диаграмма + среднее арифметическое. Что изменилось? Что стало понятнее?

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Столбиковая диаграмма сразу показывает, какие маршруты загружены больше, а какие – меньше. Среднее помогает увидеть типичный уровень загрузки. Теперь мы можем проверить наши гипотезы».

Данные для учителя:



Маршрут	Средний пассажиропоток, тыс. чел.
1	25,3
2	32,9
3	36,1
4	45,7
5	18,3
6	17
7	32,1
8	40,4
9	31,4
10	44,3

Задание 2. Гистограмма

Разбейте все данные пассажиропотока за неделю (70 значений) на интервалы: 0–10, 11–20, 21–30, 31–40, 41–50, 51–60 тыс. человек.

Постройте гистограмму распределения пассажиропотока.

Вопросы для обсуждения:

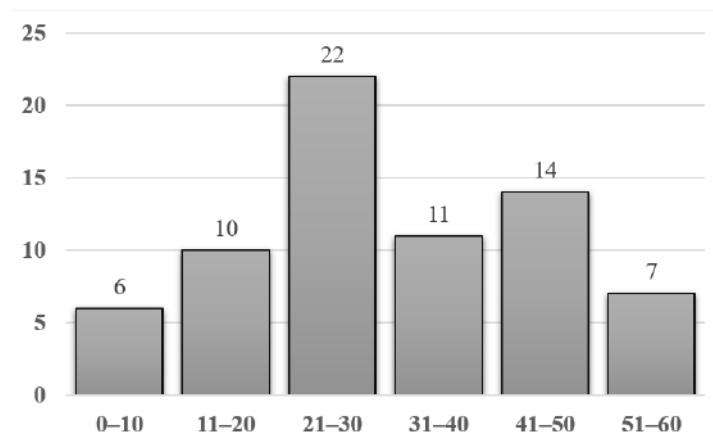
- 1) В каком интервале находится большинство значений? (21–30 – 22 значения, 41–50 – 14 значений).
- 2) Как гистограмма помогает нам увидеть общую картину? Какие маршруты, по вашему мнению, создают эти пики?
- 3) Почему на гистограмме два пика? (Есть маршруты с разным уровнем загрузки)
- 4) Что показывает гистограмма, чего не показывают ни таблица, ни столбиковая диаграмма? (Распределение значений по интервалам).



Обобщающий конструкт (аналогия): сравните столбиковую диаграмму и гистограмму. Что они показывают по-разному?

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Гистограмма показывает распределение данных. Мы видим, есть две группы маршрутов – с низкой и с высокой загрузкой. Это помогает понять структуру транспортной сети».

Данные для учителя:



Задание 3 (фронтально, с обсуждением). Окончательная проверка гипотез
Вернитесь к таблице, которую вы заполняли в начале урока. Сравните свои первые догадки с тем, что вы увидели на диаграммах.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Какие маршруты вы определили правильно? Какие признаки вам помогли?
- 2) В каких маршрутах вы ошиблись? Что вас запутало?
- 3) Какой вывод вы можете сделать о том, как нужно анализировать данные?

 **Обобщающий конструкт (синтез):** все инструменты работают вместе: таблица дает точность, столбиковая диаграмма – сравнение, гистограмма – распределение, среднее – типичный уровень. Только вместе они позволяют проверить гипотезы и понять реальность.

Данные для учителя:

Маршрут	Тип	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
1	Жилой район → центр	25	28	30	32	35	15	12
2	Торговый центр	20	22	25	28	40	50	45
3	Вокзал	30	28	25	30	50	35	55
4	Деловой центр	50	55	52	58	60	25	20
5	Спальный район	15	18	20	22	35	10	8
6	Университет	20	22	10	25	28	8	6
7	Промзона	35	38	40	42	45	15	10
8	Торгово-развлекательный	25	28	30	35	50	55	60
9	Жилой → вокзал	20	22	25	28	45	30	50
10	Универсальный	40	42	45	48	50	45	40

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Установление связей между способами представления данных.

Вопросы для общего обсуждения:

- 1) Если бы у вас был только один инструмент (только таблица, только столбиковая диаграмма или только гистограмма), смогли бы вы определить типы маршрутов? Почему?
- 2) Вспомните маршруты, в которых вы ошиблись. Какой признак (будни, выходные, пик в пятницу) вас запутал? Почему так произошло?
- 3) Что было самым интересным в этом задании?
- 4) Какой вывод можно сделать о том, как нужно анализировать данные?

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: Данные можно представить по-разному: таблица дает точность, столбиковая диаграмма – сравнение, гистограмма – распределение, среднее – типичный уровень. Каждый способ отвечает на свой вопрос. Но главное – умение «читать» данные, видеть паттерны и интерпретировать их. Сегодня мы проверили наши гипотезы с помощью диаграмм и убедились, что данные действительно отражают реальную жизнь.

Этап 5. Рефлексия

- 1) В начале урока вы смотрели на таблицу и видели просто числа. Что вы видите в этих данных теперь?
- 2) Какой инструмент (таблица, диаграмма, гистограмма, среднее) показался вам самым полезным для понимания данных? Почему?
- 3) Что было самым важным для вас на этом уроке – построить диаграмму, вычислить среднее или понять, что скрывается за цифрами? Почему?

**9 класс. Урок 25. Обобщение, систематизация знаний.
Представление данных. Материалы к уроку**

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/eQg-yNZnOdygfQ>



9 класс. Урок 25. Обобщение, систематизация знаний. Представление данных

Материалы к уроку включают в себя:

- слайд с исходными данными;
- слайд с типами маршрутов;
- ответы для учителя.

9 класс. Урок 26. Обобщение, систематизация знаний. Описательная статистика

Методическая цель урока: создать условия для осознания учащимися нового уровня применения дисперсии – не как инструмента сравнения групп, а как инструмента обнаружения аномалий и установления границ статистической нормы внутри одного набора данных.

Ключевое обобщение: в 8 классе дисперсия помогала ответить на вопрос: «Кто стабильнее?». В 9 классе мы используем ее, чтобы ответить на вопрос: «Что выбивается из нормы?». Дисперсия и стандартное отклонение позволяют построить «коридор нормы» вокруг среднего и выявить дни, которые требуют особого внимания.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: выявление имеющихся знаний о дисперсии и подготовка к переходу на новый уровень осмысления.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы.

Вопросы:

- 1) Что такое дисперсия? Что она показывает?
- 2) Для чего мы использовали дисперсию в 8 классе? *(Для сравнения стабильности двух групп)*
- 3) Что мы сравнивали? *(У кого разброс меньше – тот стабильнее)*
- 4) А что, если у нас нет второй группы для сравнения? Например, есть только один маршрут. Как понять, какие дни на этом маршруте – нормальные, а какие – аномальные? Что нам может помочь?

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Сегодня мы научимся использовать дисперсию по-новому – не для сравнения, а для диагностики. Мы научимся находить аномалии в данных, даже если у нас нет второй группы для сравнения».

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – противоречие между «средним нормальным» и «реальностью с аномалиями».

Деятельность учителя: учитель выводит на экран данные маршрута № 4 из уже знакомой таблицы.

Задание для учащихся:

Департамент транспорта анализирует работу маршрута № 4. Данные о пассажиропотоке за неделю (из урока 9.25):

Маршрут	Тип	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
4	Деловой центр	50	55	52	58	60	25	20

Вопросы:

- 1) Какой день – самый загруженный? (*Пятница, 60 тыс.*)
- 2) Какой день – самый малозагруженный? (*Воскресенье, 20 тыс.*)
- 3) Можно ли сказать, что маршрут работает стабильно?

Проблемный вопрос: мы знаем, что маршрут № 4 проходит через деловой центр. Как вы думаете, связаны ли аномалии (спад в выходные) с типом маршрута? Как определить, какие дни работают «нормально», а какие – «аномально»? Где проходит граница (с точки зрения описательной статистики) между нормой и аномалией?

 **Обобщающий конструктор (границы применимости):** среднее – это центр. Но он ничего не говорит о том, что считать нормой, а что – аномалией. Для этого нужно измерить, насколько сильно отличаются отдельные дни от среднего. Дисперсия позволяет установить границы «нормального» разброса.

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Мы знаем, что такое дисперсия. Сегодня мы научимся использовать ее, чтобы устанавливать границы нормы. Это будет наш новый инструмент – «коридор нормы»».

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: применение дисперсии для обнаружения аномалий.

Деятельность учителя: учитель предлагает ученикам пошагово построить «коридор нормы» для маршрута № 4. Все вычисления делаются на доске.

Задание 1 (фронтально).

Шаг 1. Находим среднее: $(50 + 55 + 52 + 58 + 60 + 25 + 20) / 7 = 320 / 7 \approx 45,7$.

Шаг 2. Находим дисперсию и стандартное отклонение (S). *Для экономии времени учитель может дать готовые значения: $S \approx 15,1$.*

Шаг 3. Строим «коридор нормы»: $[45,7 - 15,1; 45,7 + 15,1] = [30,6; 60,8]$.

Шаг 4. Проверяем каждый день:

День	Значение	Попадает в коридор?
Пн	50	Да
Вт	55	Да
Ср	52	Да
Чт	58	Да
Пт	60	Да
Сб	25	Нет (ниже)
Вс	20	Нет (ниже)

Вопросы для обсуждения:

- 1) Какие дни попадают в «коридор нормы»? (*пн–пт*)
- 2) Какие дни выходят за границы коридора? (*сб и вс*)
- 3) Что это значит? (*Суббота и воскресенье – аномальные дни. Они требуют особого внимания*)
- 4) Какой вывод можно сделать о работе маршрута? (*Маршрут работает нестабильно: будни перегружены, выходные – пустые*)



Обобщающий конструкт (перевод): Мы построили «коридор нормы»: [среднее – S; среднее + S]. Все, что внутри – норма. Все, что снаружи – аномалия.

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «В 8 классе мы использовали дисперсию для сравнения двух групп. Сегодня мы используем ее для диагностики одной группы. Мы нашли аномальные дни, которые требуют внимания департамента».

Задание 2. Диагностика и решения

Департамент хочет понять причины аномалий и принять решения.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Как вы думаете, почему в будни пассажиропоток высокий, а в выходные – низкий? (*Маршрут проходит через деловой центр, в выходные там мало людей*)
- 2) Какие решения должен принять департамент на основе этого анализа? (*В будни: увеличить количество автобусов. В выходные: уменьшить количество автобусов*)
- 3) Что было бы, если бы мы смотрели только на среднее? (*Мы бы не увидели проблему*)
- 4) Как вы думаете, какие еще маршруты из таблицы могут иметь похожие аномалии? (*Например, маршруты 1, 5, 7 – они тоже проходят через жилые районы или промзоны, где в выходные пассажиров мало*)
- 5) Как дисперсия помогла увидеть аномалии?
- 6) Что важнее для планирования – среднее или знание аномалий?



Обобщающий конструкт (синтез): среднее показывает общий уровень. Дисперсия показывает границы нормы и аномалии. Для принятия решений нужно использовать оба инструмента.

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Теперь мы умеем не просто вычислять дисперсию, а использовать ее для диагностики. Мы можем сказать: «Эти дни работают нормально, а эти – аномально»»

Задание 3. Применение инструмента к другому маршруту
Департамент просит проанализировать маршрут № 8.

Маршрут	Тип	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
8	Торгово-развлекательный	25	28	30	35	50	55	60

Задание (индивидуально):

- 1) Найдите среднее. ($\approx 40,4$)
- 2) Найдите S . (дано: $S \approx 13,2$)
- 3) Постройте «коридор нормы». ($[40,4 - 13,2; 40,4 + 13,2] = [27,2; 53,6]$)
- 4) Какие дни попадают в коридор? (вт–пт)
- 5) Какие дни выходят за границы? (сб и вс – выше нормы, пн – ниже нормы)
- 6) Сравните с маршрутом № 4. В чем разница? (На маршруте № 4 аномалии – выходные (слишком мало пассажиров). На маршруте № 8 аномалии – выходные (слишком много пассажиров))



Обобщающий конструкт (аналогия): на маршруте № 4 аномалии – спад в выходные. На маршруте № 8 аномалии – пик в выходные. Это разные проблемы, но их помогает увидеть один и тот же инструмент.

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Установление связи между дисперсией и обнаружением аномалий.

Вопросы для общего обсуждения:

- 1) В 8 классе мы использовали дисперсию для сравнения двух групп. Как мы использовали дисперсию сегодня? (Для обнаружения аномалий внутри одной группы)
- 2) Что такое «коридор нормы» и как мы его построили? (Среднее $\pm$ стандартное отклонение)
- 3) Какие дни оказались аномальными на маршруте № 4? (Суббота и воскресенье)
- 4) Какие дни оказались аномальными на маршруте № 8? (Суббота и воскресенье)
- 5) В чем разница между аномалиями на этих маршрутах? (На № 4 – спад, на № 8 – пик)

6) Какое решение должен принять департамент? *(На маршруте № 4 – увеличить автобусы в будни и уменьшить в выходные. На маршруте № 8 – наоборот, увеличить в выходные)*

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: В 8 классе мы научились использовать дисперсию для сравнения стабильности двух групп. Это был уровень «Кто стабильнее?». В 9 классе мы поднялись на новый уровень. Мы научились использовать дисперсию для диагностики одной группы. Мы научились строить «коридор нормы» и находить аномалии. Это уровень «Что выбивается из нормы?».

Это важный шаг в развитии нашего понимания статистики. Дисперсия – это не просто число. Это инструмент, который помогает принимать решения: где усилить, а где ослабить внимание.

Этап 5. Рефлексия

1) Где еще в жизни может пригодиться умение находить аномалии с помощью дисперсии? *(Например, в медицине: «нормальная температура»; в учебе: «обычная успеваемость»; в бизнесе: «обычные продажи»; в технике: «нормальные показатели работы оборудования».)*

2) Что было самым важным для вас на этом уроке – вычислить характеристики, понять, как строится коридор нормы, или применить этот инструмент к реальной задаче? Почему?

**9 класс. 9 класс. Урок 26. Обобщение, систематизация знаний.
Описательная статистика. Материалы к уроку**

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/8qi1dDqY8cfrRw>



**9 класс. Урок 26. Обобщение, систематизация знаний. Описательная
статистика**

Материалы к уроку включают в себя:

- слайд с данными маршрута №4;
- слайд с данными маршрута №8;
- ответы для учителя.

9 класс. Урок 27. Обобщение, систематизация знаний. Представление данных. Описательная статистика

Методическая цель урока: создать условия для целостного применения всех изученных инструментов (таблицы, диаграммы, гистограммы, среднее, дисперсия, «коридор нормы») для решения комплексной практической задачи – оптимизации распределения автобусов между маршрутами города с учетом неравномерности пассажиропотока по дням недели, используя дисперсию как критерий эффективности.

Ключевое обобщение: среднее значение может скрывать реальную картину. Даже если в среднем за неделю загруженность маршрута соответствует норме, в отдельные дни она может быть критически высокой. Дисперсия – это не просто характеристика разброса, а инструмент принятия решений: чем меньше дисперсия загруженности по маршрутам, тем равномернее распределены ресурсы и тем эффективнее работает транспортная система.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: восстановление в памяти всех инструментов, изученных на уроках 9.25 и 9.26.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы на доске.

Вопросы:

- 1) Какие инструменты анализа данных мы вспомнили, рассмотрели на прошлых уроках? (*Таблицы, столбиковые диаграммы, гистограммы, среднее, дисперсию, «коридор нормы»*)
- 2) Что мы делали на уроке 9.25? (*Представляли данные, строили диаграммы и гистограммы, вычисляли среднее*)
- 3) Что мы научились делать на уроке 9.26? (*Строить «коридор нормы» и находить аномальные дни с помощью дисперсии*)

Методический комментарий: учитель фиксирует на доске набор инструментов:

Инструмент	Что дает
Таблица	Точность
Столбиковая диаграмма	Сравнение
Гистограмма	Распределение
Среднее	Типичный уровень
Дисперсия и S	Разброс
«Коридор нормы»	Аномалии

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – противоречие между равномерным распределением ресурсов и разной потребностью маршрутов.

Деятельность учителя: учитель выводит на экран слайд с данными и ставит задачу.

Задание для учащихся:

В городе 10 маршрутов. На каждом маршруте работает 20 автобусов – всего 200 автобусов. Департамент установил норму загрузки: 1000 пассажиров на один автобус в сутки.

Исходные данные для учащихся:

Маршрут	Суточный пассажиропоток (средний за неделю), чел.	Количество автобусов	Загруженность, чел./автобус	Отклонение от нормы
1	25 286	20	1 264	+ 264
2	32 857	20	1 643	+ 643
3	36 143	20	1 807	+ 807
4	45 714	20	2 286	+ 1 286
5	18 286	20	914	– 86
6	17 000	20	850	– 150
7	32 143	20	1 607	+ 607
8	40 429	20	2 021	+ 1 021
9	31 429	20	1 571	+ 571
10	44 286	20	2 214	+ 1 214

Вопросы:

- 1) На каких маршрутах перегруз?
- 2) На каких маршрутах недогруз?
- 3) Какой маршрут самый перегруженный?
- 4) Какой маршрут самый недогруженный?

Проблемный вопрос: на всех маршрутах одинаковое количество автобусов. Это справедливо? Как вы думаете, куда нужно перебросить автобусы, чтобы загруженность была ближе к норме 1000 и дисперсия загрузки была минимальной?



Обобщающий конструкт (границы применимости): равномерное распределение ресурсов не учитывает разную потребность маршрутов.

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: применение всех инструментов для решения задачи на оптимизацию.

Деятельность учителя: учитель распределяет учащихся на группы по 3-5 человек.

Задание 1. Работа в группах

Теперь, когда вы увидели проблему равномерного распределения, попробуйте предложить свое решение. Распределите 200 автобусов между 10 маршрутами так, чтобы дисперсия загруженности была минимальной. Используйте данные среднего пассажиропотока за неделю.

Подсказка для учащихся: Для начала попробуйте определить, сколько автобусов нужно на каждом маршруте, чтобы загруженность была близка к средней по городу (примерно 1618 пасс./автобус). Для этого разделите пассажиропоток на среднюю загруженность и округлите до целого. Затем скорректируйте сумму до 200.

Задание 2. Презентация и сравнение

Учитель вводит данные каждой группы в электронную таблицу с автоматическим подсчетом дисперсии загруженности и сумм абсолютных отклонений.

Значения каждой группы фиксируются на доске.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Какая группа достигла минимальной дисперсии?
- 2) Какой маршрут получил больше всего автобусов? Почему?
- 3) Какой маршрут получил меньше всего? Почему?
- 4) Удалось ли достичь нормы 1000 на всех маршрутах? Почему?



Обобщающий конструкт (синтез): мы нашли оптимальное распределение, минимизирующее дисперсию в среднем за неделю. Но достаточно ли этого?

Задание 3. Проверка загруженности маршрута в самый загруженный день

Методическая функция: демонстрация того, что средние значения могут скрывать реальную картину.

Проблемный вопрос: мы распределили автобусы так, чтобы в среднем за неделю загруженность была оптимальной. Но что будет в пятницу – в самый загруженный день?

Данные для проверки (пассажиропоток в пятницу):

Маршрут	Пассажиропоток в пятницу, чел.	Количество автобусов	Загруженность, чел./автобус
1	35 000		
2	40 000		
3	50 000		
4	60 000		
5	35 000		
6	28 000		
7	45 000		
8	50 000		
9	45 000		
10	50 000		

Задание для групп:

Используя ваше распределение автобусов из задания 1, рассчитайте загруженность в пятницу для каждого маршрута.

Ожидаемый результат: многие маршруты снова перегружены.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Почему так получилось?
- 2) Что это значит для департамента?
- 3) Какое решение нужно принять? *(в будни на маршрут распределить одно количество автобусов, в выходные – другое)*

 **Обобщающий конструкт (границы применимости):** среднее значение может скрывать реальную картину. Даже если в среднем за неделю загруженность маршрута соответствует норме, в отдельные дни она может быть критически высокой.

Задание 4.

Методическая функция: применение инструментов для решения задачи с учетом дней недели.

Новое задание для групп:

Теперь распределите 200 автобусов так, чтобы дисперсия загруженности была минимальной, но отдельно для будней и отдельно для выходных.

Данные для расчета:

Маршрут	Будни (средний за день), чел.	Выходные (средний за день), чел.
1	30000	13500
2	27000	47500
3	32600	45000
4	55000	22500
5	22000	9000
6	21000	7000
7	40000	12500
8	33600	57500
9	28000	40000
10	45000	42500

Задание 5. Презентация и сравнение

Учитель снова вводит данные групп в таблицу для сравнения. Значения каждой группы фиксируются на доске.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Сравните распределение в будни и выходные. Что изменилось?
- 2) На каких маршрутах количество автобусов сильно меняется?

 **Обобщающий конструкт (синтез):** мы увидели, что распределение автобусов в будни и выходные должно быть разным. То, что эффективно в будни, не работает в выходные, и наоборот. Гибкое управление ресурсами – это ключ к эффективной работе транспортной системы.

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Сравнение двух подходов к планированию и формулировка общего вывода.

Вопросы для общего обсуждения:

- 1) Какой подход дал меньшую дисперсию – планирование по среднему за неделю или раздельное планирование?
- 2) Почему раздельное планирование эффективнее?
- 3) Какой вывод можно сделать о планировании ресурсов?
- 4) Какой вывод можно сделать о том, как нужно анализировать данные?

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: планирование по средним значениям может привести к перегрузкам в пиковые дни. Раздельное планирование для будней и выходных позволяет более эффективно использовать ресурсы и снизить дисперсию загруженности. Для принятия правильных решений нужно смотреть не только на средние значения, но и на распределение

по дням. *Статистика – это не набор формул. Это инструмент для понимания мира и принятия решений.*

Этап 5. Рефлексия

- 1) Что было самым важным на этом пути для вас?
- 2) Какой инструмент показался вам самым полезным?
- 3) Что вы теперь знаете о данных, чего не знали в начале блока уроков про автобусные маршруты?

**9 класс. Урок 27. Обобщение, систематизация знаний.
Представление данных. Описательная статистика. Материалы к
уроку**

Ссылка для скачивания материалов:

https://disk.yandex.ru/d/yqV805Qv_5751A



**9 класс. Урок 27. Обобщение, систематизация знаний. Представление данных.
Описательная статистика**

Материалы к уроку включают в себя:

- слайд с исходными данными;
- слайд с данными о пассажиропотоке в пятницу;
- слайд с данными для будней и выходных;
- электронная таблица для проверки оптимальности распределения автобусов.

9 класс. Урок 28. Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события

Методическая цель урока: создать условия для систематизации знаний учащихся о различных способах вычисления вероятности (классическая, геометрическая, с помощью частоты) через решение практической задачи-расследования.

Ключевое обобщение: вероятность можно вычислять по-разному: как отношение благоприятных исходов ко всем возможным (классическая), как отношение площадей (геометрическая) или как частоту при большом числе испытаний. Каждый способ хорош в своей ситуации. Главное – уметь выбрать правильный и критически оценивать утверждения, основанные на вероятности.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: выявление имеющихся знаний о способах вычисления вероятности.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы.

Вопросы:

- 1) Что такое вероятность события?
- 2) Какие способы вычисления вероятности вы знаете?
- 3) В чем суть классической вероятности?
- 4) Когда мы используем геометрическую вероятность?
- 5) Что такое частота события и как она связана с вероятностью?

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – противоречие между рекламным утверждением и реальными вероятностями, которые предстоит вычислить.

Деятельность учителя: учитель выводит на экран афишу школьного праздника.

Задание для учащихся:

- 1) Прочитайте афишу.
- 2) Какие утверждения о вероятностях выигрыша содержатся в афише?
(«Каждый участник получит приз» → вероятность получить любой приз равна 1. «Главные призы ждут каждого третьего» → вероятность получить главный приз равна $1/3$)
- 3) Как вы думаете, могут ли эти утверждения быть верными для всех пяти станций?

Проблемный вопрос: организаторы праздника утверждают, что каждый участник получит приз, а главный приз достанется каждому третьему. Нам предстоит проверить, соответствуют ли эти заявления реальным вероятностям на каждой игровой станции.



Обобщающий конструкт (границы применимости): рекламные утверждения могут не совпадать с реальными вероятностями. Чтобы проверить, нужно для каждой станции вычислить вероятности получения призов и сравнить их с заявленными.

Методический комментарий: учитель подводит к мысли: «Нам предстоит выяснить, где организаторы правдивы, а где преувеличивают. Для этого мы вычислим вероятности на каждой станции и сравним их с афишей. Вероятность записывается в долях от 0 до 1».

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: применение разных способов вычисления вероятности для проверки утверждений афиши.

Деятельность учителя: учитель последовательно представляет станции на слайдах. После каждой станции ученики заполняют строку в сводной таблице (работают в тетрадях). В конце заполняется итоговая строка и обсуждаются выводы.

На каждой станции можно получить один из пяти призов. Ценность приза определяется количеством баллов:

Баллы	Приз
5	Суперприз
4	Ценный приз
3	Средний приз
2	Маленький приз
1	Утешительный приз
0	Нет приза

Все вычисленные вероятности будем округлять до тысячных.

СТАНЦИЯ 1. «КОЛЕСО ФОРТУНЫ»

На барабане 15 равных секторов. Сектор определяет выигрыш. Секторы раскрашены в разные цвета: суперприз (5 баллов), ценный (4), средний (3), маленький (2), утешительный (1).

Вопросы для обсуждения:

- 1) Чему равна вероятность получить каждый из призов? (*суперприз $\approx 0,067$, ценный приз $\approx 0,133$, средний приз $= 0,2$, маленький приз $\approx 0,267$, утешительный приз $\approx 0,333$*)
- 2) Чему равна вероятность получить приз ценностью 3 балла и выше? (*0,4*)
- 3) Чему равна вероятность получить любой приз? (*1, событие достоверное*)
- 4) Сравните с афишей: «Каждый участник получит приз» (вероятность = 1). «Главные призы ждут каждого третьего» (вероятность = $1/3$). («Каждый участник получит приз» (вероятность = 1) $\rightarrow$ Правда. «Главные призы ждут каждого третьего» (вероятность = $1/3$) $\rightarrow$ Ложь ($0,067 \neq 0,333$))



Обобщающий конструкт (перевод): рисунок колеса $\rightarrow$ количество секторов $\rightarrow$ вероятность.

СТАНЦИЯ 2. «МЕТКИЙ СТРЕЛОК»

Участник бросает дротик в мишень. Попадание в зону определяет выигрыш. Зоны раскрашены в разные цвета: суперприз (5 баллов), ценный (4), средний (3), маленький (2), утешительный (1).

Задание для учащихся:

- 1) Найдите площадь каждой зоны ($S_5 = 4\pi$, $S_4 = 5\pi$, $S_3 = 27\pi$, $S_2 = 28\pi$, $S_1 = 57\pi$).
- 2) Найдите вероятность попасть в каждую зону при условии, что участник попал в мишень. (*суперприз $\approx 0,033$, ценный приз $\approx 0,041$, средний приз $\approx 0,223$, маленький приз $\approx 0,231$, утешительный приз $\approx 0,471$*)
- 3) Найдите вероятность получить приз 4 балла и выше. ($\approx 0,074$)
- 4) Сравните с утверждениями афиши. («Каждый участник получит приз» $\rightarrow$ Это утверждение мы не можем проверить, потому что не знаем вероятность попадания в мишень. Мы знаем только, что среди попавших в мишень каждый получает приз (сумма вероятностей = 1). Но про всех участников (включая промахнувшихся) мы ничего сказать не можем. «Главные призы ждут каждого третьего» $\rightarrow$ Ложь. Вероятность получить суперприз ($4/121 \approx 0,033$) не равна $1/3 \approx 0,333$. Даже если учитывать только попавших в мишень, шанс на суперприз почти в 10 раз меньше заявленного.)



Обобщающий конструкт (перевод): рисунок мишени $\rightarrow$ радиусы зон $\rightarrow$ вероятность.



Обобщающий конструкт (аналогия): сравните классическую вероятность (секторы на колесе) и геометрическую (площади на мишени). Что у них общего?

СТАНЦИЯ 3. «СЧАСТЛИВЫЙ БИЛЕТ»

В мешке 500 билетов. Участник вытягивает один билет. На билете указан выигрыш.

Задание для учащихся:

- 1) Найдите вероятность вытянуть каждый из билетов. (*суперприз* = 0,01, *ценный приз* = 0,05, *средний приз* = 0,1, *маленький приз* = 0,2, *утешительный приз* = 0,3, *пустой билет* = 0,34)
- 2) Найдите вероятность получить приз 3 балла и выше. (= 0,16)
- 3) Найдите вероятность получить любой приз (не пустой билет). (= 0,66)
- 4) Сравните с утверждениями афиши. («Каждый участник получит приз» (вероятность = 1) → Ложь (0,66 ≠ 1). «Главные призы ждут каждого третьего» (вероятность = $1/3 \approx 0,333$) → Ложь (0,01 ≠ 0,333))



Обобщающий конструкт (перевод): количество билетов → вероятность.

СТАНЦИЯ 4. «МОНЕТНАЯ СЕРИЯ»

Участник бросает монету. Засчитывается серия из одинаковых сторон подряд (орел или решка). Бросаем монету до первого выпадения другой стороны, но не более 10 раз. Длина самой длинной серии определяет выигрыш.

Самая длинная серия	Баллы
10	5
8–9	4
6–7	3
4–5	2
2–3	1

Примечание: серия длины 1 не дает приза.

Задание для учащихся:

- 1) Найдите вероятность получить каждый балл. (*суперприз* $\approx 0,001$, *ценный приз* $\approx 0,006$, *средний приз* $\approx 0,023$, *маленький приз* $\approx 0,094$, *утешительный приз* = 0,375)
- 2) Найдите вероятность получить 3 балла и выше. ($\approx 0,03$)
- 3) Найдите вероятность получить любой приз. (= 0,5)
- 4) Сравните с утверждениями афиши. («Каждый участник получит приз» (вероятность = 1) → Ложь (0,5 ≠ 1). «Главные призы ждут каждого третьего» (вероятность = $1/3 \approx 0,333$) → Ложь (0,001 ≠ 0,333))

СТАНЦИЯ 5. «ЛОВКОСТЬ РУК»

В мешке лежат 10 шаров: 5 красных (К), 3 синих (С), 2 зеленых (З). Участник не глядя вынимает 2 шара. Выигрыш зависит от того, какие шары вынуты.

Цвета вынутых шаров	Баллы
З + З	5
С + С	4
З + С	3
К + З	2
К + С	1

Задание для учащихся:

1) Найдите вероятность получить каждый балл. (*суперприз* $\approx 0,022$, *ценный приз* $\approx 0,067$, *средний приз* $\approx 0,133$, *маленький приз* $\approx 0,222$, *утешительный приз* $= 0,333$)

2) Найдите вероятность получить 4 балла и выше. ($\approx 0,089$)

3) Найдите вероятность получить любой приз. ($\approx 0,778$)

4) Сравните с утверждениями афиши. («Каждый участник получит приз» (*вероятность* $= 1$) $\rightarrow$ *Ложь* ($0,778 \neq 1$). «Главные призы ждут каждого третьего» (*вероятность* $= 1/3 \approx 0,333$) $\rightarrow$ *Ложь* ($0,022 \neq 0,333$))

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Сравнение утверждений афиши с реальными вероятностями, полученными в ходе расчетов. Формулировка общего вывода о проверке рекламных утверждений.

Деятельность учителя: учитель организует фронтальное обсуждение, опираясь на сводную таблицу, заполненную учениками в тетрадях и/или выведенную на слайд.

Сводная таблица для обсуждения:

Станция	Суперприз	Ценный приз	Средний приз	Маленький приз	Утешительный приз	Ничего
Колесо фортуны	0,067	0,133	0,2	0,267	0,333	0
Меткий стрелок	0,033	0,041	0,223	0,231	0,471	–
Счастливый билет	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,34
Монетная серия	0,001	0,006	0,023	0,094	0,375	0,5
Ловкость рук	0,022	0,067	0,133	0,222	0,333	0,222

Примечание по станции «Стрелок»: в столбце «Ничего» стоит «–», так как мы не знаем вероятность промаха мимо мишени (это зависит от мастерства участника). Мы рассматривали только тех, кто попал в мишень.

Вопросы для общего обсуждения:

- 1) На какой станции самый высокий шанс получить главный приз (суперприз)? (На «Колесе фортуны» – 0,067)
- 2) На какой станции самый низкий шанс получить главный приз? (На «Монетной серии» – 0,001)
- 3) На каких станциях утверждение «Каждый участник получит приз» является истинным? (Только на «Колесе фортуны». На всех остальных станциях есть шанс остаться без приза)
- 4) На какой станции утверждение «Главные призы ждут каждого третьего» (вероятность = $1/3$) ближе всего к истине? (Ни на одной. Ближе всего – «Колесо фортуны» (0,067), но это все равно очень далеко от 0,333)
- 5) Какой общий вывод можно сделать о правдивости афиши? (Организаторы сильно преувеличивают шансы на главные призы. Единственное утверждение, которое подтвердилось, – это «Каждый участник получит приз» на «Колесе фортуны». На остальных станциях это не так)
- 6) Почему рекламные утверждения могут не совпадать с реальными вероятностями? (Реклама использует интуитивные формулировки, которые кажутся привлекательными, но не проходят проверку математикой. Чтобы не попасться на уловки, нужно уметь считать вероятности)
- 7) А теперь представьте, что вы организаторы праздника. Как бы вы переписали афишу, чтобы информация на ней была правдивой, но при этом все еще привлекала посетителей? Какие формулировки вы бы использовали вместо «Каждый участник получит приз» и «Главные призы ждут каждого третьего»?
- 8) Какие способы вычисления вероятности мы использовали сегодня? (Классическая – на станциях «Колесо», «Билет», «Монета», «Шары», на станции «Шары» с использованием комбинаторных формул (подсчет сочетаний). Геометрическая – на станции «Стрелок»)

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: мы проверили утверждения афиши школьного праздника. Оказалось, что организаторы сильно преувеличивают:

Утверждение «Каждый участник получит приз» подтвердилось только на «Колесе фортуны».

Утверждение «Главные призы ждут каждого третьего» не подтвердилось ни на одной станции – реальные вероятности варьируются от 0,001 до 0,067, что намного меньше 0,333.

Рекламные утверждения нужно проверять математически. Вероятность – точная наука, а не интуиция. Только расчеты позволяют увидеть, где правда, а где преувеличение.

Этап 5. Рефлексия

- 1) Что было самым неожиданным в результатах ваших расчетов? Какое утверждение афиши оказалось самым далеким от реальности?
- 2) Как вы думаете, зачем организаторы праздника используют преувеличенные утверждения в афише? Что им это дает?

9 класс. Урок 28. Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события. Материалы к уроку

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/oQGAYtEHYJhleQ>



9 класс. Урок 28. Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события

Материалы к уроку включают в себя:

- слайд с исходными данными (афиша мероприятия);
- слайд с сопоставлением призов и баллов;
- слайд «Станция №1»;
- слайд «Станция №2»;
- слайд «Станция №3»;
- слайд «Станция №4»;
- слайд «Станция №5»;
- слайд со сводной таблицей;
- ответы для учителя.

9 класс. Урок 29. Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики

Методическая цель урока: создать условия для целостного применения знаний о вероятности и комбинаторике через решение комплексной задачи: расчет общих вероятностей для всех сценариев посещения игровых станций и сравнение теории с реальным экспериментом.

Ключевое обобщение: вероятности нескольких событий можно комбинировать: перемножать (для независимых событий), складывать (для несовместных), использовать противоположное событие. Комбинаторика помогает подсчитать число исходов там, где прямой перебор невозможен. Сравнение теории с экспериментом позволяет проверить, насколько модель соответствует реальности.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: восстановление в памяти комбинаторных формул и правил комбинирования вероятностей.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы на доске.

Вопросы:

- 1) На прошлом уроке мы вычисляли вероятности на каждой станции отдельно. Что мы теперь можем сделать с этими вероятностями?
- 2) Как найти вероятность того, что произойдут два независимых события? *(Перемножить)*
- 3) Как найти вероятность того, что произойдет хотя бы одно из нескольких событий? *(Через противоположное событие)*
- 4) Какие комбинаторные формулы мы знаем? *(Перестановки, размещения, сочетания)*
- 5) Когда мы используем сочетания, а когда – размещения? *(Сочетания – когда порядок не важен, размещения – когда важен)*

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – переход от анализа отдельных станций к анализу всей ярмарки целиком.

Деятельность учителя: учитель выводит на экран сводную таблицу из прошлого урока.

Задание для учащихся:

На прошлом уроке мы проверили афишу и выяснили, что организаторы преувеличивают шансы на каждой станции. Но что, если участник посетит все 5 станций? Может быть, тогда его общие шансы на суперприз действительно станут «каждый третий»?

Станция	Суперприз	Ценный приз	Средний приз	Маленький приз	Утешительный приз	Ничего
Колесо фортуны	0,067	0,133	0,2	0,267	0,333	0
Меткий стрелок	0,033	0,041	0,223	0,231	0,471	–
Счастливый билет	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,34
Монетная серия	0,001	0,006	0,023	0,094	0,375	0,5
Ловкость рук	0,022	0,067	0,133	0,222	0,333	0,222

Задание для учащихся:

- 1) Если участник посетит все 5 станций, как вы думаете, его шанс на суперприз выше или ниже, чем на одной станции?
- 2) Как вы думаете, какие известные формулы нам в этом могут помочь, чтобы ответить на данный вопрос? *(События независимые, и участник может получить суперприз на нескольких станциях сразу, а значит формулу вероятности для независимых событий)*

Проблемный вопрос: если участник пройдет все 5 станций, какова вероятность, что он получит хотя бы один суперприз? А что, если он захочет получить суперпризы на всех станциях? Как эти вероятности соотносятся с утверждением афиши «Главные призы ждут каждого третьего»?



Обобщающий конструкт (границы применимости): на прошлом уроке мы считали вероятности на каждой станции отдельно – это был «горизонтальный» взгляд. Сегодня мы поднялись на новый уровень: мы считаем вероятности для всей ярмарки целиком – это «вертикальный» взгляд. Оказывается, что даже если на каждой станции шанс мал, при прохождении всех станций общий шанс может оказаться совсем другим.

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: применение правил комбинирования вероятностей и комбинаторных формул.

Деятельность учителя: учитель дает задания последовательно, организуя обсуждение после каждого.

Задание 1 (фронтально). Расчет общих вероятностей для всех 5 станций

Вопросы для расчета:

- 1) Какова вероятность получить хотя бы один суперприз, посетив все 5 станций? (Используем противоположное событие: $1 - \text{произведение вероятностей не получить суперприз на каждой станции}$. $\approx 0,127$. Все еще не равно $0,333$)
- 2) Какова вероятность получить суперпризы на всех 5 станциях? (Перемножаем вероятности суперприза на каждой станции. $\approx 0,0000000005$. Вывод: это практически невозможно)
- 3) Какова вероятность получить хотя бы один приз (любой), посетив все 5 станций? (1, событие достоверное)
- 4) Какова вероятность получить хотя бы один приз 4+ баллов (суперприз или ценный), посетив все 5 станций? ($\approx 0,37$. Если считать «главным» призы 4+ баллов, то вероятность даже больше заявленной $\approx 0,333$)

Задание 2 (практическая работа). Реальный эксперимент

Теперь мы проверим теорию на практике. Ученики реально проходят две станции – «Монетная серия» и «Ловкость рук» (с заготовленным реквизитом) и сравнивают свои результаты с теоретическими вероятностями.

Обсуждение результатов эксперимента:

- 1) Сколько учеников получили суперприз (3+3)? Почему их мало?
- 2) Сколько учеников получили 3 балла и выше на «Монетной серии»? Это совпадает с теорией?
- 3) Как вы думаете, почему результаты эксперимента могут отличаться от теории? (Мало испытаний, случайность)



Обобщающий конструкт (границы применимости): теоретические вероятности работают только при большом числе испытаний. В одном-двух экспериментах результат может сильно отличаться от предсказанного – это нормально и объясняется случайностью.

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Сравнение всех вероятностей и формулировка итогового вердикта.

Вопросы для обсуждения:

- 1) На прошлом уроке мы вычисляли вероятности на каждой станции отдельно. Сегодня мы рассматривали их вместе. Что изменилось в нашем понимании вероятности? (Вероятность – это не просто число для одной ситуации, а система, где события связаны друг с другом)

2) Мы сравнили результаты с афишей и увидели, что организаторы, скорее всего, не обманывали, а просто по-другому определяли «главный приз». Какой вывод можно сделать о рекламе? *(Реклама использует не точные математические формулировки, а привлекательные для восприятия. Поэтому одно и то же утверждение может быть и правдой, и ложью – в зависимости от того, как его трактовать. Чтобы не попасться, нужно уметь переводить рекламные обещания на язык вероятностей)*

3) Как вы думаете, почему «Колесо фортуны» стоит первой станцией в парке аттракционов? *(Потому что на нем самый высокий шанс получить главный приз и нет возможности уйти без приза вообще. Это создает у участников ощущение, что «везет», и они с большей вероятностью пойдут на следующие станции. Это классический маркетинговый ход)*

4) Какой главный вывод вы можете сделать о вероятности после этих двух уроков? *(Вероятность – это инструмент, который позволяет не просто угадывать, а точно оценивать шансы. Она помогает принимать решения: где играть, во что верить, как проверять рекламу)*

Этап 5. Рефлексия

1) В начале прошлого урока вы увидели афишу и, скорее всего, поверили ей. Что изменилось в вашем отношении к рекламным утверждениям после двух уроков?

2) Если бы вы сейчас увидели рекламу с формулировкой «Главные призы ждут каждого третьего», какие вопросы вы бы задали организаторам, прежде чем участвовать?

3) Как вы думаете, где в жизни может пригодиться умение проверять вероятностные утверждения?

**9 класс. Урок 29. Обобщение, систематизация знаний.
Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики.
Материалы к уроку**

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/qmTAGkcX87Lv6A>



9 класс. Урок 29. Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики

Материалы к уроку включают в себя:

- слайд со сводной таблицей;
- слайд «Станция №4»;
- слайд «Станция №5»;
- ответы для учителя.

9 класс. Урок 30. Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики

Методическая цель урока: систематизировать знания учащихся о комбинаторных формулах (правило умножения, перестановки, сочетания) через решение практической задачи оценки надежности паролей, используя реальные данные о скорости их подбора современным оборудованием.

Ключевое обобщение: число возможных паролей определяется правилом умножения: $N = A^L$, где A – мощность алфавита, L – длина пароля. Добавление новых типов символов многократно увеличивает число комбинаций, но реальная надежность зависит еще и от скорости их перебора компьютером. Комбинаторика позволяет оценить пространство поиска, но безопасность требует также грамотного поведения пользователя.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: восстановление в памяти комбинаторных формул и подготовка к их применению.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы на доске.

Вопросы:

- 1) Какие комбинаторные формулы мы знаем?
- 2) Когда мы используем правило умножения, а когда – формулу числа сочетаний?
- 3) Что такое мощность алфавита? Приведите пример.
- 4) Как число комбинаций зависит от длины пароля?

Методический комментарий: учитель фиксирует на доске ключевые формулы и подводит к мысли: «Сегодня мы увидим, как эти формулы работают в реальной задаче – оценке надежности паролей».

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – противоречие между интуитивным представлением о надежности паролей и реальными цифрами.

Задание для учащихся:

На одном из форумов, посвященных информационной безопасности, утверждают, что пароль из 6 цифр – это надежная защита. Они говорят: «Комбинаций очень много! Злоумышленник будет перебирать их целый год».

Задание для учащихся (фронтально):

- 1) Сколько всего существует 6-значных паролей, состоящих только из цифр?
($10^6 = 1\,000\,000$)
- 2) Если злоумышленник проверяет 1 пароль в секунду, сколько времени ему потребуется, чтобы перебрать все варианты? ($1\,000\,000$ секунд $\approx 11,6$ дней)
- 2) А если он проверяет 1000 паролей в секунду с помощью компьютера? (1000 секунд ≈ 17 минут)
- 3) А если 1 000 000 паролей в секунду с помощью мощного компьютера? (1 секунда)

Проблемный вопрос: правы ли авторы форума? Что они не учли? Как скорость современных компьютеров меняет ситуацию? Что нужно сделать, чтобы пароль стал действительно надежным?



Обобщающий конструкт (границы применимости): правило умножения позволяет подсчитать число комбинаций. Но «много» и «мало» – понятия относительные. 1 000 000 комбинаций кажется огромным числом, но для современного компьютера это секунды. Надежность пароля определяется не только числом комбинаций, но и скоростью их перебора. Чтобы сделать пароль устойчивым, нужно увеличивать либо длину, либо мощность алфавита, а также учитывать реальные вычислительные мощности злоумышленника.

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: применение комбинаторных формул для расчета числа паролей разной сложности и сравнения их надежности с учетом реальной вычислительной мощности.

Деятельность учителя: учитель последовательно вводит типы паролей, ученики заполняют таблицу в тетрадях.

Задание 1.

Заполните таблицу, вычислив количество паролей для каждого типа и длины. Результаты запишите в стандартном виде (степени) или в виде числа с округлением.

Тип пароля	Мощность	4 символа	6 символов	8 символов	10 символов
Только цифры					
Строчные буквы					
Буквы (строчные + заглавные)					
Буквы + цифры					
Буквы + цифры + символы					

Примечание: в паролях используется латиница (26 букв в алфавите). Специальных символов на клавиатуре около 28 штук.

Данные для учителя (точные значения):

Тип пароля	Мощность	4 символа	6 символов	8 символов	10 символов
Только цифры	10	10 000	1 000 000	100 000 000	10 000 000 000
Строчные буквы	26	456 976	308 915 776	208 827 064 576	141 167 095 653 376
Буквы (строчные + заглавные)	52	7 311 616	19 770 609 664	53 459 728 531 456	144 555 105 949 057 000
Буквы + цифры	62	14 776 336	56 800 235 584	218 340 105 584 896	839 299 365 868 340 000
Буквы + цифры + символы	90	65 610 000	531 441 000 000	4 304 672 100 000 000	34 867 844 010 000 000 000

Методический комментарий: вычисление всех значений может занять много времени. Можно ограничиться несколькими или воспользоваться электронными таблицами. Для экономии времени (при необходимости) можно сразу вывести на экран учащимся таблицу с данными.

Вопросы для обсуждения после заполнения таблицы:

- 1) Во сколько раз увеличивается число комбинаций при добавлении одного символа к паролю из цифр? (*В 10 раз*)
- 2) Во сколько раз увеличивается число комбинаций при переходе от цифр к буквам + цифрам + символам для длины 8? (*Для 8 символов: $4,30 \cdot 10^{15} / 10^8 \approx 43\,000\,000$ раз*)
- 3) Какой вывод можно сделать о влиянии мощности алфавита на надежность пароля? (*Мощность алфавита влияет многократно*)



Обобщающий конструкт (перевод): от длины пароля и мощности алфавита → к числу комбинаций → к оценке надежности.

Задание 2 (индивидуально, с последующей проверкой). Сравнение условий

Сравним четыре подхода к созданию пароля длиной 10 символов:

- 1) Только цифры (10 символов).
- 2) Цифры + одна строчная буква (26 вариантов для буквы).
- 3) Цифры + одна строчная буква + один специальный символ (28 вариантов).
- 4) Любые возможные символы.

Вопросы для учащихся:

- 1) Сколько существует паролей только из цифр? ($10^{10} = 10\,000\,000\,000$)
- 2) Сколько существует паролей, где ровно одна позиция занята буквой, а остальные – цифры?
(Выбираем позицию для буквы: 10 способов. Выбираем букву: 26 способов. Заполняем остальные 9 позиций цифрами: 10^9 . Итого: $10 \cdot 26 \cdot 10^9 = 260\,000\,000\,000$)
- 3) Сколько существует паролей, где ровно одна позиция занята буквой и ровно одна – спецсимволом, остальное – цифры? (Выбираем позицию для буквы: 10. Выбираем позицию для спецсимвола: 9. Выбираем букву: 26. Выбираем спецсимвол: 28. Заполняем остальные 8 позиций цифрами: 10^8 . Итого: $10 \cdot 9 \cdot 26 \cdot 28 \cdot 10^8 = 6\,552\,000\,000\,000$)
- 4) Во сколько раз каждый из этих вариантов больше, чем пароль только из цифр? (С одной буквой: в 26 раз. С одной буквой и одним спецсимволом: в 655,2 раза)
- 5) А если бы мы использовали все 90 символов без ограничений, во сколько раз увеличилось бы число паролей? ($90^{10} / 10^{10} = 9^{10} = 3\,486\,784\,401 \approx 3,49$ млрд раз)

Вывод: Добавление каждого нового типа символов многократно увеличивает число паролей. Но самый большой рост дает использование всего алфавита без ограничений.

Задание 3 (индивидуально, с последующим обсуждением). Расчет времени подбора на реальном оборудовании

Методический комментарий: данный блок не является обязательным для всех учащихся. Он носит межпредметный характер и демонстрирует связь математики с реальной жизнью, а также формирует информационную грамотность. Учитель может использовать его для усиления мотивации или в качестве дополнительного материала для учащихся, интересующихся темой информационной безопасности.

Справка для учащихся:

В 2025–2026 годах исследователи компании Hive Systems и специалисты «Лаборатории Касперского» провели серию экспериментов по оценке скорости подбора паролей. В качестве модельной атаки использовался кластер из 12 видеокарт Nvidia RTX 5090. Этот выбор не случаен: подобные конфигурации применяются в задачах подбора забытых паролей, в расследованиях утечек данных и даже в облачных сервисах, которые позволяют арендовать такие мощности за несколько долларов в час. Тестирование проводилось для разных алгоритмов хеширования, но для учебной задачи мы используем наиболее показательный сценарий: алгоритм bcrypt (cost factor 10), который применяется в современных системах (включая многие веб-сервисы), и алгоритм MD5, который до сих пор встречается в реальных системах, несмотря на свою устаревшую архитектуру.

Результаты эксперимента:

Одна видеокарта RTX 5090:

- Для алгоритма MD5: хеширует 220 миллиардов паролей в секунду (220 GH/s), что на 34% быстрее, чем у RTX 4090.
- 8-значный цифровой пароль подбирается за 3 часа (для bcrypt).

Кластер из 12 видеокарт RTX 5090:

- 8-значный цифровой пароль подбирается за 15 минут (для bcrypt).
- 8-значный пароль только из строчных букв подбирается за 3 недели (для bcrypt).
- 8-значный пароль, включающий строчные и заглавные буквы и цифры, подбирается за 62 года (для bcrypt).
- 8-значный пароль, включающий все типы символов (буквы, цифры, спецсимволы), подбирается за 164 года (для bcrypt).

Важное дополнение: в реальных атаках злоумышленники редко перебирают все комбинации подряд. Они используют так называемые «умные» методы: атаки по словарю, использование утечек паролей из даркнета, маски и правила, основанные на реальных данных. Исследования показывают, что с использованием одной RTX 5090 и базы из 231 млн украденных паролей 48% взламываются менее чем за минуту, а 60% – менее чем за час.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Какой тип 8-символьного пароля обеспечивает защиту даже от мощного кластера видеокарт? (Только пароль, включающий все типы символов – 164 года)
- 2) Почему 8-символьный пароль из цифр – это катастрофически ненадежно даже для современных систем? (Он взламывается за 15 минут даже через bcrypt, а для MD5 – за доли секунды)

3) Какой вывод можно сделать о реальной надежности паролей? *(Даже сложный 8-символьный пароль уже не является абсолютной защитой; рекомендуемая длина – от 12–14 символов)*

4) Почему в реальных атаках время подбора может быть меньше, чем при полном переборе? *(Потому что злоумышленники используют словари, утечки паролей, атаки по шаблонам, а не простой перебор всех комбинаций)*

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Установление связей между комбинаторными расчетами и реальными требованиями к паролям.

Вопросы для обсуждения:

1) Почему все-таки 6-значный пароль из цифр – это плохо, даже если комбинаций миллион? *(1 000 000 комбинаций кажется большим числом, но современные компьютеры перебирают их за секунды. Надежность определяется не только числом комбинаций, но и временем, которое нужно для их перебора)*

2) Как вы думаете, почему на сайтах при регистрации обязательно требуют вводить не только цифры и буквы, но и разные типы символов (строчные, прописные, специальные)? *(Требование использовать разные типы символов увеличивает мощность алфавита. Например, если пароль только из цифр – 10 вариантов на позицию. Если добавить строчные буквы – уже 36. Если добавить заглавные и спецсимволы – до 90. Мощность алфавита стоит в основании степени, поэтому даже небольшое увеличение мощности дает огромный рост числа комбинаций)*

3) Что дает больший прирост надежности – добавление одного символа к длине или добавление нового типа символов? *(Добавление одного символа к длине умножает число комбинаций на мощность алфавита (например, $\times 90$). Добавление нового типа символов может увеличить мощность алфавита в несколько раз. Например, переход от строчных букв (26) к строчным + заглавным (52) дает рост в 2 раза, а переход к полному набору (90) – почти в 3,5 раза. Оба фактора важны, но длина дает более предсказуемый рост, потому что она увеличивает показатель степени)*

4) Почему даже самый сложный пароль может быть взломан за секунды, если он есть в словаре или утечке? *(Злоумышленники не перебирают все комбинации подряд. Они сначала проверяют самые распространенные пароли, словарные слова, комбинации из утечек. Если пароль есть в такой базе, его взломают за секунды, независимо от его длины и сложности)*

5) Какой главный вывод вы можете сделать о связи комбинаторики и безопасности? *(Комбинаторика дает точный язык для описания защищенности. Она показывает, что даже небольшие изменения (добавление одного символа*

или нового типа символов) могут радикально изменить число комбинаций. Но комбинаторика не учитывает человеческий фактор – словарные пароли, утечки, повторное использование паролей. Реальная безопасность – это сочетание комбинаторной стойкости и грамотного поведения пользователя)

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: комбинаторика – это инструмент для понимания, насколько велико пространство поиска. Безопасность требует не только длинных паролей, но и грамотного поведения: не использовать словарные слова, не повторять пароли, использовать менеджеры паролей.

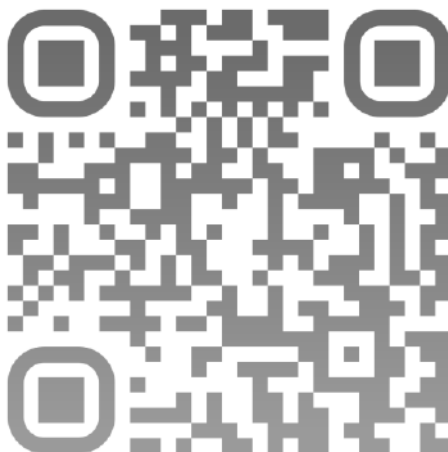
Этап 5. Рефлексия

- 1) Что изменилось в вашем понимании надежности паролей?
- 2) Какой пароль вы теперь поставите на своих аккаунтах?
- 3) Почему многие люди все еще используют простые пароли, даже зная о рисках?

9 класс. Урок 30. Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики. Материалы к уроку

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/gnuGzeKw0yPelw>



9 класс. Урок 30. Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики

Материалы к уроку включают в себя:

- слайд с исходной таблицей;
- слайд с исходной таблицей (заполненной);
- справку о вычислительной мощности;
- ответы для учителя.

9 класс. Урок 31. Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения

Методическая цель урока: создать условия для осознания учащимися того, что комбинаторный подсчет числа паролей – это только первый шаг. Реальная оценка риска требует построения вероятностной модели времени взлома, вычисления математического ожидания и дисперсии. Это позволяет перейти от вопроса «сколько всего?» к вопросу «когда взломают?» и принять обоснованное решение о выборе пароля.

Ключевое обобщение: на прошлом уроке мы научились считать число паролей. Это дало нам ответ на вопрос «сколько всего?». Сегодня мы делаем следующий шаг: мы строим вероятностную модель времени взлома. Оказывается, что даже если полный перебор занимает 1,7 минуты, в среднем пароль будет найден вдвое быстрее – за 50 секунд. А вероятность того, что пароль взломают за первые 30 секунд, составляет около 30%. Это меняет наше представление о том, насколько срочно нужно реагировать на угрозу. Комбинаторика дает число, а теория вероятностей дает понимание риска.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: восстановление в памяти понятий случайной величины, распределения вероятностей, математического ожидания и дисперсии.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы.

Вопросы:

- 1) Что такое случайная величина? Приведите пример.
- 2) Что такое распределение вероятностей случайной величины?
- 3) Что такое математическое ожидание? Что оно показывает?
- 4) Что такое дисперсия? Что она показывает?
- 5) На прошлом уроке мы научились считать число паролей. Как вы думаете, что дает нам знание этого числа для оценки реального риска?

Этап 2. Постановка проблемы

Вы получаете SMS: *«Внимание! Кто-то пытается взломать ваш аккаунт. Рекомендуем сменить пароль как можно быстрее».*

Вы используете 12-значный пароль, состоящий только из цифр (например, 482916375018). Злоумышленник знает, что вы используете только цифры, и перебирает только цифровые комбинации.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Сколько всего существует 12-значных паролей из цифр? ($10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$)
- 2) Если злоумышленник проверяет 10^{10} паролей в секунду, сколько времени ему нужно, чтобы перебрать все? ($100\text{ секунд} \approx 1,7\text{ минуты}$)
- 3) Как вы думаете, сколько примерно времени у вас есть, чтобы сменить пароль?
- 4) А какова вероятность, что пароль взломают за первые 30 секунд? ($30/100 = 0,3$)

Проблемный вопрос: у вас есть около 1,7 минуты до полного перебора. Но в среднем пароль будет найден гораздо раньше. Что вы будете делать? Успеете ли вы сменить пароль? Какой пароль вы выберете, чтобы обезопасить себя в будущем?



Обобщающий конструкт (границы применимости): мы знаем, сколько всего паролей. Но полный перебор – это худший случай. В реальности злоумышленник может найти пароль гораздо раньше. Чтобы оценить реальный риск, нужно знать не только общее число комбинаций, но и вероятностное распределение времени взлома. Это и есть переход от комбинаторики к теории вероятностей.

Этап 3. Основная работа

Задание 1 (фронтально). Расчет времени для цифрового пароля

Дано: 12-значный пароль из цифр (10^{12} комбинаций). Скорость перебора – 10^{10} паролей/сек.

- 1) Найдите ожидание времени взлома. (50 секунд)
- 2) Что означает число 50 секунд? (*Это среднее время взлома. В реальности пароль может быть найден как раньше, так и позже*)
- 3) Стандартное отклонение $\approx 28,9$. Что означает стандартное отклонение 28,9 секунд? (*Оно показывает, насколько сильно время взлома может отличаться от среднего. В некоторых случаях пароль взломают за 20 секунд, в других – за 80 секунд. С вероятностью около 0,58 (интервал имеет длину около 58 секунд, что составляет 58% от общей длины в 100 секунд) его взломают за в этом промежутке (вывод формулы изучается в 10-11 классах)*)
- 4) Какой вывод можно сделать о безопасности такого пароля? (*Он крайне ненадежен. Даже в среднем у нас есть всего 50 секунд, чтобы сменить его*)

Задание 2.

Вы получили SMS и начинаете менять пароль. На это уходит 20 секунд.

- 1) Какова вероятность, что ваш пароль не будет взломан за эти 20 секунд? (0,8)
- 2) Вы успеваете сменить пароль на новый – 12-значный случайный (заглавные, строчные, цифры, символы). Сколько времени теперь потребуется для полного перебора? ($2,82 \cdot 10^{23} / 10^{10}$ секунд $\approx 895\,000$ лет)
- 3) Каково теперь математическое ожидание времени взлома? (≈ 447500 лет)
- 4) Как вы теперь оцениваете свою безопасность? (Теперь пароль практически невозможно взломать)



Обобщающий конструкт (синтез): знание вероятностных характеристик позволяет принять решение: какой пароль выбрать и как быстро действовать в критической ситуации.

Задание 3 (практическая работа). Реальный эксперимент

Учитель (или любой из учеников) загадывает двузначное число – пароль (от 00 до 99). Ученики по очереди называют числа, пытаясь угадать загаданное.

Правила:

- 1) Учитель (или любой из учеников) записывает загаданное число на листке.
- 2) Ученики по очереди называют любое двузначное число (или число от 0 до 99).
- 3) Если число не угадано – ход переходит к следующему ученику.
- 4) Если число угадано – эксперимент заканчивается, фиксируется номер попытки.

Вопросы для обсуждения после эксперимента:

- 1) Сколько всего возможных вариантов пароля? (100)
- 2) Какое математическое ожидание номера попытки, на которой число будет угадано? ($50,5 \approx 50-51$ попытка. Это половина от 100)
- 3) На какой попытке угадали в вашем эксперименте? Совпало ли с ожиданием?
- 4) Как вы думаете, почему результат эксперимента может отличаться от теории? (Мало испытаний, случайность)
- 5) Если бы мы провели эксперимент 100 раз, что бы изменилось? (Частота приблизилась бы к теории)
- 6) Проанализируйте: вы загадывали произвольное число или что-то значащее? (Например, день рождения, месяц рождения, номер дома, номер кабинета, в котором вы находитесь?)

Обсуждение:

Если вы загадали осмысленное число (дату, номер дома), то злоумышленник, который знает о вас хоть что-то, сократит пространство поиска. Вместо 100 чисел он будет проверять только те, которые имеют смысл (например, даты

рождения: 01–31 для дня и 01–12 для месяца). Если вы загадали произвольное число, злоумышленнику придется перебирать все 100 вариантов.

Осмысленные пароли легче угадать. Именно поэтому на сайтах требуют использовать случайные комбинации, а не даты рождения или имена.



Обобщающий конструкт (границы применимости): теоретические вероятности работают при случайном переборе всех комбинаций. Но в реальности злоумышленники используют информацию о человеке – даты рождения, имена, номера домов. Это сокращает пространство поиска и делает взлом быстрее. Поэтому надежный пароль должен быть случайным, а не осмысленным.

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Установление связей между комбинаторикой, вероятностью и реальными решениями.

Вопросы для обсуждения:

- 1) В начале урока вы «получили» SMS о взломе. Что изменилось в вашем понимании риска после расчетов?
- 2) Как вы думаете, почему многие люди используют короткие и простые пароли, даже зная о рисках? *(Их легче запомнить. Люди выбирают удобство, а не безопасность)*
- 3) Что показал эксперимент с угадыванием двузначного числа? Какой вывод можно сделать о выборе паролей? *(Эксперимент показал, что угадывание происходит в среднем за 50 попыток. Но если число осмысленное (дата, номер дома), злоумышленник может угадать его быстрее. Поэтому пароль должен быть случайным)*
- 4) Что важнее для безопасности – длина пароля или его случайность? *(Оба фактора важны. Длина увеличивает число комбинаций. Случайность делает пароль устойчивым к словарным атакам. Самый надежный пароль – длинный и случайный)*
- 5) Какой главный вывод вы можете сделать о связи комбинаторики и вероятности? *(Комбинаторика дает число комбинаций, а вероятность – оценку риска. Вместе они помогают принимать решения)*

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: мы начали с комбинаторики – научились считать число паролей. Это дало ответ на вопрос «сколько всего?». Затем мы перешли к вероятности – построили модель времени взлома. Это дало ответ на вопрос «когда взломают?». А эксперимент показал, что осмысленные числа угадываются быстрее, потому что злоумышленник использует информацию о человеке. *Главный вывод: безопасность – это не просто длина пароля, а сочетание длины, мощности алфавита, случайности и понимания вероятностных рисков.*

Этап 5. Рефлексия

- 1) Сегодня вы оценивали время взлома пароля с помощью математического ожидания и дисперсии. Как эти понятия помогли вам по-новому взглянуть на безопасность?
- 2) Как вы теперь оцениваете свои пароли? Что вы измените в своей практике после этого урока?

9 класс. Урок 32. Обобщение, систематизация знаний. Случайные величины и распределения

Методическая цель урока: создать условия для систематизации знаний о случайных величинах, их распределениях, математическом ожидании и дисперсии через решение практической задачи выбора стратегии подготовки к экзамену, демонстрирующей связь между теорией вероятностей и реальным принятием решений.

Ключевое обобщение: математическое ожидание показывает средний результат, но не говорит о его надежности. Дисперсия и стандартное отклонение показывают разброс возможных результатов. При выборе стратегии важно учитывать не только средний балл, но и риск – насколько сильно результат может отличаться от ожидаемого. Оптимальная стратегия – не всегда та, что дает максимальный средний балл, а та, что сочетает высокий результат с приемлемым уровнем риска.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: выявление имеющихся знаний о случайных величинах, распределениях, математическом ожидании и дисперсии.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы.

Вопросы:

- 1) Что такое случайная величина? *Приведите пример.*
- 2) Что такое распределение вероятностей случайной величины?
- 3) Что такое математическое ожидание? Что оно показывает?
- 4) Что такое дисперсия? Что она показывает?
- 5) Как вы думаете, смогут ли эти характеристики помочь, например, в выборе стратегии подготовки к экзамену?

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – противоречие между разными стратегиями подготовки и их результатами.

Задание для учащихся:

Четыре ученика по-разному готовятся к ЕГЭ по профильной математике. Экзамен состоит из 19 заданий, которые оцениваются по-разному. У каждого своя стратегия.

Андрей решает только первую часть и двухбалльные задания. К трехбалльным и высокобалльным практически не готовится. Он говорит: *«Главное – набрать проходной балл. Простые задания решу, а сложные даже пробовать не буду».*

Борис готовится к первой части, двухбалльным и трехбалльным заданиям. На высокобалльные у него не хватает времени. Он говорит: *«Я должен решить все, что могу. Сложные задачи оставляю на потом».*

Виктор готовится ко всем заданиям одинаково – вероятность решить любое задание у него одинакова. Он говорит: *«Я буду готовиться ко всему равномерно. Так я ничего не упущу».*

Григорий усиленно готовится только к самым сложным заданиям. На простые задания он не обращает внимания и даже не смотрит их прототипы. Он говорит: *«Простые задания решат все. Мой шанс – в сложных задачах, они дают много баллов».*

Задание для учащихся (фронтально):

- 1) Кто из учеников, по вашему мнению, наберет больше всего баллов? Почему?
- 2) У кого из них результат будет самым стабильным? Почему?
- 3) Чья стратегия кажется вам самой рискованной? Почему?

Проблемный вопрос: у каждого из этих учеников есть логика. Каждый считает свою стратегию правильной. Кто из них прав? Как нам это проверить? Смогут ли инструменты из курса вероятности и статистики помочь нам принять решение? Кто из них наберет больше баллов? Чья стратегия лучше? И что значит лучше – максимальный средний балл или минимальный риск?



Обобщающий конструкт (границы применимости): разные стратегии дают разные результаты. Высокий средний балл может сопровождаться высоким риском. Выбор стратегии – это компромисс между средним результатом и стабильностью.

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: применение формул математического ожидания и дисперсии для сравнения стратегий.

Деятельность учителя: учитель выдает таблицы с данными, ученики работают в группах (или индивидуально), затем обсуждают результаты.

Структура ЕГЭ (профильная математика, 2026):

Группа заданий	Номера	Кол-во	Балл за 1	Макс. балл
Базовые	1–4, 6–8	7	1	7
Повышенные (краткий ответ)	5, 9–12	5	1	5
Повышенные (развернутый, 2 балла)	13, 15, 16	3	2	6
Повышенные (развернутый, 3 балла)	14, 17	2	3	6
Высокие	18–19	2	4	8
Итого	19			32

Вопросы для обсуждения:

- 1) Из каких частей состоит ЕГЭ по профильной математике?
- 2) Сколько баллов можно получить за каждую часть?
- 3) Как вы думаете, какие задания самые важные для набора баллов?

Задание 1.

Учитель выдает таблицу с вероятностями:

Группа заданий	Андрей (1-я часть + 2 балла)	Борис (1-я часть + 2 и 3 балла)	Виктор (все равномерно)	Григорий (только сложные)
Базовые (7×1)	0,7	0,7	0,4	0,1
Пов. краткий ответ (5×1)	0,6	0,6	0,4	0,1
Пов. разв. (2 балла) (3×2)	0,5	0,5	0,4	0,2
Пов. разв. (3 балла) (2×3)	0,05	0,5	0,4	0,7
Высокие (2×4)	0,05	0,05	0,4	0,8

Каждая группа (или все фронтально по очереди) получает одного ученика и заполняет таблицу:

Группа	n	Балл	p	Вклад в E(X)	Вклад в D(X)
Базовые	7	1			
Пов. краткий	5	1			
Пов. разв. (2 б)	3	2			
Пов. разв. (3 б)	2	3			
Высокие	2	4			
Итого				E(X)	D(X)

Данные для учителя:

Ученик	$E(X)$	$D(X)$	$\sqrt{D(X)}$
Андрей	11,6	8,05	2,84
Борис	14,3	11,69	3,42
Виктор	12,8	17,76	4,21
Григорий	13	11,9	3,45

Задание 2.

Заполните итоговую таблицу:

Ученик	$E(X)$	σ	Интервал $[E-\sigma; E+\sigma]$	Ширина интервала
Андрей	11,6	2,84	[8,76; 14,44]	5,68
Борис	14,3	3,42	[10,88; 17,72]	6,84
Виктор	12,8	4,21	[8,59; 17,01]	8,42
Григорий	13	3,45	[9,55; 16,45]	6,9

Вопросы для обсуждения:

- 1) Кто из учеников показывает самый высокий средний балл? (Борис: 14,3)
- 2) У кого самый стабильный результат? (Андрей: 2,84)
- 3) У кого самый непредсказуемый результат? (Виктор: 8,42)
- 4) У кого самый предсказуемый результат? (Андрей: 5,68)

 **Обобщающий конструкт (перевод):** от стратегии подготовки → к вероятностям решения заданий → к математическому ожиданию и дисперсии → к оценке среднего балла и риска.

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Методическая функция: рефлексивно-мировоззренческое замыкание. Установление связей между математическим ожиданием, дисперсией и выбором стратегии.

Вопросы для общего обсуждения:

- 1) В начале урока каждый из четырех учеников считал свою стратегию правильной. Что изменилось в вашем понимании после расчетов?
- 2) Почему Григорий, который почти не готовится к простым заданиям, показывает второй результат по среднему баллу? (Потому что сложные задания дают много баллов, и он их решает с высокой вероятностью)
- 3) Какой риск несет стратегия Григория? (Он может получить и 16, и 9 баллов. Это большой разброс)
- 4) Почему Борис, который готовится ко всему, но с разной интенсивностью, показывает лучший результат? (Он не игнорирует простые задания, но и не забывает о сложных. Это дает и высокий средний балл, и умеренный риск)

5) Какой вывод можно сделать о подготовке к экзамену? *(Лучшая стратегия – не игнорировать простые задания, но и не заикливаться только на них. Оптимальный подход – распределять усилия пропорционально сложности и балльности заданий)*



Обобщающий конструкт (синтез): математическое ожидание и дисперсия работают вместе: первое показывает, на что можно рассчитывать в среднем, вторая – насколько велик риск. Выбор стратегии – это выбор между высоким средним результатом и стабильностью. Оптимальная стратегия – та, что сочетает высокий средний результат с приемлемым уровнем риска.

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: математическое ожидание показывает средний результат, но не гарантирует его. Дисперсия и стандартное отклонение показывают, насколько результат может отличаться от среднего. При выборе стратегии важно учитывать и средний балл, и стабильность. Григорий показывает, что даже если забить на простые задания, можно получить высокий балл за счет сложных. Но это большой риск. Борис выбирает более надежную стратегию: он не игнорирует простые задания, но и не забывает о сложных. Именно поэтому его результат и выше, и стабильнее. Оптимальная стратегия – та, что сочетает высокий средний результат с приемлемым уровнем риска.

Этап 5. Рефлексия

- 1) Что нового вы узнали о случайных величинах и их характеристиках?
- 2) Какую стратегию вы планируете выбрать для себя? Почему?
- 3) Что для вас важнее – высокий средний результат или стабильность? Почему?

9 класс. Урок 32. Обобщение, систематизация знаний. Случайные величины и распределения. Материалы к уроку

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/BCYdLpY1Oebdbg>



9 класс. Урок 32. Обобщение, систематизация знаний. Случайные величины и распределения

Материалы к уроку включают в себя:

- структуру ЕГЭ;
- слайд с исходными данными;
- слайд с таблицей для заполнения;
- ответы для учителя.

9 класс. Урок 34. Обобщение, систематизация знаний

Методическая цель урока: создать условия для целостного применения всех изученных в 9 классе инструментов (представление данных, описательная статистика, вероятность, случайные величины) к решению реальной жизненной задачи – выбора образовательной траектории после 9 класса на основе реальных статистических данных.

Ключевое обобщение: весь курс вероятности и статистики в 9 классе – это инструменты для принятия решений в условиях неопределенности. Представление данных помогает увидеть картину целиком. Описательная статистика (среднее, дисперсия) позволяет оценить ситуацию количественно. Вероятность дает возможность оценить шансы. Математическое ожидание позволяет выбрать оптимальную стратегию. Вместе эти инструменты помогают принимать обоснованные решения, даже когда результат не гарантирован.

Пошаговый сценарий урока

Этап 1. Актуализация

Методическая функция: восстановление в памяти всех ключевых понятий курса.

Деятельность учителя: учитель задает вопросы, фиксируя ответы на доске в виде кластера «Инструменты курса».

Вопросы:

- 1) Какие способы представления данных мы изучали?
- 2) Какие статистические характеристики мы использовали для описания данных?
- 3) Что такое вероятность? Какие способы ее вычисления мы знаем?
- 4) Что такое случайная величина? Что такое математическое ожидание?
- 5) Как вы думаете, зачем нам все эти инструменты?

Методический комментарий: учитель фиксирует на доске кластер и подводит к мысли: «Сегодня мы увидим, как все эти инструменты работают вместе для решения одной важной задачи – выбора пути после 9 класса».

Этап 2. Постановка проблемы

Методическая функция: создание когнитивного конфликта – противоречие между желанием выбрать правильный путь и неопределенностью результата.

Задание для учащихся:

Вы заканчиваете 9 класс. Перед вами стоит выбор: продолжить обучение в школе (10–11 классы) или поступить в колледж.

По данным Министерства просвещения и исследованиям ВШЭ, в 2024 году в 10-й класс пошли 43% выпускников 9-х классов, а в колледжи – 42%. Еще 10% выбрали программы рабочих специальностей, а 6% вышли на рынок труда. При этом в 2025 году 63% девятиклассников выбрали колледжи и техникумы, что показывает устойчивый рост интереса к среднему профессиональному образованию.

Задание для учащихся (фронтально):

- 1) Посмотрите на статистику. Как вы думаете, почему все больше девятиклассников выбирают колледжи?
- 2) Какой путь вы бы выбрали? Почему?

Проблемный вопрос: как принять решение, если и у школы, и у колледжа есть свои плюсы и минусы? Как математика может помочь в этом выборе?



Обобщающий конструкт (границы применимости): статистика показывает общие тенденции, но не говорит, что делать конкретному человеку. Для принятия решения нужно учитывать свои результаты (средний балл аттестата), реальные проходные баллы и вероятности поступления.

Этап 3. Основная работа

Методическая функция: применение всех изученных инструментов для решения задачи выбора образовательной траектории.

Деятельность учителя: учитель дает задания последовательно, организуя обсуждение после каждого.

Задание 1 (индивидуально). Оцениваем свои шансы

Справка для учащихся:

- В колледжи зачисление происходит на основе среднего балла аттестата.
- Средний балл аттестата считается как среднее арифметическое всех оценок.
- В 2025 году средний балл аттестата поступающих в колледжи составил 4,0. По некоторым специальностям (ИТ, медицина) он достигает 4,6–5,0.
- В 10 класс тоже принимают по среднему баллу аттестата. Без дополнительных испытаний принимают с баллом 4,0 и выше. С баллом до 3,9 могут принять только после дополнительных испытаний.

Данные по колледжам (по материалам приемной кампании 2025 года):

Специальность	Проходной балл (бюджет)
Информационные системы и программирование	4,71
Сетевое и системное администрирование	3,65
Обеспечение информационной безопасности телекоммуникационных систем	3,64
Обеспечение информационной безопасности автоматизированных систем	3,76
Производство и эксплуатация оптических приборов и систем	4,14
Строительство и эксплуатация зданий и сооружений	4,71
Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения	4,4
Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования	4,15
Информационное моделирование в строительстве	4,14
Землеустройство	4,76
Эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования	4,3
Управление качеством продукции, процессов и услуг	4,1
Экономика и бухгалтерский учет	4,0
Техническое обслуживание и ремонт автотранспортных средств	3,8
Открытые горные работы	3,9
Лечебное дело	4,64
Акушерское дело	4,22
Лабораторная диагностика	4,21
Стоматология ортопедическая	4,63
Фармация	4,39
Сестринское дело	4,39
Средний балл по всем колледжам	4,0

Вопросы для учащихся:

- 1) Посчитайте свой предварительный средний балл аттестата.
- 2) Сравните его с проходными баллами в колледжи из таблицы.
- 3) На какие специальности вы можете поступить с вашим баллом?
- 4) Соответствует ли ваш балл требованиям для поступления в 10 класс (4,0 и выше)?

Задание 2. Вероятность поступления

Справка для учащихся:

- В 2024 году в колледжи на программы специалистов среднего звена поступило 42% девятиклассников.
- В 10-й класс пошли 43% девятиклассников.
- В 2025 году 63% девятиклассников выбрали колледжи и техникумы.

Вопросы:

- 1) Какова вероятность того, что случайный девятиклассник в 2024 году пошел в 10 класс? ($43/100 = 0,43$)
- 2) Какова вероятность того, что случайный девятиклассник в 2024 году пошел в колледж? ($42/100 = 0,42$)

3) Если тенденция сохранится, какова вероятность того, что в этом году девятиклассник выберет колледж? *(Около 0,45–0,5, так как доля растет. Это не точное значение, а оценка на основе тенденции. Реальная вероятность может отличаться)*

Этап 4. Обсуждение и обобщение

Вопросы для общего обсуждения:

- 1) Какой инструмент из курса оказался самым полезным для принятия решения?
- 2) Почему в 2025 году 63% девятиклассников выбрали колледжи? *(Можно избежать ЕГЭ, быстрее получить профессию, растет популярность программы «Профессионалитет»)*
- 3) Как вы думаете, какой путь дает больше возможностей в будущем? *(Колледж – быстрый старт в профессии. 10 класс и вуз – более долгий, но с более высокими карьерными перспективами)*
- 4) Какой главный вывод вы можете сделать о курсе «Вероятность и статистика» после этого урока? *(Это не просто набор формул. Это инструменты для принятия решений в условиях неопределенности)*

Обобщающий вывод, к которому подводит учитель: мы увидели, что выбор образовательной траектории – это не просто вопрос желания, а вопрос анализа данных:

- Средний балл аттестата – ключевая статистическая характеристика, определяющая шансы.
- Вероятность поступления можно оценить на основе реальных статистических данных.
- Статистика показывает, что выбор между 10 классом и колледжем становится все более сбалансированным: сейчас это примерно 50 на 50.
- Вероятность и статистика не дают готового ответа, но помогают принять обоснованное решение.

Этап 5. Рефлексия

- 1) Как изменилось ваше понимание того, зачем нужна вероятность и статистика в жизни?
- 2) Какой инструмент из курса вы, скорее всего, будете использовать в будущем? Почему?
- 3) Если бы вы сейчас заново выбирали образовательную траекторию, что бы вы сделали иначе, используя знания из этого курса?

9 класс. Урок 34. Обобщение, систематизация знаний. Материалы к уроку

Ссылка для скачивания материалов:

<https://disk.yandex.ru/d/RiDwYq79QjV3Fg>



9 класс. Урок 34. Обобщение, систематизация знаний

Материалы к уроку включают в себя:

- данные по колледжам.

Часть II. ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

Назначение диагностических работ

Если сценарии уроков – это инструмент для организации деятельности учителя по обобщению и систематизации знаний, то диагностические работы – это инструмент для проверки того, насколько успешно эта деятельность привела к результату. Они предназначены для оценки **способности учащихся устанавливать связи между разными темами курса**, а не для проверки знания отдельных формул или вычислительных навыков.

Курс «Вероятность и статистика» имеет свою специфику: понятия в нем существуют не в линейной последовательности, а в сложной взаимосвязи друг с другом. Вероятность, частота, случайная величина, математическое ожидание, закон больших чисел – эти понятия нельзя освоить по отдельности, они осмысливаются только в системе. Именно поэтому диагностика должна проверять не «знает ли ученик формулу», а «понимает ли он, как эта формула связана с другими и когда ее нужно применять».

Отличие диагностических работ от контрольных

Контрольная работа	Диагностическая работа
Проверяет знание формул и алгоритмов	Проверяет умение выбирать и применять инструменты
Содержит прямые вопросы: «найдите», «вычислите», «постройте»	Содержит открытые вопросы: «как вы думаете?», «что вы выберете и почему?»
Оценивается по количеству правильных ответов	Оценивается по уровню сформированности действий
Дает баллы за верные вычисления	Дает представление о том, как ученик мыслит

Структура диагностической работы

Каждая диагностическая работа построена как **единая сквозная задача** с единым сюжетом. Ученик последовательно проходит путь от анализа данных до принятия решения.

Задания не содержат прямых инструкций – ученик сам определяет, какие инструменты использовать и какие выводы делать. Именно его выбор определяет уровень сформированности действий.

Работа включает 4–5 заданий, каждое из которых проверяет определенный аспект работы с данными. Задания выстроены так, что каждый следующий шаг опирается на результаты предыдущего.

Уровни сформированности

Для оценки результатов используется **четырёхуровневая** система, основанная на уровнях сформированности универсальных учебных действий (ФГОС):

Уровень	Название	Что умеет ученик
1	Воспроизведение	Выполняет стандартные операции по образцу, но не может их обосновать или выбрать.
2	Применение в типовой ситуации	Применяет алгоритмы в знакомых условиях, но не адаптирует их к изменениям.
3	Осознанное применение	Обосновывает выбор инструмента, интерпретирует результаты, видит связи между ними.
4	Творческое применение (синтез)	Решает нетипичные задачи, комбинирует способы, делает самостоятельные выводы.

Для каждого задания разработаны критерии, позволяющие отнести ответ ученика к одному из четырех уровней. В критериях приведены примерные ответы, которые помогают учителю оценить работу.

Интерпретация результатов

Для каждого ученика фиксируется **индивидуальный профиль** – сочетание уровней по всем заданиям работы. На основе этого профиля учитель определяет не «средний балл», а зону ближайшего развития ученика: какие навыки уже сформированы, а какие требуют дополнительной работы.

В пособии приведены **рекомендации для учителя** по работе с каждым типом профиля. Это позволяет не просто констатировать результат, а планировать дальнейшую работу с учеником.

Как использовать диагностические работы

1. Выберите работу, соответствующую классу.
2. Ознакомьтесь с методической справкой перед проведением работы. В ней указаны назначение, структура и рекомендуемое время выполнения.
3. Проведите работу. Ученики выполняют задания самостоятельно. Учитель не дает подсказок и не комментирует ход работы.
4. Оцените результаты по критериям. Для каждого задания определите уровень ответа ученика.
5. Зафиксируйте индивидуальный профиль. Сочетание уровней по всем заданиям дает представление о сформированности действий с данными у конкретного ученика.
6. Используйте рекомендации для планирования дальнейшей работы.

7 класс. Диагностическая работа

Методическая справка для учителя

Назначение работы: работа предназначена для диагностики уровня сформированности у учащихся 7 класса обобщенных способов действия с данными.

Структура и содержание: работа построена как единая сквозная задача. Каждое задание направлено на проверку способности ученика осмысленно выбирать и применять статистический инструмент в зависимости от поставленного вопроса.

Уровни сформированности (на основе ФГОС):

Уровень	Название	Что умеет ученик
1	Воспроизведение	Выполняет стандартные операции по образцу, но не может их обосновать или выбрать.
2	Применение в типовой ситуации	Применяет алгоритмы в знакомых условиях, но не адаптирует их к изменениям.
3	Осознанное применение	Обосновывает выбор инструмента, интерпретирует результаты, видит связи между ними.
4	Творческое применение (синтез)	Решает нетипичные задачи, комбинирует способы, делает самостоятельные выводы.

Рекомендуемое время выполнения: 35–40 минут.

Сюжет

В 7 классе 20 учеников. Они решили выяснить, сколько времени их одноклассники тратят на дорогу до школы. Ребята провели опрос и получили такие данные (в минутах):

5, 10, 10, 15, 15, 15, 20, 20, 20, 20, 25, 25, 25, 30, 30, 30, 35, 40, 45, 60

Классный руководитель попросил учеников подготовить небольшой отчет по результатам опроса.

Задание 1

Ребята хотят наглядно показать результаты опроса классному руководителю. Какой способ представления данных вы им предложите и почему? Выберите один из способов (таблица, столбиковая диаграмма, гистограмма, круговая диаграмма) и обоснуйте свой выбор. Затем выполните выбранное представление данных.

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик выбрал способ представления и построил его, но не обосновал выбор.	Построена гистограмма, но без объяснения, почему выбран именно этот способ.
2	Ученик выбрал способ представления (гистограмма или таблица частот) и дал простое обоснование: «так удобнее» или «так нагляднее».	«Я выбрал гистограмму, потому что так удобнее показать данные».
3	Ученик обосновал выбор, указав на непрерывный характер данных и объяснив, почему другие способы менее подходят.	«Я выбрал гистограмму, потому что данные непрерывные (время в минутах). Круговая диаграмма не подойдет, так как значений слишком много, а столбиковая диаграмма не показывает распределение».
4	Ученик не только обосновал выбор, но и корректно определил интервалы для группировки, а также объяснил, что другие способы (например, круговая диаграмма) были бы неинформативны.	«Я выбрал гистограмму, потому что данные непрерывные. Я разбил их на интервалы по 10 минут – так видно, что большинство учеников тратят 20–30 минут. Круговая диаграмма здесь не подойдет, потому что для каждого значения пришлось бы рисовать отдельный сектор».

Задание 2

Классный руководитель спрашивает: «Какое время можно считать типичным для учеников этого класса?» Какую статистическую характеристику (среднее, медиана, размах) вы используете для ответа на этот вопрос? Найдите ее и обоснуйте свой ответ.

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик вычислил одну из характеристик, но не обосновал выбор.	«Медиана = 20».
2	Ученик вычислил медиану (20 минут) и дал ответ «типичное время – 20 минут».	«Типичное время – 20 минут, потому что медиана равна 20».
3	Ученик обосновал, почему выбрал медиану, а не среднее или размах, указав на ее устойчивость к «выбросу» (значение 60).	«Я выбрал медиану, потому что она не зависит от одного сильно большого значения (60 минут). Если бы я взял среднее, оно было бы завышено».
4	Ученик дополнил ответ вычислением среднего и объяснил, почему оно может быть не совсем точным для этого набора данных.	«Медиана равна 20 минут. Это типичное время. Среднее – 37,8 минут, но оно завышено из-за одного ученика, который тратит 60 минут. Поэтому я считаю, что медиана лучше показывает реальную картину».

Задание 3

В классе есть ученик, который тратит 60 минут. Опишите, как вы оцените это значение по сравнению с остальными данными. Что нужно учесть, чтобы понять, является ли это значение необычным?

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик дал ответ, что 60 минут – это много, но без опоры на данные.	«Это много, наверное, он живет далеко».
2	Ученик использовал размах или сравнение с медианой, чтобы аргументировать ответ.	«60 минут – это сильно больше медианы (20 минут). Это нетипично».
3	Ученик сделал вывод, что 60 минут – это крайнее, но не выбивающееся значение (не выброс), и объяснил, что для определения «выброса» нужны дополнительные критерии.	«60 минут – это крайнее значение, но его нельзя назвать выбросом, потому что оно входит в общий диапазон данных. Это нетипично, но возможно».
4	Ученик связал значение 60 с контекстом: возможно, этот ученик живет дальше всех, и это не ошибка, а особенность.	«60 минут – это максимальное значение. Возможно, этот ученик живет дальше всех, и это не ошибка, а реальная ситуация. Если бы он тратил 100 минут, это был бы выброс, а 60 минут – просто крайнее значение».

Задание 4

Как вы думаете, почему в классе нет учеников, которые тратят меньше 5 минут или больше 60 минут? Что это может говорить о классе?

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик дал простой ответ: «никто не живет рядом» или «все живут недалеко».	«Никто не живет рядом со школой».
2	Ученик связал отсутствие значений с «зоной доступности» школы.	«Нет значений меньше 5 минут – значит, никто не живет прямо у школы. Нет значений больше 60 минут – значит, никто не живет слишком далеко».
3	Ученик сделал вывод, что класс сформирован из учеников, живущих в одном районе.	«Скорее всего, все ученики живут в одном районе, поэтому время на дорогу примерно одинаковое – от 5 до 60 минут».
4	Ученик сделал самостоятельный вывод о типичности данных для данной школы, предположив, что результаты отражают реальную ситуацию.	«Данные выглядят реалистичными: есть ученики, которые живут рядом (5–10 минут), есть те, кто живет далеко (45–60 минут). Отсутствие крайних значений говорит о том, что класс сформирован из учеников, живущих в зоне доступности школы».

Интерпретация результатов

Общий принцип: Для каждого ученика фиксируется индивидуальный профиль – сочетание уровней по четырем заданиям. На основе этого профиля учитель определяет уровень сформированности действий с данными у конкретного ученика.

Тип профиля 1. Равномерный (все уровни совпадают)

Профиль	Описание	Рекомендации
Все задания – уровень 1	Ученик выполняет только простейшие операции по образцу, не понимает, зачем нужны разные инструменты.	Недостаточный уровень. Рекомендуется вернуться к базовым заданиям на построение диаграмм и вычисление характеристик, с акцентом на их смысл.
Все задания – уровень 2	Ученик уверенно выполняет стандартные операции в знакомых условиях, но не может обосновать выбор.	Базовый уровень. Рекомендуется добавлять вопросы «почему?» и «зачем?» при выполнении заданий.
Все задания – уровень 3	Ученик понимает смысл инструментов, обосновывает выбор, интерпретирует результаты.	Повышенный уровень. Можно переходить к заданиям с нестандартными контекстами.
Все задания – уровень 4	Ученик видит связи между инструментами, делает самостоятельные выводы, выходит за рамки прямого вопроса.	Высокий уровень. Можно предлагать проектные задачи.

Тип профиля 2. Неравномерный (разные уровни)

Профиль	Описание	Рекомендации
Задание 1 – высокий, остальные – низкие	Ученик хорошо строит диаграммы, но не понимает, зачем нужны характеристики и как их интерпретировать.	Работать над связью между визуализацией и статистическими характеристиками: «Что мы видим на диаграмме? Как это можно описать числами?»
Задание 2 – высокий, остальные – низкие	Ученик может найти характеристику, но не понимает, как выбрать способ представления или интерпретировать аномалии.	Работать над целостным анализом данных: от таблицы/диаграммы к характеристикам и выводу.
Задание 3 – высокий, остальные – низкие	Ученик хорошо интерпретирует крайние значения, но не владеет базовыми инструментами.	Укрепить базовые навыки (построение диаграмм, вычисление характеристик), затем вернуться к интерпретации.
Задание 4 – высокий, остальные – низкие	Ученик делает содержательные выводы, но не может их обосновать данными.	Работать над аргументацией: «Что в данных подтверждает твой вывод?»

Тип профиля 3. С выраженным «западанием»

Профиль	Описание	Рекомендации
Одно задание выполнено на 1–2 уровня ниже остальных	Ученик в целом понимает материал, но есть конкретный пробел.	Целенаправленная работа над конкретным навыком (выбор способа представления, выбор характеристики, интерпретация аномалий, содержательный вывод).

7 класс. Диагностическая работа. Электронный ресурс

Ссылка для скачивания диагностической работы в формате Microsoft Word:

<https://disk.yandex.ru/d/1kX6l3c6JOypgg>



7 класс. Диагностическая работа

8 класс. Диагностическая работа

Методическая справка для учителя

Назначение работы: работа предназначена для диагностики уровня сформированности у учащихся 8 класса умения самостоятельно выбирать статистические инструменты для анализа данных и интерпретировать результаты.

Структура и содержание: работа построена как единая сквозная задача. Ученик самостоятельно определяет, какие характеристики использовать и какие выводы делать. Задания работы выстроены последовательно: ученик сначала выбирает инструменты для сравнения классов (задание 1), затем анализирует крайние значения (задание 2), переходит к вероятностной интерпретации (задание 3), делает общий вывод о качестве подготовки (задание 4) и, наконец, принимает решение для директора школы (задание 5).

Уровни сформированности (на основе ФГОС):

Уровень	Название	Что умеет ученик
1	Воспроизведение	Выполняет стандартные операции по образцу, но не может их обосновать или выбрать.
2	Применение в типовой ситуации	Применяет алгоритмы в знакомых условиях, но не адаптирует их к изменениям.
3	Осознанное применение	Обосновывает выбор инструмента, интерпретирует результаты, видит связи между ними.
4	Творческое применение (синтез)	Решает нетипичные задачи, комбинирует способы, делает самостоятельные выводы.

Рекомендуемое время выполнения: 35–40 минут.

Сюжет

В двух классах одной школы – 8 «К» и 8 «Л» – проверили уровень подготовки по математике. Ученики писали одну и ту же работу. Вот результаты (в баллах):

8 «К»: 45, 48, 52, 55, 58, 60, 62, 65, 68, 70, 72, 75, 78, 80, 82, 85, 88, 90, 92, 95

8 «Л»: 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 100, 100, 100, 100,
100

Задание 1

Какие статистические характеристики вы выберете, чтобы понять, чем отличаются эти два класса? Объясните свой выбор. Сделайте необходимые вычисления.

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик вычислил среднее (или медиану) и сделал вывод на его основе.	«Среднее в 8 «К» – 70, в 8 «Л» – 73,75. В 8 «Л» учатся лучше».
2	Ученик вычислил среднее и размах (или σ) и сравнил их.	«Среднее в 8 «Л» выше, но размах в 8 «Л» больше (70 против 50). В 8 «Л» есть и сильные, и слабые ученики».
3	Ученик выбрал несколько характеристик и объяснил, что каждая из них показывает.	«Я посчитал среднее (показывает типичный уровень), размах (показывает крайние значения) и σ (показывает типичный разброс). В 8 «Л» среднее выше, но σ больше, значит, результаты менее стабильны».
4	Ученик использовал характеристики для связного вывода, а не просто перечислил числа.	«В 8 «Л» средний балл выше за счет группы сильных учеников, но в классе есть и слабые. В 8 «К» результаты более однородны. Это говорит о том, что классы устроены по-разному».

Задание 2

В 8 «Л» есть шесть учеников, которые получили 100 баллов. В 8 «К» таких учеников нет. Что это говорит о каждом из классов? Как это влияет на общую картину?

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик просто указал на наличие 100-балльников.	«В 8 «Л» есть отличники, а в 8 «К» нет».
2	Ученик связал наличие 100-балльников с общим уровнем класса.	«В 8 «Л» есть сильные ученики, но это не значит, что весь класс сильный».
3	Ученик показал, что наличие 100-балльников может исказить среднее.	«6 учеников с 100 баллами сильно повышают среднее в 8 «Л». Без них среднее было бы примерно таким же, как в 8 «К»».
4	Ученик интерпретировал это как признак разнородности класса.	«Большое количество 100-балльников в 8 «Л» говорит о том, что в классе есть группа очень сильных учеников. Но одновременно там есть и слабые ученики. Это делает класс более разнородным».

Задание 3

Представьте, что из каждого класса случайным образом выбирают одного ученика. В каком классе выше шанс выбрать ученика с высоким результатом (90 баллов и выше)? В каком классе выше шанс выбрать ученика с низким результатом (50 баллов и ниже)? Объясните, что это говорит о классах.

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик просто перечислил количество учеников.	«В 8 «К» 90+ у 5 учеников, в 8 «Л» – у 9».
2	Ученик вычислил вероятности (доли) для одного из классов или для одного из событий.	«В 8 «К» вероятность выбрать 90+ – $5/20 = 0,25$ ».
3	Ученик вычислил вероятности для обоих классов и сравнил их.	«В 8 «К» шанс выбрать 90+ – 0,25, в 8 «Л» – 0,45. В 8 «Л» шанс выше. Шанс выбрать 50- – в 8 «К» 0,15, в 8 «Л» 0,2».
4	Ученик интерпретировал вероятности как характеристику классов.	«В 8 «Л» больше шанс выбрать и сильного, и слабого ученика. Это подтверждает, что класс более разнородный. В 8 «К» шансы более сбалансированы».

Задание 4

Как вы думаете, какой класс показывает более качественную подготовку? Обоснуйте свой ответ, используя данные. Если вы считаете, что однозначного ответа нет, объясните почему.

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик сказал, какой класс лучше, без обоснования или с одним числом.	«8 «Л» лучше, потому что средний балл выше».
2	Ученик использовал несколько характеристик, но вывод остался однозначным.	«По среднему баллу лучше 8 «Л», но по стабильности – 8 «К». Поэтому 8 «Л» лучше».
3	Ученик сделал вывод, что однозначного ответа нет, и обосновал это.	«Нельзя сказать однозначно: в 8 «Л» выше средний балл, но в 8 «К» стабильнее. Все зависит от того, что считать «качественной подготовкой»».
4	Ученик показал, что «качество подготовки» – понятие многомерное, и предложил свой критерий.	«Качественная подготовка – это не только средний балл, но и стабильность, и отсутствие слабых учеников. Если смотреть на все вместе, то 8 «К» показывает более сбалансированные результаты».

Задание 5

Директору школы нужно выбрать один класс для участия в городской олимпиаде по математике. Какой класс вы посоветуете ему выбрать и почему? Если бы вы могли подготовить один из классов к олимпиаде, что бы вы предложили?

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик выбрал класс без обоснования.	8 «Л»
2	Ученик выбрал класс, обосновав одной характеристикой.	«8 «К», потому что там стабильнее».
3	Ученик выбрал класс с учетом целей олимпиады.	«Если олимпиада командная, нужна стабильность – 8 «К». Если индивидуальная – можно взять 8 «Л», там есть сильные ученики».
4	Ученик предложил конкретный план действий для выбранного класса.	«Я выбрал бы 8 «Л», но предложил бы дополнительную подготовку для слабых учеников, чтобы они подтянулись до уровня сильных. Тогда класс станет и сильным, и более стабильным».

Интерпретация результатов

Общий принцип: Для каждого ученика фиксируется индивидуальный профиль – сочетание уровней по пяти заданиям. На основе этого профиля учитель определяет уровень сформированности действий с данными у конкретного ученика.

Тип профиля 1. Равномерный (все уровни совпадают)

Профиль	Описание	Рекомендации
Все задания – уровень 1	Ученик выполняет только простейшие операции по образцу, не понимает, зачем нужны разные инструменты.	Недостаточный уровень. Рекомендуется вернуться к базовым заданиям на построение диаграмм и вычисление характеристик, с акцентом на их смысл.
Все задания – уровень 2	Ученик уверенно выполняет стандартные операции в знакомых условиях, но не может обосновать выбор.	Базовый уровень. Рекомендуется добавлять вопросы «почему?» и «зачем?» при выполнении заданий.
Все задания – уровень 3	Ученик понимает смысл инструментов, обосновывает выбор, интерпретирует результаты.	Повышенный уровень. Можно переходить к заданиям с нестандартными контекстами.
Все задания – уровень 4	Ученик видит связи между инструментами, делает самостоятельные выводы, выходит за рамки прямого вопроса.	Высокий уровень. Можно предлагать проектные задачи на анализ данных.

Тип профиля 2. Неравномерный (разные уровни)

Профиль	Описание	Рекомендации
Задание 1 – высокий, остальные – низкие	Ученик хорошо считает характеристики, но не интерпретирует их.	Работать над связью между вычислениями и выводами: «Что это число говорит о классе?»
Задание 2 – высокий, остальные – низкие	Ученик замечает особенности данных, но не использует их для общего вывода.	Работать над целостным анализом: от отдельных наблюдений к общему выводу.
Задание 3 – высокий, остальные – низкие	Ученик хорошо работает с вероятностями, но не связывает их с общим анализом.	Укреплять связь между вероятностью и статистическими характеристиками.
Задание 4 – высокий, остальные – низкие	Ученик делает хорошие выводы, но не обосновывает их числами.	Работать над аргументацией: «Какие данные подтверждают твой вывод?»
Задание 5 – высокий, остальные – низкие	Ученик принимает решение, но не опирается на данные.	Работать над обоснованностью решений.

Тип профиля 3. С выраженным «западанием»

Профиль	Описание	Рекомендации
Одно задание выполнено на 1–2 уровня ниже остальных	Ученик в целом понимает материал, но есть конкретный пробел.	Целенаправленная работа над конкретным навыком.

8 класс. Диагностическая работа. Электронный ресурс

Ссылка для скачивания диагностической работы в формате Microsoft Word:

<https://disk.yandex.ru/d/uKqm3aqfBNhc9g>



8 класс. Диагностическая работа

9 класс. Диагностическая работа

Методическая справка для учителя

Назначение работы: работа предназначена для диагностики уровня сформированности у учащихся 9 класса умения анализировать неструктурированную информацию, выделять значимые данные, применять статистические и вероятностные методы и принимать обоснованные решения.

Структура и содержание: работа построена как единая сквозная задача. Ученик самостоятельно определяет, какие характеристики использовать и какие выводы делать.

Уровни сформированности (на основе ФГОС):

Уровень	Название	Что умеет ученик
1	Воспроизведение	Выполняет стандартные операции по образцу, но не может их обосновать или выбрать.
2	Применение в типовой ситуации	Применяет алгоритмы в знакомых условиях, но не адаптирует их к изменениям.
3	Осознанное применение	Обосновывает выбор инструмента, интерпретирует результаты, видит связи между ними.
4	Творческое применение (синтез)	Решает нетипичные задачи, комбинирует способы, делает самостоятельные выводы.

Рекомендуемое время выполнения: 35–40 минут.

Сюжет

Вы ищете подработку на лето. На сайте с вакансиями вы нашли три объявления. Вам нужно выбрать лучший вариант. Вот что написано в каждом объявлении.

Вакансия 1. Курьер в пиццерии

- *Доход за смену:* от 1200 до 1500 руб. (зависит от количества заказов).
- *Бонус:* 200 руб. за смену, если выполнено более 10 заказов (по словам других курьеров, в 7 из 10 смен им удается выполнить более 10 заказов).
- *График:* сменный. Можно выбрать дни работы: 2/2, 3/1 или 5/2. Смены: 9:00–18:00 или 14:00–23:00. Есть возможность работать в выходные (доплата 200 руб. за смену).

Вакансия 2. Промоутер

- *Доход за смену:* 800–1300 руб. (зависит от количества привлеченных клиентов).
- *Бонус:* 500 руб. за смену, если удалось привлечь больше 10 клиентов (по опыту прошлых промоутеров, это случается примерно в каждом третьем рабочем дне).
- *График:* сменный, гибкий – можно выбирать дни работы. Смены: 10:00–15:00, 14:00–19:00 или 17:00–22:00.

Вакансия 3. Аниматор в парке развлечения

- *Доход за смену:* 900–1350 руб. (фиксированная ставка 900 руб. + премия за активность до 450 руб.).
- *Бонусов нет.*
- *График:* 5 дней в неделю. Можно выбирать смены: утро (9:00–14:00), день (14:00–19:00) или вечер (19:00–23:00). Выходные – по договоренности.

Задание 1

Вам нужно сравнить вакансии и выбрать лучшую. Какие данные из описаний вы будете использовать для сравнения? Объясните, почему вы выбрали именно их.

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик назвал одну характеристику (обычно доход).	«Я буду смотреть на доход, потому что это главное».
2	Ученик назвал несколько характеристик, но не объяснил их важность.	«Я буду смотреть на доход, бонусы и график».
3	Ученик назвал характеристики и объяснил, почему каждая важна.	«Я буду смотреть на доход (главное), на возможность бонуса (дополнительный заработок), на диапазон дохода (показывает стабильность) и на график (удобство)».
4	Ученик выделил не только явные, но и скрытые характеристики (стабильность, риски).	«Я буду учитывать: диапазон дохода – показывает, сколько можно заработать в хороший и плохой день; частоту бонуса – показывает, насколько он реальный; вариативность графика – показывает, насколько работа подстраивается под мои планы; доплаты за выходные – дополнительный заработок».

Задание 2

Как вы думаете, какой доход можно считать типичным для каждой вакансии? Что нужно сделать с данными, чтобы ответить на этот вопрос? Покажите, как вы это делаете, и объясните свой выбор.

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик назвал диапазон для каждой вакансии.	«У курьера 1200–1500, у промоутера 800–1300, у аниматора 900–1350».
2	Ученик выделил примерный «типичный» доход из диапазона.	«У курьера типичный доход примерно 1350, у промоутера – 1000, у аниматора – 1100».
3	Ученик объяснил, как он определил типичный доход (например, по середине диапазона).	«Я взял середину диапазона: у курьера – 1350, у промоутера – 1050, у аниматора – 1125. Но у промоутера разброс больше, поэтому его типичный доход менее надежен».
4	Ученик связал типичный доход с другими характеристиками (стабильность, бонусы).	«У курьера типичный доход около 1350, и он стабильный. У промоутера типичный доход около 1050, но он может сильно отклоняться. У аниматора около 1125, стабильнее, чем у промоутера, но ниже, чем у курьера».

Задание 3

В вакансии промоутера есть бонус. Как вы думаете, стоит ли его учитывать при сравнении вакансий? Что нужно сделать с данными, чтобы понять, насколько бонус влияет на доход?

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик сказал, что бонус учитывать стоит или не стоит, без обоснования.	«Бонус стоит учитывать, потому что это дополнительные деньги».
2	Ученик объяснил, что бонус может увеличить доход, но не всегда.	«Бонус может дать 500 руб., но он не гарантирован. Если повезет, доход будет выше, если нет – останется только базовый».
3	Ученик оценил ожидаемый доход с учетом вероятности бонуса.	«Ожидаемый доход промоутера: примерно $1050 + 0,33 \times 500 = 1215$ руб. Это делает его сравнимым с курьером, но менее стабильным».
4	Ученик объяснил, что мат. ожидание – это среднее, а не гарантия, и сравнил с другими вакансиями.	«Бонус повышает средний доход промоутера до 1215 руб., но это не гарантирует, что каждый день будет такой доход. В отличие от курьера, где доход стабилен, здесь есть риск. Поэтому при выборе нужно учитывать не только средний доход, но и то, готов ли я к нестабильности».

Задание 4

У аниматора есть возможность выбирать смены (утро, день, вечер) на каждый из 5 рабочих дней. Сравните его график с графиками курьера и промоутера. Как вы думаете, почему аниматору дают больше свободы в выборе смен? Что это значит для планирования его времени? Оцените, насколько это преимущество или недостаток.

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик просто перечислил варианты графиков.	«У курьера можно выбрать дни, у аниматора тоже».
2	Ученик сравнил графики по гибкости.	«У курьера можно выбрать дни работы, а у аниматора – еще и смены. График аниматора гибче».
3	Ученик оценил количество вариантов расписания.	«У аниматора 3 варианта смен на каждый из 5 дней – это $3^5 = 243$ варианта расписания. Это дает огромную гибкость, но требует планирования. У курьера только 2 смены, у промоутера – 3, но они не комбинируются по дням так же свободно».
4	Ученик объяснил, что большое количество вариантов – это и преимущество, и сложность.	«Большое количество вариантов (243) – это и преимущество, и сложность. С одной стороны, аниматор может подстроить работу под свои планы. С другой – ему нужно самому принимать решения и не ошибиться с выбором. Для кого-то это плюс, для кого-то – лишняя головная боль. По сравнению с курьером, где выбор проще, аниматору нужна большая организованность».

Задание 5

Какую вакансию вы бы выбрали? Обоснуйте свой ответ, используя все предыдущие рассуждения.

Критерии оценивания

Уровень	Критерий	Пример ответа
1	Ученик выбрал вакансию без обоснования.	«Я выберу курьера».
2	Ученик выбрал вакансию, обосновав одной характеристикой.	«Я выберу курьера, потому что у него самый высокий доход».
3	Ученик учел несколько факторов (доход, стабильность, график).	«Я выберу курьера: у него стабильный высокий доход и гибкий график. Промоутер слишком рискованный, а аниматор дает меньше денег».
4	Ученик объяснил, что выбор зависит от приоритетов, и предложил критерии для выбора.	«Я бы выбрал аниматора. У него доход выше, чем у промоутера, и он стабильнее. Да, у курьера доход выше, но у аниматора более гибкий график – можно выбрать смены. Если бы я хотел заработать максимум – я выбрал бы курьера. Если бы я был готов рискнуть – промоутера. Мой выбор – аниматор, потому что он сочетает средний доход и гибкость».

Интерпретация результатов

Общий принцип: Для каждого ученика фиксируется индивидуальный профиль – сочетание уровней по пяти заданиям. На основе этого профиля учитель определяет уровень сформированности действий с данными у конкретного ученика.

Тип профиля 1. Равномерный (все уровни совпадают)

Профиль	Описание	Рекомендации
Все задания – уровень 1	Ученик выполняет только простейшие операции по образцу, не понимает, зачем нужны разные инструменты.	Недостаточный уровень. Рекомендуется вернуться к базовым заданиям на построение диаграмм и вычисление характеристик, с акцентом на их смысл.
Все задания – уровень 2	Ученик уверенно выполняет стандартные операции в знакомых условиях, но не может обосновать выбор.	Базовый уровень. Рекомендуется добавлять вопросы «почему?» и «зачем?» при выполнении заданий.
Все задания – уровень 3	Ученик понимает смысл инструментов, обосновывает выбор, интерпретирует результаты.	Повышенный уровень. Можно переходить к заданиям с нестандартными контекстами.
Все задания – уровень 4	Ученик видит связи между инструментами, делает самостоятельные выводы, выходит за рамки прямого вопроса.	Высокий уровень. Можно предлагать проектные задачи на анализ данных.

Тип профиля 2. Неравномерный (разные уровни)

Профиль	Описание	Рекомендации
Задание 1 – высокий, остальные – низкие	Ученик хорошо выделяет данные, но не умеет их анализировать.	Работать над переходом от выделения данных к их интерпретации.
Задание 2 – высокий, остальные – низкие	Ученик может оценить типичное значение, но не учитывает другие факторы.	Работать над комплексным анализом: типичное значение + стабильность + риски.
Задание 3 – высокий, остальные – низкие	Ученик хорошо работает с вероятностями, но не связывает их с общей картиной.	Укреплять связь между вероятностными и статистическими характеристиками.
Задание 4 – высокий, остальные – низкие	Ученик хорошо анализирует график, но не связывает его с другими характеристиками.	Работать над целостным анализом: график + доход + риски.
Задание 5 – высокий, остальные – низкие	Ученик принимает решение, но не опирается на данные.	Работать над обоснованностью решений через анализ данных.

Тип профиля 3. С выраженным «западанием»

Профиль	Описание	Рекомендации
Одно задание выполнено на 1–2 уровня ниже остальных	Ученик в целом понимает материал, но есть конкретный пробел.	Целенаправленная работа над конкретным навыком.

9 класс. Диагностическая работа. Электронный ресурс

Ссылка для скачивания диагностической работы в формате Microsoft Word:

<https://disk.yandex.ru/d/9AGAFSUHtOCRvg>



9 класс. Диагностическая работа

ПОСЛЕСЛОВИЕ

Уважаемые коллеги!

Перед Вами пособие, которое задумывалось как методический инструмент, а не как жесткая инструкция. Любой инструмент раскрывается в полной мере только в руках того, кто им пользуется осознанно и творчески.

При разработке пособия учитывалось, что у учителя не всегда есть возможность провести все предложенные уроки в полном объеме. В 9 классе к этому добавляется интенсивная подготовка к ОГЭ, и время на обобщение и систематизацию часто оказывается в дефиците. Именно поэтому в пособие сознательно включено больше материалов, чем можно успеть за отведенные часы. Это не ошибка планирования, а осознанное решение: учителю предлагается выбор, а не обязательство.

Как использовать это пособие – решать учителю.

Материалы пособия могут быть использованы по-разному:

- проведение уроков по полным сценариям, с сохранением предложенной логики и структуры.
- адаптация сценариев под конкретный класс – с возможностью сокращения или замены отдельных заданий в зависимости от уровня подготовки учащихся.
- использование отдельных элементов сценариев – обобщающих конструкторов, проблемных вопросов, сюжетов – для встраивания в собственные уроки.
- применение диагностических работ целиком или выборочно, в зависимости от целей проверки.
- использование материалов пособия на дополнительных учебных часах – в рамках внеурочной деятельности, элективных курсов, индивидуальных консультаций.

Главное, что заложено в основу пособия: **курс «Вероятность и статистика» – это не набор разрозненных тем, а целостная система понятий, связанных между собой.** Обобщение и систематизация являются ключевой формой работы, без которой знания остаются формальными и разрозненными. Пособие призвано помочь учителю в организации этой работы, но последнее слово всегда остается за ним.

Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность коллегам, чья профессиональная поддержка и содержательные замечания помогли сделать это пособие более качественным и практико-ориентированным.

Особая благодарность выражается **Гончаровой Маргарите Алексеевне**, заведующей кафедрой математического образования, информатики и ИКТ, к.п.н., доценту, **Решетниковой Наталье Валерьевне**, заведующей лабораторией по сопровождению деятельности практиков, к.п.н. – за профессиональную экспертизу готовых материалов, ценные методические советы и содействие в продвижении пособия в профессиональном сообществе.

Автор также благодарит **Мобильную сеть учителей математики Алтайского края** за содержательное обсуждение пособия, конструктивные замечания и предложения, которые

позволили учесть реальные потребности учителей и сделать материалы более гибкими и удобными в использовании.

И напоследок

Я буду искренне благодарен за Ваши замечания, предложения и отзывы. Конструктивная критика – лучший способ сделать сборник лучше. Если какое-то задание показалось неудачным, если чего-то не хватает или, наоборот, слишком много, сообщите. Следующее издание обязательно учтет Ваши пожелания.

Связаться со мной можно по электронной почте: re.chepkasov@yandex.ru

Успешного учебного года и интересных уроков!

Р.Э. Чепкасов

КАУ ДПО «Алтайский институт развития образования
имени Адриана Митрофановича Топорова»

Методические материалы по обобщению и систематизации знаний по курсу
«Вероятность и статистика» для 7–9 классов: пошаговые сценарии уроков,
диагностические работы / Р.Э. Чепкасов. – Барнаул: КАУ ДПО «АИРО имени
А.М. Топорова», 2026. – 117 с.

Автор-составитель:

*Чепкасов Родион Эдуардович, учитель первой квалификационной категории,
магистр в рамках направления «Педагогическое образование»*

Адрес редакции, издателя: 656049, Сибирский федеральный округ, Алтайский
край, г. Барнаул, пр. Социалистический, 60; тел. (3852) 55-58-87 (приемная);
сайт: iro22.ru, электронная почта: info@iro22.ru