

Комплект дидактических материалов по курсу «Вероятность и статистика» для 10–11 классов

Система домашних, практических и контрольных работ для систематизации знаний учащихся

УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ



УУД 372.851
ББК 74.262.21
А

Министерство образования и науки Алтайского края
КАУ ДПО «Алтайский институт развития образования
имени Адриана Митрофановича Топорова»

Комплект дидактических материалов по курсу «Вероятность и статистика» для 10–11 классов (углубленный уровень): система домашних, практических и контрольных работ для систематизации знаний учащихся : сборник дидактических материалов / Р.Э. Чепкасов. – Барнаул: КАУ ДПО «АИРО имени А.М. Топорова», 2026. – 265 с.

Пособие представляет собой первую часть комплекта материалов по курсу «Вероятность и статистика» для 10–11 классов. В издании представлена система домашних, практических и контрольных работ для 10–11 классов, привязанная к поурочному планированию федеральной рабочей программы. Вторая часть содержит методические материалы по обобщению и систематизации знаний: пошаговые сценарии уроков и диагностические работы. Пособие адресовано учителям математики, методистам и специалистам в области математического образования.

© КАУ ДПО «АИРО имени А.М. Топорова», 2026
© Чепкасов Р.Э.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	6
10 КЛАСС	9
Урок 1. Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа	10
Урок 2. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы	16
Урок 3. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента	21
Урок 4. Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы)	24
Урок 5. Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями	29
Урок 6. Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями	31
Урок 7. Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей	34
Урок 8-9. Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности	40
Урок 10. Формула полной вероятности	43
Урок 11. Формула Байеса. Независимые события	48
Урок 12. Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал	56
Урок 13. Число сочетаний. Треугольник Паскаля	59
Урок 14. Формула бинома Ньютона	62
Подготовка к контрольной работе №1: «Графы, вероятности, множества, комбинаторика»	64
Урок 15. Контрольная работа №1: «Графы, вероятности, множества, комбинаторика»	67
Урок 16. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха	72
Урок 17. Серия независимых испытаний до первого успеха	75
Урок 18. Серия независимых испытаний Бернулли	77
Урок 19. Случайный выбор из конечной совокупности	79
Урок 20. Практическая работа с использованием электронных таблиц	82
Урок 21. Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения ..	85
Урок 22. Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина	90
Урок 23. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение	93
Урок 24. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин	96
Урок 25. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины	99
Урок 26. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений ..	102
Урок 27. Дисперсия и стандартное отклонение	104
Урок 28. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии	107
Урок 29. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин	109
Урок 30-31. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	111
Урок 32. Обобщение и систематизация знаний	114
Подготовка к контрольной работе №2: «Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения»	116

Урок 33. Контрольная работа №2: «Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения».....	119
Урок 34. Обобщение и систематизация знаний.....	124
10 КЛАСС. ОТВЕТЫ.....	127
11 КЛАСС	140
Урок 1. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	141
Урок 2. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	143
Урок 3. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	145
Урок 4. Выборочный метод исследований.....	148
Урок 5. Практическая работа с использованием электронных таблиц	151
Урок 6-7. Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	154
Урок 8. Оценивание вероятностей событий по выборке.....	157
Урок 9-10. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	159
Урок 11. Практическая работа с использованием электронных таблиц	162
Урок 12. Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности. 166	
Урок 13. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям.....	169
Урок 14. Функция плотности вероятности показательного распределения	171
Урок 15. Функция плотности вероятности нормального распределения	174
Урок 16. Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона.....	177
Урок 17. Практическая работа с использованием электронных таблиц	180
Урок 18. Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции.....	183
Урок 19. Совместные наблюдения двух величин.....	186
Урок 20. Выборочный коэффициент корреляции	190
Урок 21. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью	192
Урок 22. Линейная регрессия	195
Урок 23. Практическая работа с использованием электронных таблиц	198
Урок 24. Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика	201
Урок 25. Опыты с равновероятными элементарными событиями	205
Урок 26. Вычисление вероятностей событий с применением формул	207
Урок 27. Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера.....	210
Урок 28. Случайные величины и распределения	213
Урок 29. Математическое ожидание случайной величины.....	216
Урок 30. Математическое ожидание случайной величины.....	218
Урок 31. Контрольная работа «Вероятность и статистика».....	220
Урок 32. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	227
Урок 33. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	230
Урок 34. Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины.....	233
11 КЛАСС. ОТВЕТЫ.....	236

ТЕХНИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ОНЛАЙН-ТЕСТОВ НА ПЛАТФОРМЕ OnlineTestPad	249
Регистрация на платформе	250
Добавление тестов в свой личный кабинет	251
Настройка и использование тестов в личном кабинете.....	252
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ.....	256
Математическое ожидание и дисперсия. Практическая работа с использованием электронных таблиц	257
Решение заданий ЕГЭ №4, №5 (профильный уровень) по разделу «Вероятность».	
Электронный ресурс.....	262
ПОСЛЕСЛОВИЕ.....	263

ПРЕДИСЛОВИЕ

Современный человек ежедневно сталкивается с необходимостью интерпретировать статистические данные, оценивать вероятности и принимать решения в условиях неопределённости. Понимание банковских кредитов и страховых полисов, анализ таблиц занятости и диаграмм социологических опросов, критическое восприятие итогов выборов и референдумов – всё это требует развитой вероятностно-статистической грамотности. Сегодня это не академический изыск, а инструмент навигации в цифровом мире, где каждый день приходится оценивать достоверность данных, распознавать манипуляции и принимать решения в условиях неполной информации. Особую актуальность это приобретает в условиях, когда часть учащихся имеет неограниченный доступ к цифровым ресурсам, а часть – сталкивается с техническими ограничениями.

Формирование целостных, системных знаний по вероятности и статистике требует не эпизодического повторения, а специально организованной деятельности, которая связывает разрозненные темы в единую понятийную сеть. Именно эту задачу – организацию систематической, ритмичной домашней работы с мгновенной обратной связью – решает данный комплект дидактических материалов.

Настоящее издание представляет собой первую часть комплекта дидактических материалов по курсу «Вероятность и статистика», охватывающую 10–11 классы. Материалы для 7–9 классов изданы отдельно. Данный комплект предназначен для организации домашней работы по курсу «Вероятность и статистика» в 10–11 классах. Пособие полностью соответствует Федеральной рабочей программе (ФРП), утвержденной Министерством просвещения РФ.

При подготовке сборника использовались задания, размещённые в открытых образовательных ресурсах, в том числе на сайтах «Решу ЕГЭ», «Решу ВПР», ФИПИ, «Учи.ру», а также из учебников «Вероятность и статистика» 10, 11 классы под редакцией Е.А. Бунимовича, В.А. Булычева. Автор не претендует на оригинальность заданий, взятых из указанных источников. Часть из них была адаптирована (изменены числовые данные, контекст или форма представления) для использования в рамках данного сборника в соответствии с целями и задачами курса и лучшего встраивания в логику уроков. Автор выражает благодарность разработчикам этих образовательных платформ и пособий за предоставленные материалы.

Главная идея данного дидактического комплекта состоит в том, что к каждому уроку курса предлагается домашнее задание в двух форматах – офлайн и онлайн. Учитель сам выбирает удобный способ выполнения. Содержание заданий в обоих форматах полностью идентично. Это значит, что ученик может выбрать любой удобный формат, не опасаясь пропустить что-то важное, а учитель – использовать разные форматы в разных классах, не меняя содержание домашней работы. Все онлайн-тесты уже созданы и размещены на платформе. Учителю достаточно перейти по ссылке – и тест автоматически скопируется в его личный кабинет.

Офлайн-формат (печатный)

- Учитель распечатывает лист с заданиями и раздаёт ученикам (или отправляет электронный файл для распечатки дома).
- Ученик выполняет задания в тетради, записывая решения и ответы.
- Учитель проверяет тетради традиционным способом.

Когда можно использовать:

- у ученика нет дома компьютера, планшета или смартфона с доступом в интернет;
- учитель принципиально предпочитает письменные работы;
- в классе есть традиция проверки домашних заданий в тетрадях;
- требуется разбор типичных ошибок по записям учеников.

Онлайн-формат (с использованием платформы onlinetestpad.com)

- Учитель выдаёт ученикам ссылку или QR-код (напечатанный или выведенный на экран в конце урока).
- Ученик переходит по ссылке, выполняет те же самые задания на платформе OnlineTestPad.
- Платформа автоматически проверяет работу, выставляет баллы и показывает результат ученику.
- Учитель заходит в личный кабинет OnlineTestPad и видит список результатов всего класса. Остаётся только выставить оценки в журнал.

Когда можно использовать (рекомендация автора):

- в большинстве случаев – как основной формат домашнего задания;
- при дистанционном обучении;
- для учеников, которые хотят получить мгновенную обратную связь;
- чтобы сэкономить время на проверку тетрадей (особенно при большой нагрузке).

Подробные технические рекомендации по использованию онлайн-тестов (регистрация, копирование тестов, настройка) см. в разделе «[Технические рекомендации по использованию онлайн-тестов на платформе OnlineTestPad](#)» в конце сборника.

Важно: в онлайн-формате некоторые задания представлены в нескольких вариантах (разные числовые данные или формулировки). При прохождении теста каждый ученик получает случайный набор вариантов, что исключает списывание и позволяет использовать тест многократно. В офлайн-формате это отражено с помощью нумерации: например, задание ► 3.1, ► 3.2, ► 3.3 – учитель может выдать все варианты или выбрать один.

Обозначения в сборнике

Все работы в сборнике, не имеющие специального обозначения, предназначены для домашнего выполнения. Они представлены в двух форматах (офлайн и онлайн) и снабжены ссылкой и QR-кодом.

Работы, отмеченные символами, не являются домашними и предназначены для проведения в классе под руководством учителя. Для них предусмотрен только офлайн-формат (раздаточный материал и ответы для учителя), ссылки и QR-коды не предоставляются. Практические работы с использованием электронных таблиц подразумеваются для выполнения дома, если нет возможности использовать компьютерный класс на уроке.



Практическая работа с использованием электронных таблиц



Контрольная работа (Подготовка к контрольной работе)



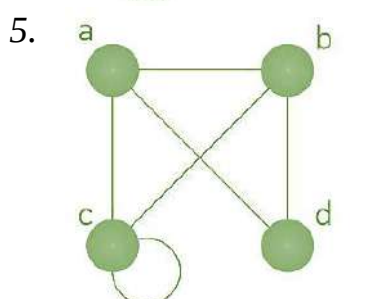
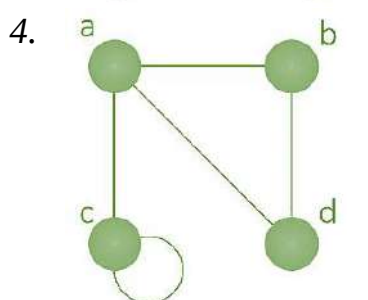
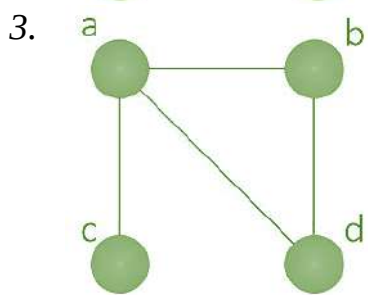
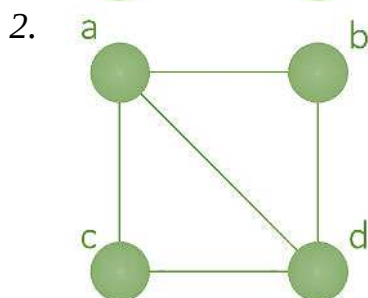
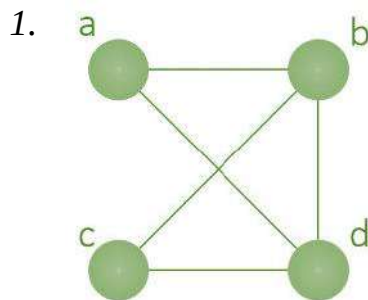
Урок обобщения и систематизации знаний (Сценарий к уроку размещен в методических материалах по обобщению и систематизации знаний по курсу «Вероятность и статистика» для 10–11 классов)

Поурочное планирование

№ п/п	Тема урока
1	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа
2	Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы
3	Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента
4	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы)
5	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями
6	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями
7	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей
8	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности
9	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности
10	Формула полной вероятности
11	Формула Байеса. Независимые события
12	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал
13	Число сочетаний. Треугольник Паскаля
14	Формула бинома Ньютона
15	Контрольная работа №1: «Графы, вероятности, множества, комбинаторика»
16	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха
17	Серия независимых испытаний до первого успеха
18	Серия независимых испытаний Бернулли
19	Случайный выбор из конечной совокупности
20	Практическая работа с использованием электронных таблиц
21	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения
22	Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина
23	Геометрическое распределение. Биномиальное распределение
24	Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин
25	Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины
26	Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений
27	Дисперсия и стандартное отклонение
28	Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии
29	Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин
30	Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц
31	Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц
32	Обобщение и систематизация знаний
33	Контрольная работа №2: «Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения»
34	Обобщение и систематизация знаний

Урок 1. Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа

1. Соотнесите граф и его матрицу смежности



1.

	a	b	c	d
a	0	1	1	1
b	1	0	0	1
c	1	0	0	0
d	1	1	0	0

2.

	a	b	c	d
a	0	1	1	1
b	1	0	1	1
c	1	1	1	0
d	1	1	0	0

3.

	a	b	c	d
a	0	1	0	1
b	1	0	1	1
c	0	1	0	1
d	1	1	1	0

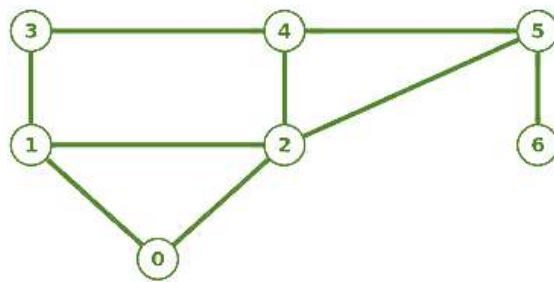
4.

	a	b	c	d
a	0	1	1	1
b	1	0	0	1
c	1	0	1	0
d	1	1	0	0

5.

	a	b	c	d
a	0	1	1	1
b	1	0	0	1
c	1	0	0	1
d	1	1	1	0

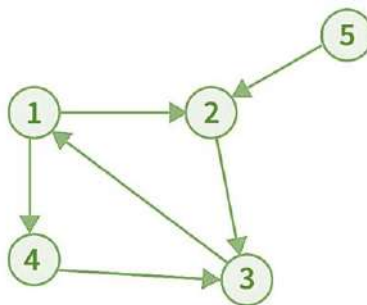
2. Рассмотрите граф.



Граф, изображенный на рисунке:

- 1) ориентированный/неориентированный;
- 2) взвешенный/невзвешенный;
- 3) связный/несвязный;
- 4) полный/не является полным;
- 5) простой/не является простым.

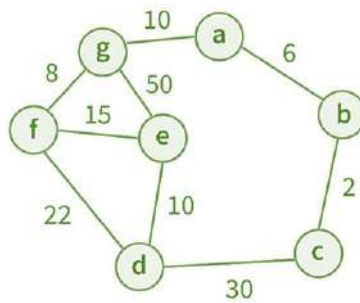
3. Рассмотрите граф.



Граф, изображенный на рисунке:

- 1) ориентированный/неориентированный;
- 2) взвешенный/невзвешенный;
- 3) связный/несвязный;
- 4) полный/не является полным;
- 5) простой/не является простым.

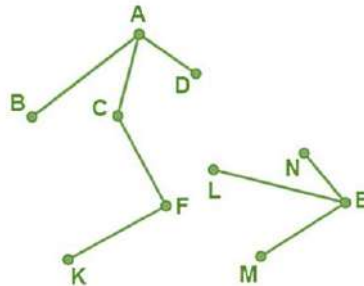
4. Рассмотрите граф.



Граф, изображенный на рисунке:

- 1) ориентированный/неориентированный;
- 2) взвешенный/невзвешенный;
- 3) связный/несвязный;
- 4) полный/не является полным;
- 5) простой/не является простым.

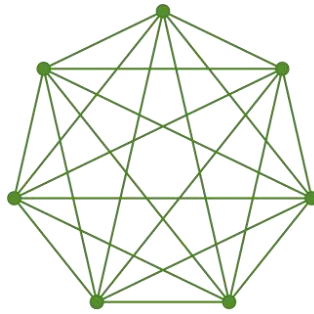
5. Рассмотрите граф.



Граф, изображенный на рисунке:

- 1) ориентированный/неориентированный;
- 2) взвешенный/невзвешенный;
- 3) связный/несвязный;
- 4) полный/не является полным;
- 5) простой/не является простым.

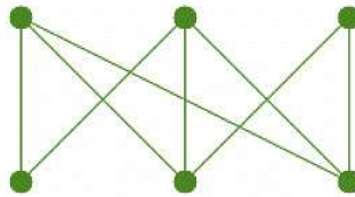
6. Рассмотрите граф.



Граф, изображенный на рисунке:

- 1) ориентированный/неориентированный;
- 2) взвешенный/невзвешенный;
- 3) связный/несвязный;
- 4) полный/не является полным;
- 5) простой/не является простым.

7. Сколько ребер нужно добавить, чтобы граф стал полным?



8. Сколько рёбер содержит полный граф с 10 вершинами?

9. В городе существует система автобусных маршрутов между четырьмя районами (A, B, C, D). Между районами проложены следующие маршруты:

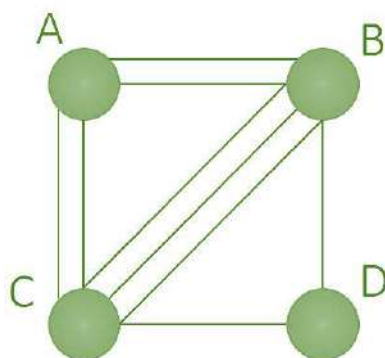
Между A и B – 2 маршрута

Между B и C – 3 маршрута

Между C и D – 1 маршрут

Между A и C – 2 маршрута

Между B и D – 1 маршрут



Заполните матрицу смежности для этого мультиграфа.

	A	B	C	D
A	—	2	—	—
B	—	0	—	—
C	—	—	—	—
D	—	—	—	—

10. Что из нижеперечисленного является графом?

- ☐ Схема метро
- ☐ Генеалогическое дерево
- ☐ Таблица умножения
- ☐ Социальная сеть
- ☐ Дорожная карта города
- ☐ Периодическая система элементов
- ☐ Компьютерная сеть
- ☐ Список покупок
- ☐ Схема связей между веб-страницами
- ☐ Расписание занятий

10 класс. Урок 1. Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

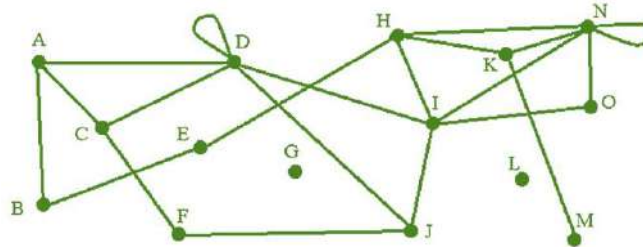
<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=vgv7hdb2onazo>



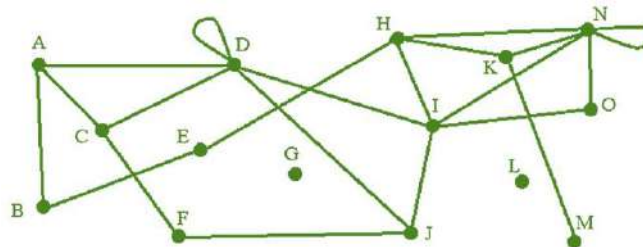
10 класс. Урок 1. Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа

Урок 2. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы

1. Укажите степень вершины: A, C, D, H, K, G, M.

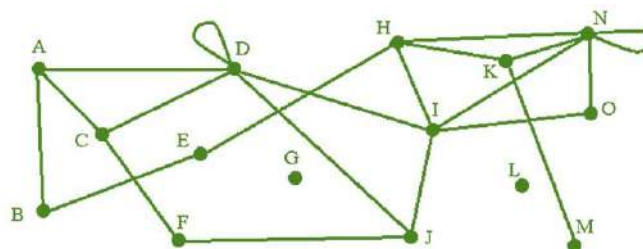


2. Укажите цепи из вершины A в вершину O.



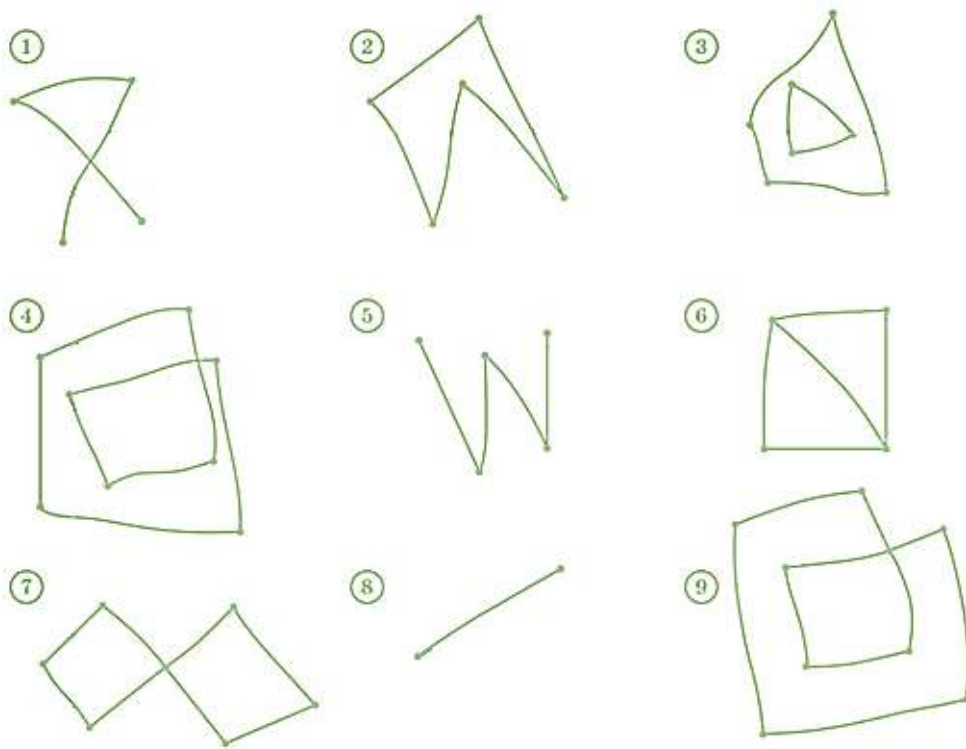
- ☐ ACDIO
- ☐ ABCDJIO
- ☐ ACENKNO
- ☐ ACFJDCABENIO
- ☐ ADJIHKNO
- ☐ ACDIHNKNO

3. Укажите циклы в графе.

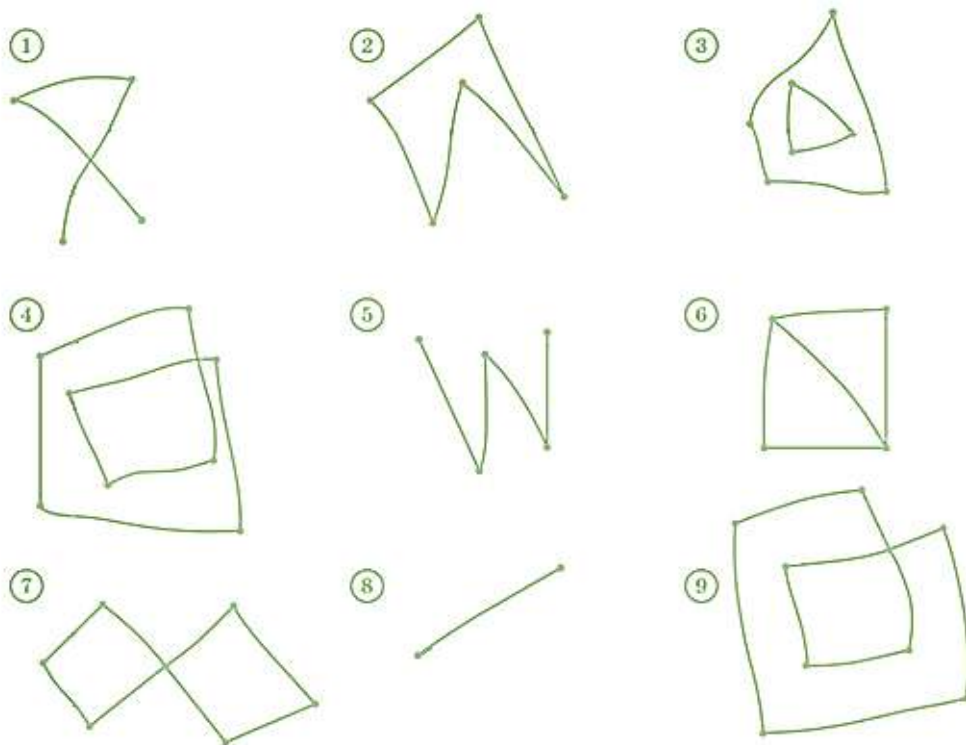


- ☐ DD
- ☐ ABEHNOIDA
- ☐ ACDA
- ☐ HION
- ☐ HEBADJIH
- ☐ CDJFC
- ☐ NOIN

4. Рассмотрите графы. Какие из них являются цепями? (то есть весь граф - цепь)



5. Рассмотрите графы. Какие из них являются циклами? (то есть весь граф - цикл)

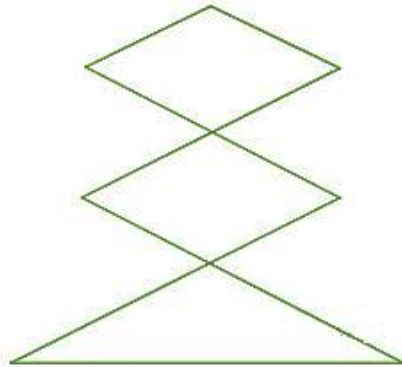


6. Между городами Таинственной страны есть следующие авиарейсы: А – К, М – Т, М – Я, А – Б, Я – Т, А – С, Б – С, М – Ш, Ш – Т, Я – Ф, Ф – Г, К – З (каждый рейс в обе стороны).

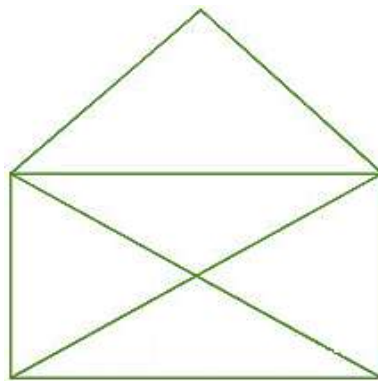
1) Можно ли из А перелететь в Я?

2) Сколько в стране городов, в которые можно попасть из М не более чем с одной пересадкой?

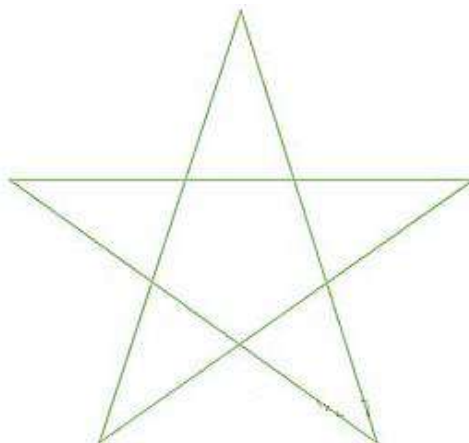
7. Можно ли нарисовать данный граф, не отрывая карандаша от бумаги?



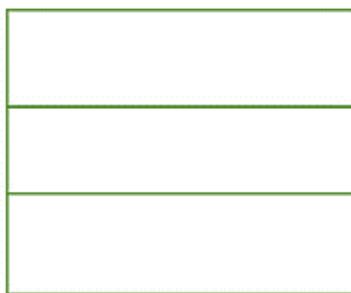
8. Можно ли нарисовать данный граф, не отрывая карандаша от бумаги?



9. Можно ли нарисовать данный граф, не отрывая карандаша от бумаги?



10. Можно ли нарисовать данный граф, не отрывая карандаша от бумаги?

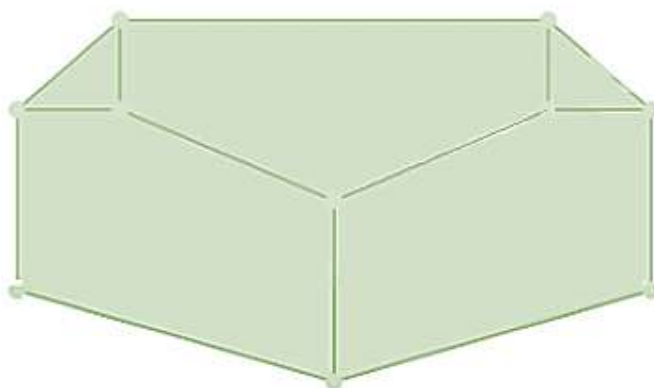


11. Можно ли нарисовать данный граф, не отрывая карандаша от бумаги?



12. В Изумрудном городе шесть площадей. Каждая площадь соединена улицами ровно с тремя другими площадями. Никакие две улицы в городе не пересекаются. Можно ли устроить экскурсию по всем улицам и площадям Изумрудного города, не проходя ни по одной улице дважды?

13. Пять участков отделены друг от друга заборами. Можно ли побывать на каждом участке, но при этом перелезть через каждый забор ровно один раз?



10 класс. Урок 2. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=dhj6fmaahg3i2>



10 класс. Урок 2. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы

Урок 3. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента

1. Корневым деревом называют...

- Дерево, в котором выделена одна вершина – корень.
- Любое дерево с листьями.
- Дерево с равными длинами всех рёбер.
- Дерево без циклов.

2. Как называются конечные вершины дерева, имеющие степень 1?

- Корни;
- Листья;
- Узлы;
- Вершины.

3. Сколько листьев будет содержать дерево при трёхкратном подбрасывании монеты?

4. Какое дерево называется двоичным?

- У каждой вершины один потомок;
- У каждой вершины три потомка;
- У каждой вершины два потомка;
- У каждой вершины четыре потомка.

5. Планарным называют....

- Граф с равными длинами рёбер;
- Граф без циклов;
- Граф, который можно нарисовать без пересечения рёбер;
- Граф с чётным числом вершин.

6. Выберите верные утверждения

- ☐ Все деревья являются планарными графами;
- ☐ Все планарные графы являются деревьями;
- ☐ Деревья не могут быть планарными;
- ☐ Планарные графы не могут содержать циклы.

7. Какое равенство выражает теорему Эйлера для плоских графов?

- $V + P - \Gamma = 2$;
- $V + P + \Gamma = 2$;
- $V - P + \Gamma = 2$;
- $V \cdot P = \Gamma$

8. Что такое грань плоского графа?

- Ребро графа;
- Область, ограниченная рёбрами;
- Цикл в графе;
- Вершина графа.

9. Какое минимальное количество рёбер должно быть в связном графе с 5 вершинами?

10. Сколько граней будет иметь плоский граф с 6 вершинами и 9 рёбрами?

11. Дерево, в котором 10 вершин будет n ребер. Чему равно n ?

12. Если в графе 8 вершин и он является деревом, сколько в нём будет листьев, если известно, что одна вершина имеет степень 3, а остальные вершины имеют степень 1 или 2?

13. Какое наименьшее и какое наибольшее количество листьев может иметь дерево, у которого 50 вершин?

14. Какое наибольшее число рёбер может быть у планарного графа с 5 вершинами?

10 класс. Урок 3. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=tn3xnjpzwaexq>



10 класс. Урок 3. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента

Урок 4. Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы)

1. В числовом наборе 5 значений. Частоты четырех значений известны: 0,4; 0,2; 0,05; 0,1. Найдите частоту пятого значения.

2. В числовом наборе 5 значений. Частоты четырех значений известны: 0,3; 0,2; 0,25; 0,15. Найдите частоту пятого значения.

3. Бросают одну игральную кость. Какие элементарные события благоприятствуют событию $\bar{A}$, если событие A состоит в том, что выпадет шестерка?

- ☐ выпадет 1;
- ☐ выпадет 2;
- ☐ выпадет 3;
- ☐ выпадет 4;
- ☐ выпадет 5;
- ☐ выпадет 6.

4. Бросают одну игральную кость. Какие элементарные события благоприятствуют событию $\bar{A}$, если событие A состоит в том, что выпадет четное число очков?

- ☐ выпадет 1;
- ☐ выпадет 2;
- ☐ выпадет 3;
- ☐ выпадет 4;
- ☐ выпадет 5;
- ☐ выпадет 6.

5. В таблице приведены результаты опроса, проведенного среди посетителей торгового центра перед открытием нового кафе.

Опрос посетителей:

Какой кофе вы предпочитаете?

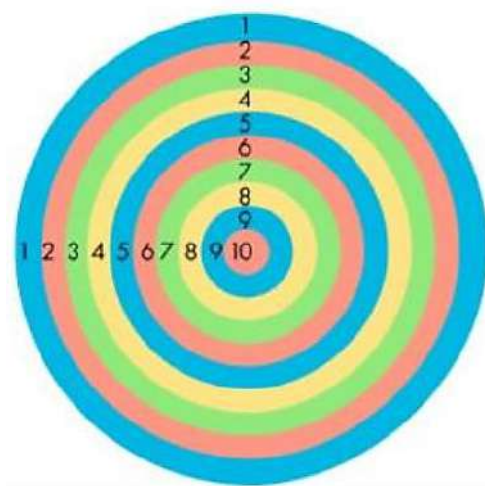
Эспresso	Американо	Капучино	Латте	Раф
68	144	103	83	102

Заполните таблицу относительных частот:

	Эспresso	Американо	Капучино	Латте	Раф
относительная частота					

6. Стрелок один раз стреляет в круглую мишень. Вероятности попадания в зоны мишени показаны в таблице. Число очков, которое получает стрелок, равно номеру зоны.

Зона	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вероятность	0,001	0,002	0,004	0,006	0,021	0,065	0,138	0,243	0,334	0,186



Найдите вероятности события:

- 1) Стрелок получит меньше 5 очков;
- 2) Стрелок получит больше 7 очков;
- 3) Стрелок попадет в желтую зону.

7. Какие события из перечисленных являются достоверными?

- ☐ Изъятая из колоды одна карта оказалась семёркой пики;
- ☐ Наугад названное натуральное число оказалось больше нуля;
- ☐ В результате броска игрального кубика появилось число 5;
- ☐ Из корзины с пирожками с мясом и капустой вытащили булочку с джемом;
- ☐ При подбрасывании трех монет число орлов окажется не равно числу решек;
- ☐ При подбрасывании игрального кубика выпадет 8 очков.

8. Какие события из перечисленных являются невозможными?

- ☐ Изъятая из колоды одна карта оказалась семёркой пики;
- ☐ Наугад названное натуральное число оказалось больше нуля;
- ☐ В результате броска игрального кубика появилось число 5;
- ☐ Из корзины с пирожками с мясом и капустой вытащили булочку с джемом;
- ☐ При подбрасывании трех монет число орлов окажется не равно числу решек;
- ☐ При подбрасывании игрального кубика выпадет 8 очков.

9. Какие события из перечисленных являются случайными?

- ☐ Изъятая из колоды одна карта оказалась семёркой пики;
- ☐ Наугад названное натуральное число оказалось больше нуля;
- ☐ В результате броска игрального кубика появилось число 5;
- ☐ Из корзины с пирожками с мясом и капустой вытащили булочку с джемом;
- ☐ При подбрасывании трех монет число орлов окажется не равно числу решек;
- ☐ При подбрасывании игрального кубика выпадет 8 очков.

10. Рассмотрите множества A, B, C:

A = {на кубике выпадет чётное число очков}

B = {на кубике выпадет число 4}

C = {на кубике выпадет число больше 4}

Сколько элементов находится во множестве:

- 1) A;
- 2) B;
- 3) C.

11. Из скольких исходов состоит множество A, соответствующее событию A «на кубике выпадет больше 3 очков»?

12. Кубик бросают три раза.

- 1) Сколько исходов содержит событие A «в сумме выпадет 5 очков»?
- 2) Сколько исходов содержит событие B «произведение очков будет равно 6»?

13. Игральный кубик подбросили 1 раз. Какие из событий будут элементарными?

- ☐ выпадет 1
- ☐ выпадет нечетное число
- ☐ выпадет число 1 или 4
- ☐ выпадет 4
- ☐ выпадет число больше 2, но меньше 6

14. При проведении случайного опыта, подбросили две монетки.

В каком из вариантов событие «хотя бы один раз выпал орёл» разложено на элементарные события?

- ☐ «ОО», «ОР», «РО»
- ☐ «РР», «ОО», «ОР», «РО»
- ☐ «ОР», «РО»
- ☐ «ОО»

Примечание:

О - выпал орёл

Р - выпала решка

15. Верно ли утверждение?

В результате случайного опыта обязательно наступает только одно элементарное событие.

10 класс. Урок 4. Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=isctufu6zsjec>



10 класс. Урок 4. Случайные эксперименты (опыты) и случайные события.
Элементарные события (исходы)

Урок 5. Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями

1. Случайный эксперимент заключается в бросании одной игральной кости два раза подряд. Найдите вероятность того, что выпадет 1 и 2 (порядок выпадения не важен). *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*
2. Симметричную монету бросают пять раз. Найдите вероятность события А «орел выпадет только один раз». *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*
3. Игральную кость бросают два раза. Найди вероятность события В «сумма выпавших очков делится на 5 без остатка». *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*
4. Игральную кость бросают два раза. Найди вероятность события С «произведение выпавших очков делится на 8 без остатка». *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*
5. Правильную игральную кость бросают один раз. Найдите вероятность событий:
 - 1) «Выпавшее число очков является делителем числа 8».
 - 2) «Выпавшее число очков кратно 4». *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*
 - 3) «Выпадет больше 2, но меньше 5». *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*
6. Вставьте пропущенное слово:
Если в опыте все элементарные события имеют одинаковые шансы, то такой опыт называется *опытом с _____ элементарными событиями.*
7. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно два раза.
8. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. *Результат округлите до сотых.*
9. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию А «сумма очков равна 5»?

10 класс. Урок 5. Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=ubowe2w753shu>



10 класс. Урок 5. Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями

Урок 6. Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями

1. На рок-фестивале выступают группы – по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? *Результат округлите до сотых.*
2. На борту самолёта 12 кресел расположены рядом с запасными выходами и 18 – за перегородками, разделяющими салоны. Все эти места удобны для пассажира высокого роста. Остальные места неудобны. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.
3. У Вити в копилке лежит 12 рублёвых, 6 двухрублёвых, 4 пятирублёвых и 3 десятирублёвых монеты. Витя наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит более 70 рублей.
4. У Дины в копилке лежит 7 рублёвых, 5 двухрублёвых, 6 пятирублёвых и 2 десятирублёвых монеты. Дина наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит менее 60 рублей.
5. Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?
6. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 92 качественных сумки приходится 8 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами.
7. В группе из девяти человек есть две подруги Даша и Диана. Группу случайным образом делят на три одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность, что Даша и Диана окажутся в одной подгруппе.
8. В случайном эксперименте монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно три раза.

9. В группе 21 студент, среди них близнецы Маша и Даша. Группу делят на три подгруппы по 7 человек. Найдите вероятность того, что сёстры окажутся в одной подгруппе.

10. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 – из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

11. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

12. Дежурные по классу Алексей, Иван, Татьяна и Ольга бросают жребий – кому стирать с доски. Найдите вероятность того, что стирать с доски придется одной из девочек.

13. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков четна.

14. Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы одна решка.

15. Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что результаты первого и последнего броска различны.

16. Дан правильный пятиугольник. Учитель предлагает ученику выбрать наугад две вершины. Найдите вероятность того, что выбранные вершины принадлежат одной стороне пятиугольника.

17. В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 7 спортсменов из России, 6 из Китая, 3 из Республики Корея, 4 из Японии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет выступать спортсмен из России.

10 класс. Урок 6. Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=wsx4as4d5flxm>



10 класс. Урок 6. Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями

Урок 7. Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей

► 1.1. Являются ли события А и В несовместными, если:

А – появление туза,

В – появление дамы в результате одного изъятия одной карты из колоды карт?

► 1.2. Являются ли события А и В несовместными, если:

А – выпадение числа 4,

В – выпадение нечётного числа в результате одного броска игральной кости?

► 1.3. Являются ли события А и В несовместными, если:

А – выпадение числа 6,

В – выпадение чётного числа при одном бросании игральной кости?

► 1.4. Являются ли события А и В несовместными, если:

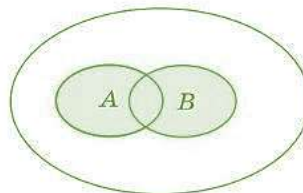
А – появление туза

В – появление карты бубновой масти в результате одного изъятия одной карты из колоды?

2. Соотнесите рисунки и записи выражений, иллюстрирующие закрашенные области

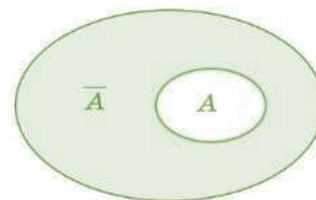
1. $A \cap B$

1.



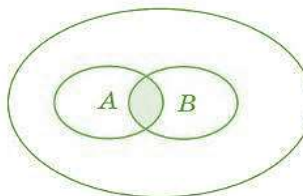
2. $A \cup B$

2.



3. $\bar{A}$

3.



3. Установите соответствие.

- | | |
|---|--|
| 1. Пересечение двух событий А и В | 1. Событие, которое состоит из всех исходов, которые входят хотя бы в одно из этих событий |
| 2. Несовместные события А и В | 2. Событие, которое состоит из всех исходов, не содержащихся в А |
| 3. Объединение событий А и В | 3. Событие, которое состоит из всех исходов, благоприятных для обоих событий А и В |
| 4. Дополнение к событию А или противоположное к А | 4. События, если их пересечение – пустое множество |

► 4.1. Во множестве А находится 15 элементов, во множестве В - 9 элементов. Во множестве $A \cap B$ содержится 6 элементов. Сколько элементов содержится во множестве $A \cup B$?

► 4.2. Во множестве А находится 17 элементов, во множестве В - 12 элементов. Во множестве $A \cap B$ содержится 7 элементов. Сколько элементов содержится во множестве $A \cup B$?

► 4.3. Во множестве А находится 19 элементов, во множестве В - 11 элементов. Во множестве $A \cap B$ содержится 5 элементов. Сколько элементов содержится во множестве $A \cup B$?

► 5.1. Во множестве А находится 9 элементов, во множестве В - 8 элементов. Во множестве $A \cup B$ содержится 12 элементов. Сколько элементов содержится во множестве $A \cap B$?

► 5.2. Во множестве А находится 16 элементов, во множестве В - 10 элементов. Во множестве $A \cup B$ содержится 23 элемента. Сколько элементов содержится во множестве $A \cap B$?

► 5.3. Во множестве А находится 19 элементов, во множестве В - 13 элементов. Во множестве $A \cup B$ содержится 22 элемента. Сколько элементов содержится во множестве $A \cap B$?

► 6.1. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,27. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,14. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.

- **6.2.** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,29. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,13. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.
- **6.3.** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,21. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,14. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.
- **7.1.** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,31. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
- **7.2.** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,36. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,14. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
- **7.3.** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,26. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,09. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
- **7.4.** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,26. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,09. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
- **8.1.** В торговом центре два одинаковых автомата продают жвачку. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится жвачка, равна 0,24. Вероятность того, что жвачка закончится в обоих автоматах, равна 0,18. Найдите вероятность того, что к концу дня жвачка останется в обоих автоматах.
- **8.2.** В торговом центре два одинаковых автомата продают жвачку. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится жвачка, равна 0,17. Вероятность того, что жвачка закончится в обоих автоматах, равна 0,08. Найдите вероятность того, что к концу дня жвачка останется в обоих автоматах.

- **8.3.** В торговом центре два одинаковых автомата продают жвачку. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится жвачка, равна 0,19. Вероятность того, что жвачка закончится в обоих автоматах, равна 0,07. Найдите вероятность того, что к концу дня жвачка останется в обоих автоматах.

- **9.1.** В отделении банка стоят два банкомата. Первый может выдавать и принимать купюры, второй – только выдавать. Вероятность, что к концу дня купюры закончатся в первом автомате, равна 0,1, а что закончатся во втором, – 0,3. Вероятность, что они закончатся в двух автоматах, – 0,06. Найдите вероятность того, что к концу дня купюры останутся в обоих автоматах.

- **9.2.** В отделении банка стоят два банкомата. Первый может выдавать и принимать купюры, второй – только выдавать. Вероятность, что к концу дня купюры закончатся в первом автомате, равна 0,1, а что закончатся во втором, – 0,3. Вероятность, что они закончатся в двух автоматах, – 0,06. Найдите вероятность того, что к концу дня купюры закончатся хотя бы в одном автомате.

- **9.3.** В отделении банка стоят два банкомата. Первый может выдавать и принимать купюры, второй – только выдавать. Вероятность, что к концу дня купюры закончатся в первом автомате, равна 0,1, а что закончатся во втором, – 0,3. Вероятность, что они закончатся в двух автоматах, – 0,06. Найдите вероятность того, что к концу дня купюры останутся хотя бы в одном автомате.

- **9.4.** В отделении банка стоят два банкомата. Первый может выдавать и принимать купюры, второй – только выдавать. Вероятность, что к концу дня купюры закончатся в первом автомате, равна 0,1, а что закончатся во втором, – 0,3. Вероятность, что они закончатся в двух автоматах, – 0,06. Найдите вероятность того, что к концу дня купюры закончатся только в первом банкомате, а во втором останутся.

- **9.5.** В отделении банка стоят два банкомата. Первый может выдавать и принимать купюры, второй – только выдавать. Вероятность, что к концу дня купюры закончатся в первом автомате, равна 0,1, а что закончатся во втором, – 0,3. Вероятность, что они закончатся в двух автоматах, – 0,06. Найдите вероятность того, что к концу дня купюры закончатся только во втором банкомате, а в первом останутся.

- **10.1.** Найдите $P(A \cup B)$, если $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,3$, $P(A \cap B) = 0,2$.

- **10.2.** Найдите $P(A \cup B)$, если $P(A) = 0,35$, $P(B) = 0,45$, $P(A \cap B) = 0,2$.

- **10.3.** Найдите $P(A \cup B)$, если $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$, $P(A \cap B) = 0,25$.

- **11.1.** Найдите $P(A \cap B)$, если $P(A) = 0,45$, $P(B) = 0,3$, $P(A \cup B) = 0,65$.
- **11.2.** Найдите $P(A \cap B)$, если $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,3$, $P(A \cup B) = 0,65$.
- **11.3.** Найдите $P(A \cap B)$, если $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,25$, $P(A \cup B) = 0,7$.
- **12.1.** Из колоды, в которой 36 карт, вытаскивают наугад одну карту. С какой вероятностью эта карта будет валетом черной масти или картой пиковой масти?
Результат округлите до сотых.
- **12.2.** Из колоды, в которой 36 карт, вытаскивают наугад одну карту. С какой вероятностью эта карта будет тузом красной масти или картой бубновой масти?
Результат округлите до сотых.
- **13.1.** Из колоды, в которой 36 карт, вытаскивают наугад одну карту. С какой вероятностью эта карта будет картой с картинкой или картой червовой масти?
Результат округлите до сотых.
- **13.2.** Из колоды, в которой 36 карт, вытаскивают наугад одну карту. С какой вероятностью эта карта будет картой с картинкой или картой крестовой масти?
Результат округлите до сотых.

**10 класс. Урок 7. Пересечение, объединение множеств и событий,
противоположные события. Формула сложения вероятностей.
Электронный ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=klzeipdmpzsj6>



**10 класс. Урок 7. Пересечение, объединение множеств и событий,
противоположные события. Формула сложения вероятностей**

Урок 8-9. Условная вероятность. Умножение вероятностей.

Формула условной вероятности

1. Вставьте пропущенные слова:

_____ вероятностью события А при условии события В называется вероятность события А, вычисленная при условии, что событие В _____.

2. В урне 3 белых и 3 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при втором испытании, если при первом испытании был извлечен черный шар.

► 3.1. Какова вероятность того, что две последовательно вытянутые карты из колоды в 36 карт, окажутся пиковой масти? *Результат округлите до сотых.*

► 3.2. Какова вероятность того, что две последовательно вытянутые карты из колоды в 36 карт, окажутся тузами? *Результат округлите до сотых.*

4. При двукратном бросании игральной кости в сумме выпало 5 очков. Какова вероятность того, что, хотя бы один раз выпало 1 очко?

5. Игральную кость бросили два раза. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков окажется равна 11, если известно, что четыре очков не выпало ни разу.

6. Готовясь к экзамену, студент Борис выучил только 5 билетов из 25. Пятеро одноклассников уже зашли в аудиторию и сдали экзамен, причём трем из них попались те билеты, что выучил Борис. Какова вероятность, что Борис сдаст экзамен, если кроме выученных билетов больше он ничего не знает?

7. Какова вероятность того, что при трехкратном бросании симметричной монеты три раза выпадет решка, если известно, что решка точно выпала при втором броске?

8. В корзине лежит 3 пирожка с капустой и 7 пирожков с картошкой. Петя достал первый пирожок с капустой, а затем пирожок с картошкой. Найти вероятность того, что первый из взятых пирожков – с капустой, а второй – с картошкой. *Результат округлите до сотых.*

► 9.1. Слово «математика» разрезали на буквы, 5 из них выложили в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «атака»? *Результат округлите до десятитысячных.*

► **9.2.** Слово «геометрия» разрезали на буквы, 6 из них выложили в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «теория»? *Результат округлите до сотых тысяч.*

10. В урне имеется 5 шаров с номерами от 1 до 5. Извлекают по одному без возвращения 3 шара. Найти вероятность последовательно появляются шары с номерами 1,2,3. *Результат округлите до тысячных.*

► **11.1.** В урне 6 черных, 5 красных и 4 белых шара. Последовательно извлекают три шара без возврата. Найдите вероятность того, что первый шар окажется белым, второй – черным и третий – снова белым. *Результат округлите до сотых.*

► **11.2.** В урне 6 черных, 5 красных и 4 белых шара. Последовательно извлекают три шара без возврата. Найдите вероятность того, что первый шар окажется красным, второй – черным и третий – снова черным. *Результат округлите до сотых.*

10 класс. Урок 8-9. Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=k72avn4bv6srs>



10 класс. Урок 8-9. Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности

Урок 10. Формула полной вероятности

- **1.1.** Три фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 25% этих стекол, вторая – 35%, третья – 40%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, вторая – 2%, а третья – 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
- **1.2.** Три фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 60% этих стекол, вторая – 25%, третья – 15%. Первая фабрика выпускает 5% бракованных стекол, вторая – 3%, а третья – 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
- **1.3.** Три фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30% этих стекол, вторая – 55%, третья – 15%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, вторая – 5%, а третья – 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
- **1.4.** Три фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая – 30%, третья – 25%. Первая фабрика выпускает 2% бракованных стекол, вторая – 5%, а третья – 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
- **2.1.** Смартфоны марки «Альфафон» производятся на трёх заводах. При этом 35% всей продукции выпускает первый завод, 10% – второй, 55% – третий. Процент брака на каждом из этих заводов составляет соответственно 6%, 2% и 4%. Какова вероятность, что случайно выбранный смартфон не будет бракованным?
- **2.2.** Смартфоны марки «Альфафон» производятся на трёх заводах. При этом 10% всей продукции выпускает первый завод, 35% – второй, 55% – третий. Процент брака на каждом из этих заводов составляет соответственно 4%, 2% и 1%. Какова вероятность, что случайно выбранный смартфон не будет бракованным?
- **2.3.** Смартфоны марки «Альфафон» производятся на трёх заводах. При этом 35% всей продукции выпускает первый завод, 25% – второй, 40% – третий. Процент брака на каждом из этих заводов составляет соответственно 6%, 1% и 2%. Какова вероятность, что случайно выбранный смартфон не будет бракованным?

- **2.4.** Смартфоны марки «Альфафон» производятся на трёх заводах. При этом 50% всей продукции выпускает первый завод, 35% – второй, 15% – третий. Процент брака на каждом из этих заводов составляет соответственно 1%, 3% и 5%. Какова вероятность, что случайно выбранный смартфон не будет бракованным?
- **3.1.** Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
- **3.2.** Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,97. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
- **3.3.** Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
- **4.1.** Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,95. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 83% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

- **4.2.** Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,96. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 94% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
- **4.3.** Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,97. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,02. Известно, что 72% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
- **4.4.** Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,93. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,05. Известно, что 81% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
- **5.1.** Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,85, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,25. На столе лежат 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.
- **5.2.** Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,75, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,15. На столе лежат 10 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

► 5.3. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,95, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,1. На столе лежат 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

10 класс. Урок 10. Формула полной вероятности. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=revvdcgk6g6ny>



10 класс. Урок 10. Формула полной вероятности

Урок 11. Формула Байеса. Независимые события

- **1.1.** Смартфоны марки «Гаммафон» производятся на трёх заводах: 45% всей продукции выпускает первый завод, 35% – второй, 20% – третий. Процент брака на каждом из этих заводов составляет соответственно 4%, 2% и 3%. Олег купил смартфон этой марки, и он оказался бракованным. С какой вероятностью он был сделан на первом заводе? на втором? на третьем? *Результаты округлите до тысячных.*
- **1.2.** Смартфоны марки «Гаммафон» производятся на трёх заводах: 15% всей продукции выпускает первый завод, 35% – второй, 50% – третий. Процент брака на каждом из этих заводов составляет соответственно 1%, 2% и 4%. Олег купил смартфон этой марки, и он оказался бракованным. С какой вероятностью он был сделан на первом заводе? на втором? на третьем? *Результаты округлите до тысячных.*
- **1.3.** Смартфоны марки «Гаммафон» производятся на трёх заводах: 65% всей продукции выпускает первый завод, 15% – второй, 20% – третий. Процент брака на каждом из этих заводов составляет соответственно 6%, 3% и 1%. Олег купил смартфон этой марки, и он оказался бракованным. С какой вероятностью он был сделан на первом заводе? на втором? на третьем? *Результаты округлите до тысячных.*
- **2.1.** Известно, что некоторое заболевание встречается в среднем у трех из 10000 человек. УЗИ (ультразвуковое исследование) позволяет выявить это заболевание у больного человека с вероятностью 0,95, но при этом может обнаружить его и у здорового человека – с вероятностью 0,01. Какова вероятность, что человек, получивший заключение УЗИ о наличии заболевания, действительно болен? *Результаты округлите до тысячных.*
- **2.2.** Известно, что некоторое заболевание встречается в среднем у трех из 10000 человек. УЗИ (ультразвуковое исследование) позволяет выявить это заболевание у больного человека с вероятностью 0,97, но при этом может обнаружить его и у здорового человека – с вероятностью 0,02. Какова вероятность, что человек, получивший заключение УЗИ о наличии заболевания, действительно болен? *Результаты округлите до тысячных.*

► **2.3.** Известно, что некоторое заболевание встречается в среднем у трех из 10000 человек. УЗИ (ультразвуковое исследование) позволяет выявить это заболевание у больного человека с вероятностью 0,99, но при этом может обнаружить его и у здорового человека – с вероятностью 0,05. Какова вероятность, что человек, получивший заключение УЗИ о наличии заболевания, действительно болен? *Результаты округлите до тысячных.*

► **2.4.** Известно, что некоторое заболевание встречается в среднем у трех из 10000 человек. УЗИ (ультразвуковое исследование) позволяет выявить это заболевание у больного человека с вероятностью 0,86, но при этом может обнаружить его и у здорового человека – с вероятностью 0,015. Какова вероятность, что человек, получивший заключение УЗИ о наличии заболевания, действительно болен? *Результаты округлите до тысячных.*

3. Выберите варианты, где события A и B – независимые

- ☐ $P(A) = 0,2, P(B) = 0,5, P(A \cdot B) = 0,1$
- ☐ $P(A) = 0,2, P(B) = 0,9, P(A \cdot B) = 0,18$
- ☐ $P(A) = 0,02, P(B) = 0,7, P(A \cdot B) = 0,14$
- ☐ $P(A) = 0,2, P(B) = 0,5, P(A \cdot B) = 0,01$
- ☐ $P(A) = 0,5, P(B) = 0,7, P(A \cdot B) = 0,035$
- ☐ $P(A) = 0,3, P(B) = 0,2, P(A \cdot B) = 0,6$
- ☐ $P(A) = 0,05, P(B) = 0,9, P(A \cdot B) = 0,045$

4. Установите соответствие

1. Зависимые события

1. Бросают две монеты.

A – «появление герба на первой монете»,
 B – «появление герба на второй монете»

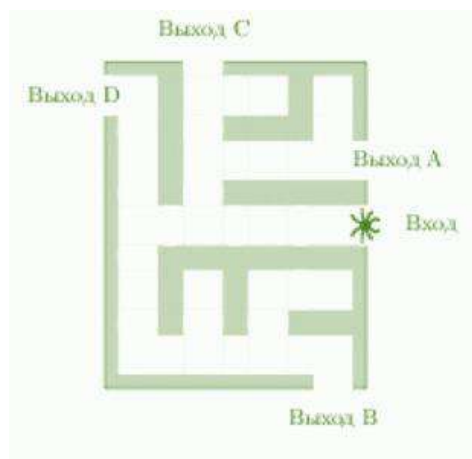
2. Независимые события

2. В урне 2 белых шара и один черный. Два человека вынимают из урны по одному шару.
 A – «первый человек достал белый шар»,
 B – «второй человек достал белый шар»

5. Какова вероятность того, что в случайно выбранном телефонном номере последняя цифра чётная, а предпоследняя – нечётная?

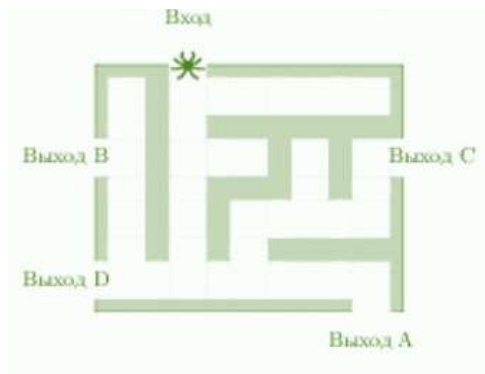
► **6.1.** Если шахматист A . играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста B . с вероятностью 0,5. Если A . играет чёрными, то A . выигрывает у B . с вероятностью 0,3. Шахматисты A . и B . играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что A . выиграет оба раза.

- **6.2.** Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
- **6.3.** Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
- **7.1.** На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз.



Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.

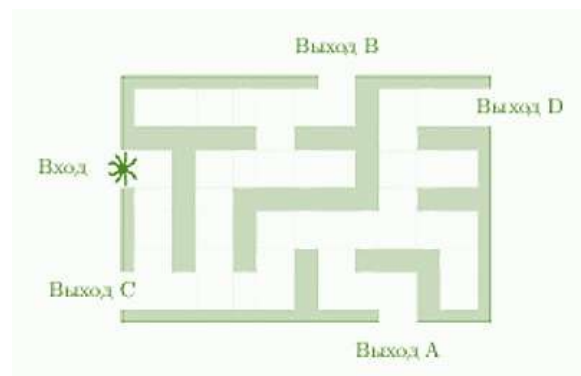
- **7.2.** На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз.



Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу А.

-

► **7.4.** На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз.



► **8.1.** Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

- 51

- **9.1.** В магазине три продавца. Каждый из них занят обслуживанием клиента с вероятностью 0,7 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты.

- **9.2.** В магазине три продавца. Каждый из них занят обслуживанием клиента с вероятностью 0,2 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты.

- **9.3.** В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

- **10.1.** Биатлонист 6 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние три промахнулся. *Результат округлите до тысячных.*

- **10.2.** Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. *Результат округлите до тысячных.*

- **10.3.** Биатлонист четыре раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые два раза попал в мишени, а последние два промахнулся. *Результат округлите до тысячных.*

- **11.1.** Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

- **11.2.** Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. *Результат округлите до тысячных.*

- **12.1.** В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,75 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 5 апреля погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 8 апреля в Волшебной стране будет отличная погода.
- **12.2.** В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,85 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 5 апреля погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 8 апреля в Волшебной стране будет отличная погода.
- **12.3.** В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,65 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 5 апреля погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 8 апреля в Волшебной стране будет отличная погода.
- **13.1.** Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 7 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 6 очков, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.
- **13.2.** Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 8 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 5 очков, в случае ничьей – 3 очка, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.
- **14.1.** По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

► **14.2.** Николай Валентинович выбирает интернет-магазин на основе рейтинга надёжности. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А в течение недели, равна 0,8. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина В в течение недели, равна 0,75. Николай Валентинович заказал товар сразу в двух магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один из магазинов не доставит товар в указанный срок.

10 класс. Урок 11. Формула Байеса. Независимые события. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=r5hh3kn4q4obq>



10 класс. Урок 11. Формула Байеса. Независимые события

Урок 12. Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал

1. В классе 30 человек. Необходимо выбрать старосту и заместителя. Сколькими способами можно это сделать?
2. Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 2, 3?
3. Сколько различных пятибуквенных слов можно записать с помощью букв «и» и «л»? (Словом в комбинаторике называют любую последовательность букв; среди составленных из данных букв слов только слово «лилии» имеет смысл в русском языке)
4. Сколько различных трёхзначных чисел, не имеющих одинаковых цифр, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3 и 4?
5. Путешественник может попасть из пункта А в пункт С, проехав через пункт В. Между пунктами А и В имеются три различные дороги, а между пунктами В и С – четыре различные дороги. Сколько существует различных маршрутов между пунктами А и С?
6. Сколькими способами могут распределиться золотая и серебряная медали на чемпионате по футболу, если в нём принимают участие 16 команд?
7. Сколько существует шестизначных чисел, в которых все цифры, стоящие на чётных местах, различны?
8. Если выписывать по алфавиту все пятибуквенные слова из букв А, Б и В, то какое слово будет следовать за словом АБВВВ? (Словом в комбинаторике называют любую последовательность букв)
9. Найдите P_7 .
10. Найдите P_8 .
11. Найдите $\frac{24! \cdot 50!}{25! \cdot 49!}$.
12. Найдите $\frac{40!}{38! \cdot 5!}$.
13. Найдите $\frac{15!}{13! \cdot 2!}$.

14. Найдите $\frac{8!-6!}{55}$.

15. Найдите $(3!)!$.

16. Сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4 при условии, что в каждой записи нет одинаковых цифр?

17. В классе 20 человек. Сколькими способами из их числа можно сделать назначение:

1) физорга и культорга?

2) физорга, культорга и казначея?

18. Боря, Дима, Володя и Петр сели играть в карточную игру. Сколькими способами им можно сдать по одной карте? (*колода содержит 36 карт*)

19. У Васи дома живут 4 кота. Сколькими способами Вася может взять на руки двух котов (одного на левую, другого – на правую)?

20. Сколько трёхзначных чисел может быть составлено из нечётных цифр так, чтобы цифры в каждом числе не повторялись?

21. Сколькими способами 5 студентов, сдающих экзамен, могут занять места в аудитории, в которой стоит 20 одноместных столов?

22. Из трехзначных чисел, записанных с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (без повторения цифр), сколько таких, в которых не встречаются цифры 2, 8 и 9?

23. Из четырехзначных чисел, записанных с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (без повторения цифр), сколько таких, в которых цифра 1 является последней?

24. Найдите значение выражения $\frac{A_{18}^{10} + A_{18}^{11}}{A_{18}^9}$.

25. Найдите значение выражения $\frac{A_9^4 \cdot A_4^4}{A_8^6}$.

26. Найдите значение выражения $\frac{A_5^5 \cdot A_{10}^3}{A_9^7}$. *Результат округлите до сотых.*

**10 класс. Урок 12. Комбинаторное правило умножения.
Перестановки и факториал. Электронный ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=m57wle3jxomao>



**10 класс. Урок 12. Комбинаторное правило умножения. Перестановки и
факториал**

Урок 13. Число сочетаний. Треугольник Паскаля

1. Установите соответствие

1. Сочетания
2. Размещения

3. Перестановки

1. $n!$
2. $\frac{n!}{(n-k)!}$
3. $\frac{n!}{k!(n-k)!}$

2. Вставьте пропущенные слова: *сочетание, размещение, перестановки*.

_____ из N элементов по k называют комбинацию, в которой любые k из этих элементов расположены в определенном порядке.

_____ из N элементов по k называют комбинацию, составленную из любых k этих элементов без учета их порядка.

_____ из N различных элементов называют комбинацию, в которой все эти N элементов расположены в определенном порядке.

3. Из класса, в котором учится 30 человек, нужно выбрать трех для участия в олимпиаде по информатике. Сколькими способами это можно сделать?

4. Для получения аттестата девятиклассникам необходимо сдать 4 экзамена: русский язык, математику и 2 экзамена на выбор из следующего перечня: физика, химия, биология, литература, география, история, информатика и информационно-коммуникационные технологии (ИКТ), обществознание и иностранные языки – английский, французский, немецкий и испанский. Сколькими существует комбинаций для выбора четырех экзаменов в 9 классе?

5. Из двенадцати фильмов, номинированных на лучшую режиссёрскую работу, жюри кинофестиваля должно отобрать трёх финалистов. Сколькими способами оно может это сделать?

6. Из класса, в котором учится 16 девочек и 14 мальчиков, нужно выбрать делегацию на слёт из 3 девочек и 3 мальчиков. Сколькими способами это можно сделать?

7. Сколькими способами для участия в конференции из 10 членов научного общества можно выбрать четверых студентов?

8. В помещении 16 ламп. Сколько существует вариантов его освещения, если одновременно должны светиться 10 ламп?

9. На окружности отмечено 20 точек. Сколько различных треугольников с вершинами, выбранными из этих точек, можно построить?

10. Имеются 5 тюльпанов и 6 нарциссов. Сколькими способами можно составить букет из 3 тюльпанов и 2 нарциссов?

11. Найдите значение выражения $C_{14}^{12} + C_{14}^{13}$.

12. Найдите значение выражения $C_{21}^3 - C_{20}^3$.

13. Найдите значение выражения $C_{71}^3 - C_{70}^2$.

14. Найдите значение выражения $\left(\frac{C_{10}^7}{3} + \frac{C_6^2}{6}\right) \cdot \frac{P_4}{A_5^4}$.

15. В классе изучают 8 предметов естественно-математического цикла. Сколькими способами можно составить расписание на пятницу, если в этот день должны быть 6 уроков из пяти разных предметов этого цикла?

16. Из класса, в котором учится 30 человек, нужно выбрать трех для участия в олимпиаде по информатике, которая делится на: искусственный интеллект, информационная безопасность, программирование. Сколькими способами это можно сделать?

17. Найдите значение выражения C_{15}^{15} .

18. Найдите значение выражения C_{21}^0 .

19. Найдите значение выражения

$$C_8^0 + C_8^1 + C_8^2 + C_8^3 + C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_8^8.$$

20. Восстановите строчку треугольника Паскаля:

1	8	28	—	—	—	—	—	—	1
---	---	----	---	---	---	---	---	---	---

10 класс. Урок 13. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=clk7bb74tedds>



10 класс. Урок 13. Число сочетаний. Треугольник Паскаля

Урок 14. Формула бинома Ньютона

1. Верно ли утверждение $C_8^6 = C_7^6 + C_7^5$?
2. Верно ли утверждение $C_9^5 = C_8^5 + C_9^4$?
3. Верно ли утверждение $C_{10}^8 = C_9^7 + C_9^8$?
4. Чему равен четвёртый член разложения бинома $(2x + 1)^6$?
 - $160x^3$;
 - $20x^3$;
 - $160x^4$;
 - $12x^5$;
 - $20x^5$;
 - $160x^5$.
5. Чему равен коэффициент перед переменной a^6 в разложении бинома $(2a + 3)^7$?
6. Чему равен коэффициент перед переменной y^3 в разложении бинома $(3y + 2)^5$?
7. Чему равна сумма коэффициентов в разложении бинома $(m + n)^{10}$?

10 класс. Урок 14. Формула бинома Ньютона. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=bwe5hcj2g66hc>



10 класс. Урок 14. Формула бинома Ньютона

Подготовка к контрольной работе №1:
«Графы, вероятности, множества, комбинаторика»



1. В классе 25 человек. 15 из них занимаются математикой, 12 – физикой. 6 человек не занимаются ни тем, ни другим. Сколько человек занимаются и математикой, и физикой?
2. Из 100 туристов, 70 знают английский, 45 знают французский, 23 знают оба языка. Сколько туристов не знают ни одного из этих языков?
3. В лотерее 100 билетов. 5 билетов выигрышных по 100 руб. и 10 билетов выигрышных по 50 руб. Найдите вероятность того, что первый вытянутый билет окажется выигрышным.
4. Монету подбрасывают 3 раза. Найдите вероятность того, что все три раза выпадет «Орел».
5. В ящике 10 деталей, среди которых 3 бракованных. Из ящика наугад вынимают одну деталь, затем вторую (без возвращения). Найдите условную вероятность того, что вторая деталь бракованная, при условии, что первая была бракованной. *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*
6. Вероятность того, что лампочка перегорит в течение года, равна 0.2. Какова вероятность, что она прослужит больше года?
7. В первой корзине 3 белых и 7 черных шаров. Во второй – 5 белых и 5 черных. Из случайной корзины (выбор корзины равновероятен) вынимают шар. Найдите вероятность того, что он белый.
8. В первой корзине 3 белых и 7 черных шаров. Во второй – 5 белых и 5 черных. Из случайной корзины (выбор корзины равновероятен) вынимают шар. Он оказался белым. Какова вероятность, что он был из первой корзины?
9. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания первого – 0.7, второго – 0.8. Найдите вероятность того, что в мишень попадет только один из них.
10. В меню 7 видов пиццы и 5 видов сока. Сколькими способами можно заказать обед, состоящий из одной пиццы и одного сока?
11. Из колоды (36 карт) случайным образом вынимают 2 карты. Найдите вероятность того, что обе карты – тузы. *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*

12. В коробке 15 шаров: 5 красных, 7 синих, 3 зеленых. Наугад берут 3 шара. Какова вероятность, что все они одного цвета?

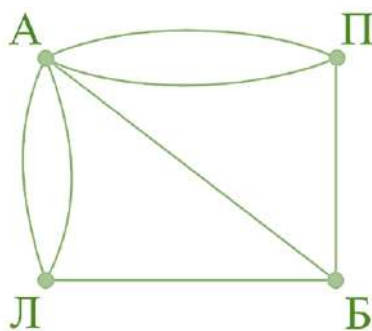
13. Дан фрагмент разложения $(x + y)^n: \dots + 15x^4y^2 + \dots$. Чему равно n ?

14. Найдите коэффициент при x^3 в разложении $(x + 1)^6$.

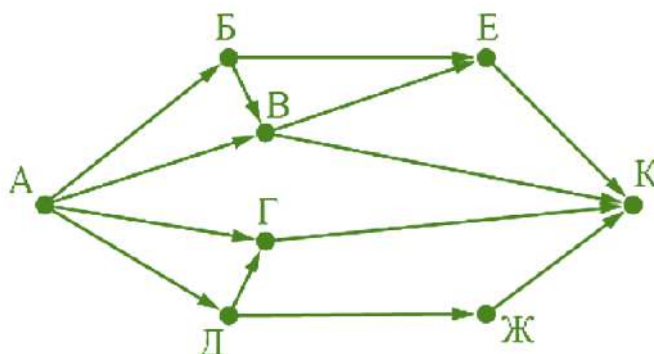
15. В группе 20 студентов. 10 любят математику, 8 – физику, 5 – и то, и другое. Выберите все верные утверждения:

- ☐ Вероятность, что случайный студент любит математику равна 0,5.
- ☐ Вероятность, что студент любит физику, но не математику равна 0,15.
- ☐ Вероятность, что студент не любит ни то, ни другое равна 0,35.
- ☐ Количество студентов, любящих хотя бы один предмет равно 13.

16. Найдите сумму степеней вершин изображенного на рисунке графа и уменьшите найденную сумму на количество ребер графа.



17. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж и К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



10 класс. Подготовка к контрольной работе №1: «Графы, вероятности, множества, комбинаторика». Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=m4b7cmuvuslas>



10 класс. Подготовка к контрольной работе №1: «Графы, вероятности, множества, комбинаторика»

Урок 15. Контрольная работа №1: «Графы, вероятности, множества, комбинаторика»



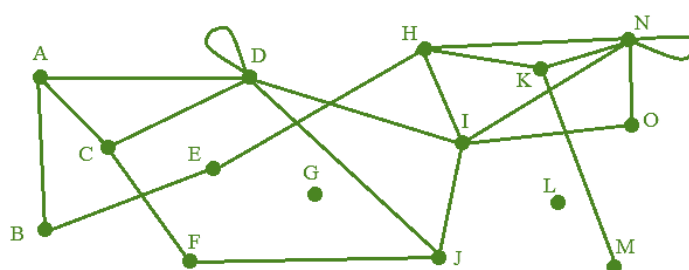
Контрольная работа №1 по теме
«Графы, вероятности, множества, комбинаторика»

10 класс

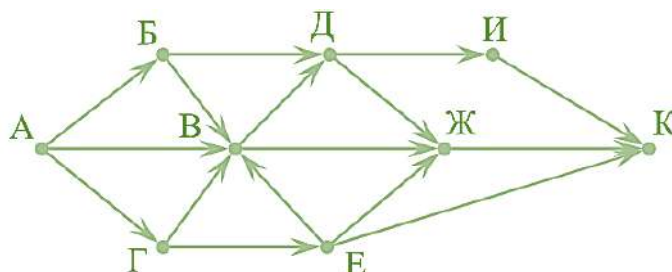
Вариант 1

1. Найдите степень вершин:

- а) С;
- б) D;
- в) Н;
- г) G.



2. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



3. В классе 40 человек. 25 занимаются спортом, 20 – музыкой, 10 – и спортом, и музыкой. Сколько человек не занимаются ни спортом, ни музыкой?

4. На зачёте по истории школьнику достаётся один вопрос из всего списка вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Древняя Русь», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется вопрос по теме «Средневековье», равна 0,33. В списке нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на зачёте школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

5. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что он первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.

6. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что выпало 3 и 5 очков.

7. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

8. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

9. Всем пациентам с подозрением на некоторое заболевание делают анализ крови. Если анализ выявляет заболевание, то результат анализа называется положительным. У больных пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,05. Известно, что 20% пациентов, поступающих с подозрением на заболевание, действительно больны. Анализ показал, что пациент болен. Какова вероятность того, что он на самом деле здоров?

10. В коробке лежат 6 белых и 4 чёрных шара. Из коробки наугад вынимают 3 шара без возвращения. Найдите вероятность того, что среди них окажется ровно 2 белых шара.

11. Из класса, в котором 15 девочек и 10 мальчиков, нужно выбрать 3 девочек и 2 мальчиков для участия в конкурсе. Сколькими способами это можно сделать?

12. Найдите коэффициент при x^3 в разложении $(2x + 1)^5$.

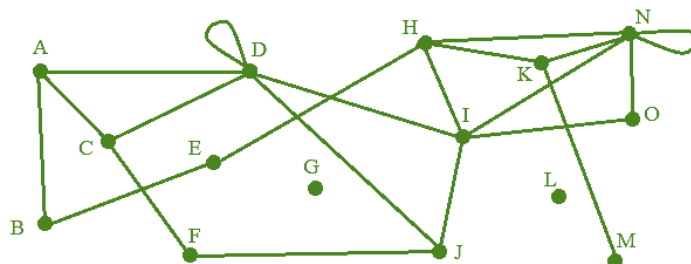
Контрольная работа №1 по теме
«Графы, вероятности, множества, комбинаторика»

10 класс

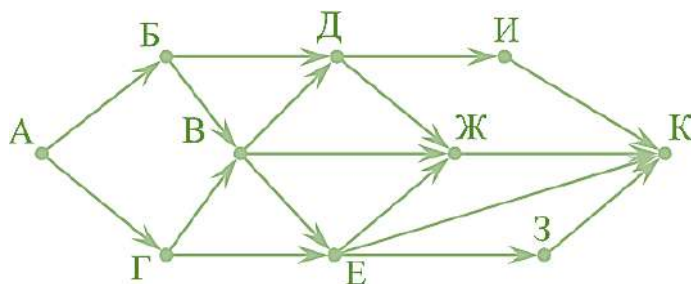
Вариант 2

1. Найдите степень вершин:

- а) J;
- б) N;
- в) I;
- г) L.



2. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



3. В классе 35 человек. 20 занимаются спортом, 15 – музыкой, 8 – и спортом, и музыкой. Сколько человек не занимаются ни спортом, ни музыкой?

4. На зачёте по истории школьнику достаётся один вопрос из всего списка вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Древняя Русь», равна 0,35. Вероятность того, что это окажется вопрос по теме «Средневековье», равна 0,18. В списке нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на зачёте школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

5. Биатлонист 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что он первый раз попал в мишень, а последние два раза промахнулся.

6. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что оба раза выпало 4 очка.

7. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,97. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
8. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,25. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
9. Всем пациентам с подозрением на некоторое заболевание делают анализ крови. Если анализ выявляет заболевание, то результат анализа называется положительным. У больных пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,05. Известно, что 20% пациентов, поступающих с подозрением на заболевание, действительно больны. Анализ показал, что пациент болен. Какова вероятность того, что он на самом деле здоров?
10. В коробке лежат 5 белых и 3 чёрных шара. Из коробки наугад вынимают 3 шара без возвращения. Найдите вероятность того, что среди них окажется ровно 2 белых шара.
11. Из класса, в котором 12 девочек и 8 мальчиков, нужно выбрать 4 девочек и 3 мальчиков для участия в конкурсе. Сколькими способами это можно сделать?
12. Найдите коэффициент при x^2 в разложении $(3x + 2)^4$.

10 класс. Урок 15. Контрольная работа №1: «Графы, вероятности, множества, комбинаторика». Электронный ресурс

Ссылка для скачивания контрольной работы в формате Microsoft Word:

<https://disk.yandex.ru/d/gGxFJdBX6SbSnw>



10 класс. Урок 15. Контрольная работа №1: «Графы, вероятности, множества, комбинаторика»

Урок 16. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха

- 1.1. Пусть p и q вероятности успеха и неудачи соответственно. Найдите p , если $q = 0,48$.
- 1.2. Пусть p и q вероятности успеха и неудачи соответственно. Найдите p , если $q = 0,66$.
- 1.3. Пусть p и q вероятности успеха и неудачи соответственно. Найдите p , если $q = 0,15$.
- 1.4. Пусть p и q вероятности успеха и неудачи соответственно. Найдите p , если $q = 0,3$.
- 2.1. Будет ли данная серия случайных опытов испытаниями Бернулли?

Номер опыта	p	q
1	0,41	0,49
2	0,41	0,49
3	0,41	0,49
4	0,41	0,49
5	0,41	0,49
6	0,41	0,49
7	0,41	0,49

- 2.2. Будет ли данная серия случайных опытов испытаниями Бернулли?

Номер опыта	p	q
1	0,11	0,89
2	0,11	0,89
3	0,11	0,89
4	0,11	0,89
5	0,89	0,11
6	0,89	0,11
7	0,89	0,11

► 2.3. Будет ли данная серия случайных опытов испытаниями Бернулли?

Номер опыта	p	q
1	0,32	0,68
2	0,32	0,68
3	0,32	0,68
4	0,32	0,68
5	0,23	0,77
6	0,32	0,68
7	0,32	0,68

3. Перечислите требования, которым должны удовлетворять испытания Бернулли.

- ☐ независимость испытаний;
- ☐ вероятности p и q остаются постоянными;
- ☐ $p = q$;
- ☐ $p \neq q$;
- ☐ каждый опыт завершается один из двух исходов;
- ☐ зависимость испытаний.

► 4.1. Монету бросают 5 раз. С какой вероятностью при этом выпадет ровно 2 орла? *Результат округлите до сотых.*

► 4.2. Монету бросают 5 раз. С какой вероятностью при этом выпадет ровно 3 орла? *Результат округлите до сотых.*

► 4.3. Монету бросают 7 раз. С какой вероятностью при этом выпадет ровно 2 орла? *Результат округлите до сотых.*

► 4.4. Монету бросают 6 раз. С какой вероятностью при этом выпадет ровно 4 орла? *Результат округлите до сотых.*

10 класс. Урок 16. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=jbqggza4l5gcs>



10 класс. Урок 16. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха

Урок 17. Серия независимых испытаний до первого успеха

► 1.1. Пусть проводится 7 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А постоянна и равна $p = 0,1$. Найти вероятность того, что в данной серии испытаний событие А появится 2 раза. *Результат округлите до сотых.*

► 1.2. Пусть проводится 5 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А постоянна и равна $p = 0,3$. Найти вероятность того, что в данной серии испытаний событие А появится 3 раза. *Результат округлите до сотых.*

► 1.3. Пусть проводится 6 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А постоянна и равна $p = 0,2$. Найти вероятность того, что в данной серии испытаний событие А появится 4 раза. *Результат округлите до сотых.*

2. Стрелок делает 6 выстрелов по мишени. Вероятность попадания при одном выстреле $2/3$. Найти вероятность того, что он попал 4 раза. *Результат округлите до сотых.*

► 3.1. Найдите значение выражения $P_9(4)$, если вероятность p в 4 раза больше вероятности q . *Результат округлите до сотых.*

► 3.2. Найдите значение выражения $P_8(6)$, если вероятность p в 4 раза больше вероятности q . *Результат округлите до сотых.*

► 3.3. Найдите значение выражения $P_7(5)$, если вероятность p в 4 раза больше вероятности q . *Результат округлите до сотых.*

4. Вставьте пропущенные слова:

Испытаниями Бернулли называют серию одинаковых
_____ случайных опытов, каждый из которых может
завершиться одним из _____ исходов —
_____ или неудачей.

10 класс. Урок 17. Серия независимых испытаний до первого успеха. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=bq3cofr4rtfgk>



10 класс. Урок 17. Серия независимых испытаний до первого успеха

Урок 18. Серия независимых испытаний Бернулли

1. Монету бросают до тех пор, пока не появится орёл. С какой вероятностью придётся сделать больше 3 бросков?
2. Кубик бросают до тех пор, пока не выпадет 5 очков. С какой вероятностью придётся сделать больше 3 бросков? *Результат округлите до тысячных.*
3. Маша коллекционирует принцесс из шоколадных яиц. Всего в коллекции 10 разных принцесс. У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придётся купить больше 2 яиц?
4. Баскетболист на тренировке бросает мяч со штрафного до тех пор, пока не попадёт в корзину. Вероятность попадания одного броска равна 0,3. С какой вероятностью ему придётся сделать больше 3 бросков?
5. По каналу связи, в котором есть помехи, передаются сообщения. Вероятность правильной передачи сообщения составляет 0,9. Если сообщение передано с ошибками, оно повторяется. С какой вероятностью для правильной передачи понадобится более 6 попыток?
6. Монету подбрасывают до тех пор, пока не выпадет орёл. С какой вероятностью это произойдёт на четвертом шаге?
7. Кубик подбрасывают до тех пор, пока не выпадет шестёрка. С какой вероятностью это произойдёт на третьем шаге? *Результат округлите до тысячных.*

10 класс. Урок 18. Серия независимых испытаний Бернулли. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=r333hpzfootmq>



10 класс. Урок 18. Серия независимых испытаний Бернулли

Урок 19. Случайный выбор из конечной совокупности

1. При случайном выборе без возвращения из конечной совокупности, общее число исходов подсчитывается с помощью...

- формулы перестановок;
- формулы сочетаний;
- формулы размещений;
- правила суммы.

2. В чем принципиальное отличие случайного выбора с возвращением от выбора без возвращения?

- При выборе с возвращением вероятности не меняются, а при выборе без возвращения – меняются.
- При выборе с возвращением порядок важен, а без возвращения – нет.
- При выборе с возвращением используются сочетания, а без возвращения – размещения.
- Отличий нет, вероятности одинаковы.

3. Какие из перечисленных ситуаций являются примером случайного выбора без возвращения из конечной совокупности?

- ☐ Выбор 5 карт из колоды в 36 карт.
- ☐ Подбрасывание монеты 5 раз.
- ☐ Выбор 3 человек из группы в 20 человек.
- ☐ Бросание игрального кубика 4 раза.

4. В коробке 12 деталей, 5 из которых бракованные. Из коробки наугад вынимают 3 детали. Какое из событий имеет наибольшую вероятность?

- Все три детали бракованные.
- Ровно две детали бракованные.
- Ровно одна деталь бракованная.
- Ни одной бракованной детали.

5. В урне 3 белых и 3 черных шара. Из урны вынимают 2 шара. В каком случае вероятность вынуть два белых шара больше?

- При выборе с возвращением.
- При выборе без возвращения.
- Вероятности равны.

6. В мешке 10 шаров с номерами от 1 до 10. Из мешка вынимают 3 шара без возвращения. Сколько существует различных наборов номеров?

7. В мешке 10 шаров с номерами от 1 до 10. Из мешка вынимают 3 шара с возвращением (каждый раз номер записывают, а шар возвращают обратно). Сколько существует различных последовательностей номеров?

8. Какие из следующих утверждений о случайном выборе с возвращением являются верными?

- ☐ Вероятности исходов остаются постоянными.
- ☐ Общее число исходов вычисляется по формуле n^k .
- ☐ Общее число исходов вычисляется по формуле C_n^k .
- ☐ Каждый следующий выбор не зависит от предыдущего.
- ☐ Количество объектов в совокупности уменьшается после каждого выбора.

9. Какие из следующих утверждений о случайном выборе без возвращения являются верными?

- ☐ Вероятности исходов меняются после каждого выбора.
- ☐ Общее число исходов вычисляется по формуле n^k .
- ☐ Общее число исходов вычисляется по формуле C_n^k .
- ☐ Каждый следующий выбор зависит от предыдущего.
- ☐ Количество объектов в совокупности не меняется.

10 класс. Урок 19. Случайный выбор из конечной совокупности. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=hkzrgz6w6fetg>



10 класс. Урок 19. Случайный выбор из конечной совокупности

Урок 20. Практическая работа с использованием электронных таблиц



Для выполнения практической работы используйте электронную таблицу, которая располагается в прикрепленных документах. Результатом вашей практической работы будет электронная таблица с заполненными данными.

Задание 1. Кубик бросают 20 раз. Вычислим вероятность получить k шестерок для $k = 0, 1, \dots, 20$.

На листе «Задание 1» в столбце А (ячейки А1:А21) запишите значения k от 0 до 20. В столбце В с помощью функции

$$= \text{БИНОМРАСП}(k; N; p; 0) \\ (\text{в LibreOffice Calc} = \text{BINOMDIST}(k; N; p; 0)),$$

где k – число успехов, N – количество испытаний, p – вероятность успеха, в конце всегда 0, вычислите соответствующие вероятности.

Постройте точечную диаграмму, на которой будет изображаться зависимость вероятности выпадения k успехов при увеличении значения N . Поместите ее в область, выделенную серым цветом.

В ячейку D24 (оранжевое поле) впишите, при каком значении k вероятность достигает своего наибольшего значения.

Задание 2. Тест на зачёте состоит из 20 вопросов. К каждому из них предлагаются 5 вариантов ответа, ровно один из которых верный. За сколько правильных ответов можно ставить зачёт, чтобы не знающий предмета студент смог пройти тест с вероятностью не больше 0,5? (на этот вопрос вы ответите в конце выполнения задания)

На листе «Задание 2» заполните столбец А возрастающими значениями k от 0 до 20.

Найдите в каждой ячейке столбца В вероятность ответить ровно на k вопросов теста. Используйте для этого функцию БИНОМРАСП (в LibreOffice Calc BINOMDIST).

Вычислите в каждой ячейке столбца С суммарную вероятность **ответить на k и больше** вопросов теста. То есть в ячейке C1 сумма вероятностей ответить на 0 вопросов теста и больше, в ячейке C2 сумма вероятностей ответить на 1

вопрос теста и больше, в ячейке C3 сумма вероятностей ответить на 2 вопроса теста и больше и т.д.

В ячейку F2 впишите количество правильных ответов, за которые можно ставить зачет, чтобы не знающий предмета студент смог пройти тест с вероятностью не больше 0,5. Для этого проанализируйте столбец C и посмотрите, при каком значении k сумма вероятностей стала меньше, чем 0,5. Это значение k и будет ответом на задание.

Задание 3. Смоделируйте испытания Бернулли из задания 2 в электронной таблице и проверьте полученные в этом задании ответы экспериментально.

Введите в ячейку B1 значение $p = 0,2$.

Смоделируйте в столбце A результаты 20 испытаний Бернулли с вероятностью успеха $p = 0,2$. Для этого в ячейки A1:A21 введите формулу

$$= \text{ЕСЛИ}(\text{СЛЧИ}(\text{С}) < \$\text{B}\$1; 1; 0).$$

$$(в LibreOffice Calc = \text{IF}(\text{RAND}() < \$\text{B}\$1; 1; 0)).$$

Важно для LibreOffice Calc: функция = RAND() не обновляется автоматически при каждом изменении листа. Для обновления случайных чисел нажмите клавишу F9 или включите автоматический пересчёт в настройках (Сервис → Параметры → LibreOffice Calc → Вычисления → Пересчитывать при каждом изменении).

В ячейке B3 найдём число успехов в серии с помощью функции

$$= \text{СЧЁТЕСЛИ}(A1:A21; 1).$$

$$(в LibreOffice Calc = \text{COUNTIF}(A1:A21; 1))$$

Вручную введите в ячейку C1 значение из ячейки B3. При переходе в ячейку C2, данные в ячейках A1:A21 изменятся, а, следовательно, изменится и значение в ячейке B3. Введите его вручную в ячейку C2. Повторите до тех пор, пока не заполните ячейки C1:C21.

Найдите частоты каждого числа верных ответов. Введите полученные данные в ячейки E3:Y3.

Постройте столбчатую диаграмму, где по оси Ох будет количество успехов, а по оси Оу их частота. Поместите диаграмму в область, выделенную серым цветом.

10 класс. Урок 20. Практическая работа с использованием электронных таблиц. Электронный ресурс

Ссылка для скачивания практической работы в формате Microsoft Word и шаблона электронной таблицы в форматах Excel (.xlsx) и LibreOffice Calc (.ods):

<https://disk.yandex.ru/d/ZCfBL-VIEIFpDw>



10 класс. Урок 20. Практическая работа с использованием электронных таблиц

Урок 21. Случайная величина. Распределение вероятностей.

Диаграмма распределения

1. Вы подошли к автобусной остановке, на которой останавливаются автобусы маршрутов № 5, 27, 42 и 91. Вам нужен автобус № 42. Даны некоторые случайные величины. Какие из этих величин, на ваш взгляд, являются дискретными?

- ☐ Номер маршрута автобуса, который подойдет к остановке первым.
- ☐ Количество свободных мест в салоне автобуса № 42 в момент, когда он откроет двери.
- ☐ Время, которое вы будете ждать автобус № 42 с момента прихода на остановку до его фактической посадки
- ☐ Рост водителя автобуса № 42.
- ☐ Расстояние от переднего бампера автобуса № 42 до стоп-линии остановки в момент его полной остановки.
- ☐ Количество пассажиров, вышедших из автобуса № 42 на вашей остановке.
- ☐ Температура охлаждающей жидкости двигателя автобуса № 42 в момент его прибытия.

► 2.1. Бросают пять игральных кубиков. На первом выпало значение 5, на втором 1, на третьем 3, на четвертом 4, на пятом 1. Обозначим случайные величины:

S – сумма чисел на кубиках;

K – количество различных чисел на кубиках;

W – наибольшее из чисел на кубиках;

V – наименьшее из чисел на кубиках;

N – среднее пяти чисел на кубиках;

M – среднее из пяти чисел на кубиках (медиана);

R – размах чисел на кубиках;

P – произведение всех выпавших чисел.

Найдите случайную величину:

1) S ;

2) K ;

3) W ;

4) V ;

5) N ;

6) M ;

7) R ;

8) P .

► 2.2. Бросают пять игральных кубиков. На первом выпало значение 6, на втором 4, на третьем 4, на четвертом 2, на пятом 1. Обозначим случайные величины:

S – сумма чисел на кубиках;

K – количество различных чисел на кубиках;

W – наибольшее из чисел на кубиках;

V – наименьшее из чисел на кубиках;

N – среднее пяти чисел на кубиках;

M – среднее из пяти чисел на кубиках (медиана)

R – размах чисел на кубиках;

P – произведение всех выпавших чисел.

Найдите случайную величину:

1) S ;

2) K ;

3) W ;

4) V ;

5) N ;

6) M ;

7) R ;

8) P .

► 2.3. Бросают пять игральных кубиков. На первом выпало значение 4, на втором 3, на третьем 6, на четвертом 3, на пятом 3. Обозначим случайные величины:

S – сумма чисел на кубиках;

K – количество различных чисел на кубиках;

W – наибольшее из чисел на кубиках;

V – наименьшее из чисел на кубиках;

R – размах чисел на кубиках;

P – произведение всех выпавших чисел.

Найдите случайную величину:

1) S ;

2) K ;

3) W ;

4) V ;

5) N ;

6) M ;

7) R ;

8) P .

3. Монету подбрасывают 12 раз подряд. Результат опыта таков: ООРРООООРРОР.

Обозначим случайные величины:

X – число выпавших орлов;

Y – число выпавших решек;

L – длина самой длинной серии из идущих подряд орлов;

Z – длина самой длинной серии из идущих подряд решек;

C – количество серий (независимо от того, из орлов или решек);

A – номер позиции (от 1 до 12), в которой впервые выпал орёл (если орёл не выпал ни разу, считать $A = 0$);

B – номер позиции (от 1 до 12), в которой в последний раз выпала решка (если решка не выпала ни разу, считать $B = 0$).

Найдите случайную величину:

- 1) X ;
- 2) Y ;
- 3) L ;
- 4) Z ;
- 5) C ;
- 6) A ;
- 7) B .

4. Вставьте пропущенные слова:

Случайная величина называется _____, если множество ее возможных значений является непрерывный промежуток (или несколько промежутков) числовой прямой.

Случайная величина называется _____, если множество ее возможных значений состоит из отдельно отстоящих друг от друга чисел, не сливающихся в интервалы или отрезки.

5. Подбрасывают три игральных кубика.

Рассмотрим в опыте шесть разных случайных величин:

X – число, выпавшее на первом кубике;

Y – число, выпавшее на втором кубике;

Z – число, выпавшее на третьем кубике;

S – сумма чисел;

R – произведение чисел;

W – наибольшее из чисел;

V – наименьшее из чисел.

Определите:

1) Наименьшее значение X. Наибольшее значение X.

2) Наименьшее значение Y. Наибольшее значение Y.

3) Наименьшее значение Z. Наибольшее значение Z.

4) Наименьшее значение S. Наибольшее значение S.

5) Наименьшее значение R. Наибольшее значение R.

6) Наименьшее значение W. Наибольшее значение W.

7) Наименьшее значение V. Наибольшее значение V.

6. Пусть дан индикатор I:

$$I = \begin{cases} 1, & \text{если сумма, выпавшая на кубиках, больше 11;} \\ 0, & \text{если сумма, выпавшая на кубиках, не более 11.} \end{cases}$$

При бросании кубика, получится данный исход: (5;6).

Чему равно значение I?

7. Вставьте пропущенное слово:

Случайной величиной называется _____ величина, значение которой однозначно определяется исходом случайного эксперимента.

8. Дискретными или непрерывными являются следующие случайные величины?

1) Количество страниц в учебнике;

2) Температура тела пациента (в °C);

3) Расстояние, которое проезжает автомобиль на одном литре бензина;

4) Сумма числа очков, выпавших при бросании двух игральных кубиков;

5) Время работы лампочки до перегорания;

6) Количество ошибок, допущенных учеником при написании диктанта из 150 слов;

7) Объём воды в бутылке;

8) Уровень громкости звука (в децибелах), зафиксированный шумомером.

10 класс. Урок 21. Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=6fqefjrqed3vu>



10 класс. Урок 21. Случайная величина. Распределение вероятностей.
Диаграмма распределения

Урок 22. Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина

1. Случайная величина, которая принимает только два значения (обычно 0 и 1), называется ...

- ☐ бинарной;
- ☐ дискретной;
- ☐ непрерывной;
- ☐ равномерной.

2. Если X – бинарная случайная величина с $P(X=1) = p$, то $P(X=0)$ равна ...

- ☐ p ;
- ☐ $1 + p$;
- ☐ $1 - p$;
- ☐ $p - 1$.

3. Пусть X – случайная величина. Какие из операций над случайными величинами являются линейными?

- ☐ $Y = X^2$;
- ☐ $Y = 2X + 3$;
- ☐ $Y = \sin(X)$;
- ☐ $Y = \frac{1}{X}$.

4. Какие из перечисленных случайных величин являются бинарными?

- ☐ Результат подбрасывания монеты.
- ☐ Количество очков при бросании игрального кубика.
- ☐ Исход теста на некую болезнь.
- ☐ Рост человека.
- ☐ Ответ на вопрос «да/нет».

5. Если все значения случайной величины имеют одинаковую вероятность, то такое распределение называется ...

- ☐ равномерным;
- ☐ бинарным;
- ☐ нормальным;
- ☐ геометрическим.

6. Случайная величина X задана распределением:

X	1	2	3
P	0,2	0,5	0,3

Найдите математическое ожидание случайной величины $Y = 3X$.

7. Случайная величина X задана распределением:

X	1	3	4
P	0,2	0,3	0,5

Найдите математическое ожидание случайной величины $Y = X + 2$.

8. Пусть X – случайная величина, а c – константа. Какое из утверждений о линейном преобразовании $Y = cX$ верно?

- ☐ Все значения X умножаются на c .
- ☐ Все значения X делятся на c .
- ☐ К каждому значению X прибавляется c .
- ☐ Из каждого значения X вычитается c .

9. Случайная величина X – бинарная с $P(X=1) = 0,35$. Найдите $P(X=0)$.

**10 класс. Урок 22. Операции над случайными величинами.
Примеры распределений. Бинарная случайная величина.
Электронный ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=2c7hes2o7uv7u>



**10 класс. Урок 22. Операции над случайными величинами. Примеры
распределений. Бинарная случайная величина**

Урок 23. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение

1. Какие из признаков относятся к биномиальному распределению?

- ☐ Число испытаний фиксировано.
- ☐ Число испытаний случайно.
- ☐ Случайная величина – число успехов.
- ☐ Случайная величина – номер первого успеха.
- ☐ Вероятность успеха постоянна.

2. Какие из признаков относятся к геометрическому распределению?

- ☐ Число испытаний фиксировано.
- ☐ Испытания проводятся до первого успеха.
- ☐ Случайная величина – число успехов.
- ☐ Случайная величина – номер первого успеха.
- ☐ Вероятность успеха постоянна.

3. Какое распределение является дискретным?

- ☐ только биномиальное;
- ☐ только геометрическое;
- ☐ и биномиальное, и геометрическое;
- ☐ ни одно из них.

4. Если в биномиальном распределении вероятность успеха $p = 0,5$, то распределение

- ☐ симметрично;
- ☐ скошено вправо;
- ☐ скошено влево;
- ☐ равномерно.

5. Определите, какое распределение описывает каждую ситуацию: биномиальное или геометрическое.

- 1) Сколько раз выпадет орёл при 10 бросках монеты?
- 2) На каком броске впервые выпадет орёл?
- 3) Сколько бракованных деталей в партии из 20?
- 4) Сколько выстрелов потребуется для первого попадания?
- 5) Сколько шестёрок выпадет при 5 бросках кубика?
- 6) На каком броске впервые выпадет шестёрка?

6. Случайная величина X распределена по закону $\text{Bin}(4; 0,2)$. Найдите $P(X = 2)$.
7. Случайная величина X распределена по закону $\text{Bin}(6; 0,5)$. Найдите $P(X = 4)$.
Ответ округлите до сотых.
8. Случайная величина X распределена по закону $\text{Geom}(1/8)$. Найдите $P(X = 3)$.
Ответ округлите до тысячных.
9. Случайная величина X распределена по закону $\text{Geom}(0,4)$. Найдите $P(X = 4)$.

10 класс. Урок 23. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=6dpfnazjnv6s6>



10 класс. Урок 23. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение

Урок 24. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин

1. Математическое ожидание случайной величины – это:

- значение, которое она принимает с наибольшей вероятностью;
- среднее арифметическое всех её возможных значений, взвешенное с их вероятностями;
- сумма всех её возможных значений;
- значение, которое она принимает ровно в половине случаев.

2. Какие из следующих утверждений о математическом ожидании верны?

- ☐ $E(c) = c$ для любой константы c .
- ☐ $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ для любых X и Y .
- ☐ $E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$ для любых X и Y .
- ☐ $E(cX) = cE(X)$ для любой константы c .

3. Случайная величина X – бинарная, $P(X=1) = 0,25$. Найдите $E(4X + 2)$.

4. Случайная величина X – бинарная, $P(X=1) = 0,4$. Найдите $E(5X - 1)$.

5. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,1	0,1	0,1
2	0,2	0,2	0,3

Найдите $P(X=1)$.

6. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2
1	0,1	0,2
2	0,3	0,4

Найдите $E(X+Y)$.

7. Пусть X и Y – независимые случайные величины. Какое равенство выполняется всегда?

- $E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$.
- $E(X \cdot Y) = E(X) + E(Y)$.
- $E(X + Y) = E(X) \cdot E(Y)$.
- $E(X + Y) = E(X) - E(Y)$.

8. Случайная величина X задана распределением:

X	- 2	0	3
P	0,2	0,5	0,3

Найдите $E(3X)$.

**10 класс. Урок 24. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин.
Электронный ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=ijnja6kocgc6>



**10 класс. Урок 24. Математическое ожидание случайной величины.
Совместное распределение двух случайных величин**

Урок 25. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины

1. Случайные величины X и Y называются независимыми, если для любых x и y выполняется равенство ...

- ☐ $P(X=x, Y=y) = P(X=x) \cdot P(Y=y)$.
- ☐ $P(X=x, Y=y) = P(X=x) + P(Y=y)$.
- ☐ $P(X=x, Y=y) = P(X=x) / P(Y=y)$.
- ☐ $P(X=x, Y=y) = P(X=x) - P(Y=y)$.

2. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2
1	0,12	0,18
2	0,28	0,42

Являются ли X и Y независимыми?

- ☐ Да.
- ☐ Нет.

3. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2
1	0,12	0,18
2	0,28	0,42

Найдите $P(X=1) \cdot P(Y=1)$.

4. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2
1	0,1	0,2
2	0,3	0,4

Являются ли X и Y независимыми?

- ☐ Да.
- ☐ Нет.

5. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2
1	0,1	0,2
2	0,3	0,4

Найдите $P(X=1) \cdot P(Y=1)$.

6. Какие из следующих утверждений верны для независимых случайных величин X и Y ?

- ☐ $E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$.
- ☐ $P(X=x, Y=y) = P(X=x) \cdot P(Y=y)$.
- ☐ $E(X + Y) = E(X) \cdot E(Y)$.
- ☐ Значение X не влияет на значение Y .

7. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 4$, $E(Y) = 6$. Найдите $E(3X + 2Y - 5)$.

8. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 2$, $E(Y) = 7$. Найдите $E(4X + Y + 3)$.

9. Случайная величина X – индикатор события A . Известно, что $P(A) = 0,35$. Найдите $E(2X + 1)$.

10. В коробке 8 шаров: 3 красных и 5 синих. Из коробки наугад вынимают один шар. Пусть X – индикатор события «шар красный». Найдите $E(4X - 1)$.

10 класс. Урок 25. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=ymmqzysojnoj6>



10 класс. Урок 25. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины

Урок 26. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений

1. Случайная величина X распределена по закону $\text{Bin}(10; 0,4)$. Найдите $E(X)$.
2. Случайная величина X распределена по закону $\text{Geom}(0,2)$. Найдите $E(X)$.
3. Случайная величина X распределена по закону $\text{Bin}(n; 0,3)$, и $E(X) = 6$. Найдите n .
4. Случайная величина X распределена по закону $\text{Geom}(p)$, и $E(X) = 4$. Найдите p .
5. В лотерее вероятность выигрыша по одному билету равна $0,02$. Сколько билетов в среднем нужно купить, чтобы получить первый выигрыш?
6. Вероятность успеха в некотором эксперименте равна p . Известно, что для биномиального распределения $\text{Bin}(10; p)$ $E(X) = 2,4$. Найдите $E(Y)$ для геометрического распределения $\text{Geom}(p)$. *Ответ округлите до сотых.*
7. Вероятность успеха равна p . Известно, что $E(X)$ для $\text{Bin}(5; p)$ в 3 раза меньше, чем $E(Y)$ для $\text{Geom}(p)$. Найдите p . *Ответ округлите до сотых.*

10 класс. Урок 26. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=bgvpeeudbmwdo>



10 класс. Урок 26. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений

Урок 27. Дисперсия и стандартное отклонение

1. Пусть дано распределение случайной величины X .

X	1	2	3	4	5
P	0,1	0,1	0,3	0,1	0,4

Найдите $D(X)$.

2. Пусть дано распределение случайной величины X .

X	2	3	4	5	10
P	0,2	0,3	0,05	0,1	0,35

Найдите $D(X)$.

3. Пусть дано распределение случайной величины X .

X	-3	-2	-1	0
P	0,1	0,3	0,4	0,2

Найдите $D(X)$.

4. Пусть дано распределение случайной величины X .

X	1	2	3	4	5
P	0,05	0,35	0,25	0,15	p

Найдите $D(X)$.

5. Пусть дано распределение случайной величины X .

X	2	3	4	5	8
P	0,2	0,3	0,1	0,1	0,3

Найдите σ . Ответ округлите до тысячных.

6. Пусть дано распределение случайной величины X .

X	2	5	6	7	9
P	0,2	0,3	0,1	0,1	0,3

Найдите σ . Ответ округлите до сотых.

7. Пусть дано распределение случайной величины X .

X	1	2	5	7	8
P	0,1	0,2	0,1	0,1	0,5

Найдите σ . Ответ округлите до тысячных.

8. Пусть дано распределение случайной величины X .

X	1	3	5	6	8
P	0,1	0,2	0,1	0,1	0,5

Найдите σ . Ответ округлите до сотых.

9. Пусть дано распределение случайной величины X .

X	1	3	5	6	8
P	0,4	0,2	0,1	0,1	0,2

Найдите σ . Ответ округлите до сотых.

10. Пусть дано распределение случайной величины X .

X	1	3	5	6	8
P	0,2	0,3	0,1	0,1	0,3

Найдите σ . Ответ округлите до сотых.

**10 класс. Урок 27. Дисперсия и стандартное отклонение.
Электронный ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=hrmswfkkin3u>



10 класс. Урок 27. Дисперсия и стандартное отклонение

Урок 28. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии

1. Случайная величина X – бинарная, $P(X=1) = 0,3$. Найдите $D(X)$.
2. Даны независимые случайные величины X и Y . $D(X) = 2$, $D(Y) = 3$. Найдите $D(2X + 3Y)$.
3. Даны независимые случайные величины X и Y . $D(X) = 5$, $D(Y) = 2$. Найдите $D(3X - 2Y)$.
4. Даны независимые случайные величины X и Y . $D(X) = 4$, $D(Y) = 6$. Найдите $D(X + Y + 3)$.
5. Случайная величина X – бинарная, $P(X=1) = 0,2$. Найдите $D(3X)$.
6. Какое свойство дисперсии выполняется для любых случайных величин X и Y ?
 - ☐ $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$.
 - ☐ $D(X + c) = D(X)$.
 - ☐ $D(X \cdot Y) = D(X) \cdot D(Y)$.
 - ☐ $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$.
7. Какие из следующих утверждений о дисперсии верны для независимых случайных величин X и Y ?
 - ☐ $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$.
 - ☐ $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$.
 - ☐ $D(cX) = c^2 \cdot D(X)$.
 - ☐ $D(X + c) = D(X) + c$.
8. Случайная величина X – бинарная, $P(X=1) = 0,8$. Найдите $D(2X + 1)$.
9. При каком значении p дисперсия бинарной случайной величины максимальна?

**10 класс. Урок 28. Дисперсия бинарной случайной величины.
Свойства дисперсии. Электронный ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=pfxxlbsv3ctxi>



**10 класс. Урок 28. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства
дисперсии**

Урок 29. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин

1. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 3$, $E(Y) = 4$. Найдите $E(2X \cdot Y)$.
2. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 5$, $E(Y) = 2$. Найдите $E(3X \cdot (Y + 1))$.
3. Даны независимые случайные величины X и Y . $D(X) = 3$, $D(Y) = 7$. Найдите $D(2X + 4Y)$.
4. Даны независимые случайные величины X и Y . $D(X) = 5$, $D(Y) = 2$. Найдите $D(X - 3Y + 2)$.
5. Даны независимые случайные величины X , Y и Z . $D(X) = 2$, $D(Y) = 4$, $D(Z) = 6$. Найдите $D(3X + Y - 2Z)$.
6. Какое равенство выполняется только для независимых случайных величин X и Y ?
 - $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
 - $E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$
 - $D(X + c) = D(X)$
 - $D(cX) = c^2 \cdot D(X)$
7. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 8$, $E(Y) = 3$. Найдите $E((2X) \cdot (Y + 5))$.
8. Даны независимые случайные величины X и Y . Известно, что $E(X) = 2$, $E(Y) = 5$, $D(X) = 1$, $D(Y) = 4$. Найдите $E((X+Y)^2)$.
9. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 4$, $E(Y) = 3$, $D(X) = 2$, $D(Y) = 5$. Найдите $D(X \cdot Y)$.

10 класс. Урок 29. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин.

Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=h6y4cr2ftchfi>



10 класс. Урок 29. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин

Урок 30-31. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц



Для выполнения практической работы используйте электронную таблицу, которая располагается в прикрепленных документах. Результатом вашей практической работы будет электронная таблица с заполненными данными.

Задание 1. Биномиальное распределение.

Постройте с помощью электронной таблицы биномиальное распределение вероятностей с $N = 20$ и разными вероятностями успеха $p = 0,1; 0,2; 0,5; 0,8; 0,9$.

Для этого воспользуйтесь формулой

=БИНОМ.РАСП (число успехов k ; число испытаний N ; вероятность успеха p ; тут всегда 0)

(в LibreOffice Calc **=BINOMDIST**(число успехов k ; число испытаний N ; вероятность успеха p ; 0))

Пример: для ячейки B2 формула будет выглядеть так:

=БИНОМ.РАСП(0; 20; 0,1; 0)

(в LibreOffice Calc **=BINOMDIST(0; 20; 0,1; 0)**)

Для ячейки D17 формула будет выглядеть так:

=БИНОМ.РАСП(15; 20; 0,5; 0)

(в LibreOffice Calc **=BINOMDIST(15; 20; 0,5; 0)**)

Для упрощения заполнения таблицы можно использовать возможности табличного редактора (относительные и абсолютные ссылки). Если пользуетесь этим, достаточно один раз ввести *правильную* формулу и скопировать ее во всю таблицу.

Постройте на одной диаграмме полученные распределения вероятности. Для этого выделите значения A2:F22 и выберите диаграмму: «График» (в LibreOffice Calc – «Линейная диаграмма»). На одной диаграмме должно располагаться 5 графиков при различных значениях p . Поместите диаграмму в выделенную область.

Задание 2. Геометрическое распределение.

Постройте с помощью электронной таблицы геометрическое распределение вероятностей с разными вероятностями успеха $p = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5$.

Для этого вспомним формулу для вероятности получения первого успеха на k -м шаге:

$$P(k) = p \cdot q^{k-1},$$

где p – вероятность успеха, q – вероятность неудачи, k – шаг.

Воспользуемся этой формулой для заполнения таблицы.

Пример: для ячейки B2 формула будет выглядеть так:

$$=0,1*0,9^0$$

Для ячейки D17 формула будет выглядеть так:

$$=0,3*0,7^{15}$$

Для упрощения заполнения таблицы можно использовать возможности табличного редактора (относительные и абсолютные ссылки). Если пользуетесь этим, достаточно один раз ввести *правильную* формулу и скопировать ее во всю таблицу.

Постройте на одной диаграмме полученные распределения вероятности. Для этого выделите значения A2:F21 и выберите диаграмму: «График» (в *LibreOffice Calc* – «*Линейная диаграмма*»). На одной диаграмме должно располагаться 5 графиков при различных значениях p .

Поместите диаграмму в выделенную область.

10 класс. Урок 30-31. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц. Электронный ресурс

Ссылка для скачивания практической работы в формате Microsoft Word и шаблона электронной таблицы в форматах Excel (.xlsx) и LibreOffice Calc (.ods):

<https://disk.yandex.ru/d/LjLHwALoauGoj>



10 класс. Урок 30-31. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц

Урок 32. Обобщение и систематизация знаний



В игре «Орёл или решка» игрок выбирает одну из двух стратегий:

Стратегия «А»: подбрасывают 3 монеты. Выигрыш = $100 \cdot (\text{число орлов})^2$

Стратегия «Б»: подбрасывают 5 монет. Выигрыш = $40 \cdot (\text{число орлов})^2$

1. Сколько всего исходов в стратегии «А»?
2. Сколько всего исходов в стратегии «Б»?
3. Сколько вы заработаете в стратегии «А», если выпадет ровно 2 орла?
4. Сколько вы заработаете в стратегии «Б», если выпадет ровно 4 орла?
5. Каков размах выигрышей в стратегии «А»?
6. Каков размах выигрышей в стратегии «Б»?
7. Какова вероятность не выиграть вообще в стратегии «А»?
8. Какова вероятность не выиграть вообще в стратегии «Б»?
9. Какова вероятность выиграть больше 600 рублей в стратегии «Б»?
10. Найдите математическое ожидание выигрыша для стратегии «А».
11. Найдите математическое ожидание выигрыша для стратегии «Б».
12. Какая из стратегий дает больший средний выигрыш?
 - Стратегия «А».
 - Стратегия «Б».
 - Обе стратегии дают одинаковый средний выигрыш.
13. Найдите дисперсию выигрыша для стратегии «А».
14. Найдите дисперсию выигрыша для стратегии «Б».
15. Какая стратегия имеет больший риск?
 - Стратегия «А».
 - Стратегия «Б».
 - Обе стратегии имеют одинаковый риск.

10 класс. Урок 32. Обобщение и систематизация знаний.
Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=4rhb2uw5uymj4>



10 класс. Урок 32. Обобщение и систематизация знаний

Подготовка к контрольной работе №2: «Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения»



1. Случайная величина X распределена по закону $\text{Bin}(15; 0,2)$. Найдите $E(X)$.
2. Случайная величина X распределена по закону $\text{Bin}(12; 0,3)$. Найдите $D(X)$.
3. Случайная величина X распределена по закону $\text{Geom}(0,4)$. Найдите $E(X)$.
4. Случайная величина X распределена по закону $\text{Geom}(p)$, и $E(X) = 6$. Найдите p . *Ответ округлите до сотых.*
5. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,1	0,2	0,1
2	0,2	0,3	0,1

Являются ли X и Y независимыми?

- ☐ Да
- ☐ Нет

6. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,1	0,2	0,1
2	0,2	0,3	0,1

Найдите $P(X=1)$.

7. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,1	0,2	0,1
2	0,2	0,3	0,1

Найдите $E(Y)$.

8. Случайная величина X задана распределением:

X	2	4	6	8	10
P	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Найдите $\sigma(X)$. *Ответ округлите до сотых.*

9. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 7$, $E(Y) = 4$. Найдите $E(2X \cdot Y)$.

10. Даны независимые случайные величины X и Y . $D(X) = 2$, $D(Y) = 5$. Найдите $D(3X + 2Y)$.

11. В коробке 10 шаров: 4 белых и 6 чёрных. Из коробки наугад вынимают один шар. Пусть X – индикатор события «шар белый». Найдите $E(3X + 2)$.

12. В урне 8 шаров: 5 красных и 3 синих. Из урны наугад вынимают один шар. Пусть X – индикатор события «шар красный». Найдите $D(2X - 1)$.

13. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 3$, $E(Y) = 7$, $D(X) = 2$, $D(Y) = 4$. Найдите $D(X - Y)$.

**10 класс. Подготовка к контрольной работе №2: «Испытания
Бернулли. Случайные величины и распределения».
Электронный ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=3q3we7fbswhni>



**10 класс. Подготовка к контрольной работе №2: «Испытания Бернулли.
Случайные величины и распределения»**

Урок 33. Контрольная работа №2: «Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения»



Контрольная работа №2 по теме
«Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения»

10 класс

Вариант 1

1. Случайная величина X – бинарная, $P(X=1) = 0,4$. Найдите:

- 1) $E(X)$;
- 2) $D(X)$.

2. Случайная величина X распределена по закону $\text{Bin}(8; 0,25)$. Найдите:

- 1) $E(X)$;
- 2) $D(X)$.

3. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,1	0,1	0,2
2	0,2	0,3	0,1

Найдите:

- 1) $P(X=1)$;
- 2) $P(Y=2)$;
- 3) $E(X)$;
- 4) $E(Y)$.

4. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 4$, $E(Y) = 6$, $D(X) = 2$, $D(Y) = 3$. Найдите:

- 1) $E(3X + 2Y - 4)$;
- 2) $D(3X + 2Y - 4)$.

5. Случайная величина X задана распределением:

X	-3	-2	-1	0
P	0,1	0,3	0,4	0,2

Найдите:

- 1) $E(X)$;
- 2) $D(X)$;
- 3) $\sigma(X)$.

6. Вероятность успеха в некотором эксперименте равна p . Известно, что для $\text{Bin}(8; p)$ $E(X) = 2,4$. Найдите $E(Y)$ для $\text{Geom}(p)$. Ответ округлите до сотых.

7. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 5$, $E(Y) = 3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 2$. Найдите:

1) $E((X+Y)^2)$;

2) $D(X+Y)$.

Контрольная работа №2 по теме
«Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения»

10 класс

Вариант 2

1. Случайная величина X – бинарная, $P(X=1) = 0,7$. Найдите:

- 1) $E(X)$;
- 2) $D(X)$.

2. Случайная величина X распределена по закону $\text{Bin}(10; 0,3)$. Найдите:

- 1) $E(X)$;
- 2) $D(X)$.

3. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,2	0,1	0,1
2	0,3	0,2	0,1

Найдите:

- 1) $P(X=1)$;
- 2) $P(Y=2)$;
- 3) $E(X)$;
- 4) $E(Y)$.

4. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 5$, $E(Y) = 3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 2$. Найдите:

- 1) $E(2X + 3Y + 1)$;
- 2) $D(2X + 3Y + 1)$.

5. Случайная величина X задана распределением:

X	1	3	5	7
P	0,1	0,3	0,4	0,2

Найдите:

- 1) $E(X)$;
- 2) $D(X)$;
- 3) $\sigma(X)$.

6. Вероятность успеха в некотором эксперименте равна p . Известно, что для $\text{Bin}(5; p)$ $E(X) = 1,5$. Найдите $E(Y)$ для $\text{Geom}(p)$. Ответ округлите до сотых.

7. Даны независимые случайные величины X и Y . $E(X) = 4$, $E(Y) = 6$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 5$. Найдите:

1) $E((X-Y)^2)$;

2) $D(X-Y)$.

10 класс. Урок 33. Контрольная работа №2: «Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения».
Электронный ресурс

Ссылка для скачивания контрольной работы в формате Microsoft Word:

<https://disk.yandex.ru/d/8Anib134wAVR4g>



10 класс. Урок 33. Контрольная работа №2: «Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения»

Урок 34. Обобщение и систематизация знаний



1. Можно ли по математическому ожиданию и дисперсии однозначно восстановить распределение случайной величины?

- Да
- Нет, разные распределения могут иметь одинаковые $E(X)$ и $D(X)$
- Да, но только для бинарных величин
- Нет, но только для непрерывных величин

2. В чём разница между понятиями «математическое ожидание» и «наиболее вероятное значение»?

- Математическое ожидание – это среднее, а наиболее вероятное значение – то, которое встречается чаще всего
- Это одно и то же
- Математическое ожидание всегда больше наиболее вероятного значения
- Математическое ожидание всегда меньше наиболее вероятного значения

3. Что означает стандартное отклонение случайной величины?

- Мету разброса значений вокруг математического ожидания в тех же единицах, что и сама величина
- Среднее значение случайной величины
- Наиболее вероятное значение случайной величины
- Разность между наибольшим и наименьшим значением

4. Почему при $p = 0,5$ биномиальное распределение $\text{Bin}(n, p)$ является симметричным?

- Потому что вероятность успеха равна вероятности неудачи
- Потому что математическое ожидание равно $n/2$
- Потому что дисперсия максимальна
- Потому что количество испытаний чётное

5. В чём принципиальное различие между биномиальным и геометрическим распределениями?

- В биномиальном распределении число испытаний фиксировано, а в геометрическом – случайно
- В биномиальном распределении вероятность успеха постоянна, а в геометрическом – меняется
- В биномиальном распределении испытания независимы, а в геометрическом – зависимы
- В биномиальном распределении случайная величина – число неудач, а в геометрическом – число успехов

6. В чём разница между выбором с возвращением и выбором без возвращения с точки зрения вероятностей?

- При выборе с возвращением вероятности не меняются, а при выборе без возвращения – меняются
- При выборе с возвращением вероятности меняются, а при выборе без возвращения – не меняются
- Вероятности одинаковы в обоих случаях
- Разница только в количестве объектов

7. Почему в геометрическом распределении при уменьшении вероятности успеха математическое ожидание увеличивается?

- Потому что чем реже случается успех, тем дольше его нужно ждать в среднем
- Потому что дисперсия уменьшается
- Потому что количество испытаний фиксировано
- Потому что вероятность неудачи уменьшается

8. Можно ли утверждать, что дерево всегда является планарным графом? Почему?

- Да, потому что у дерева нет циклов
- Да, потому что у дерева мало рёбер
- Нет, потому что дерево может быть ориентированным
- Нет, потому что дерево всегда имеет листья

10 класс. Урок 34. Обобщение и систематизация знаний.
Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=5jrb4qomf477u>



10 класс. Урок 34. Обобщение и систематизация знаний

10 КЛАСС. ОТВЕТЫ

Урок 1. Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа

1. $1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 5, 3 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 4, 5 \rightarrow 2$
2. неориентированный, невзвешенный, связный, не является полным, простой
3. ориентированный, невзвешенный, несвязный, не является полным, не является простым
4. неориентированный, взвешенный, связный, не является полным, не является простым
5. неориентированный, взвешенный, несвязный, не является полным, простой
6. неориентированный, невзвешенный, связный, полный, простой
7. 7
8. 45
9. 0; 2; 0; 2; 3; 1; 2; 3; 0; 1; 0; 1; 1; 0
10. Схема метро, Генеалогическое дерево, Социальная сеть, Дорожная карта города, Компьютерная сеть, Схема связей между веб-страницами

Урок 2. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы

1. 3; 3; 6; 4; 3; 0; 1
2. ACDIO, ADJINKNO
3. DD, ABEHNOIDA, ACDA, HEBADJIN, NOIN
4. 1; 5; 8
5. 2; 4
6. нет; 4
7. да
8. да
9. да
10. нет
11. да
12. нет
13. нет

Урок 3. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента

1. Дерево, в котором выделена одна вершина-корень
2. Листья
3. 8
4. У каждой вершины два потомка
5. Граф, который можно нарисовать без пересечения рёбер
6. Все деревья являются планарными графами
7. $V - P + \Gamma = 2$
8. Область, ограниченная рёбрами
9. 4
10. 5
11. 9

12. 6

13. 2; 49

14. 9

Урок 4. Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы)

1. 0,25

2. 0,1

3. выпадет 1; выпадет 2; выпадет 3; выпадет 4; выпадет 5

4. выпадет 1; выпадет 3; выпадет 5

5. 0,136; 0,288; 0,206; 0,166; 0,204

6. 0,013; 0,763; 0,249

7. наугад названное натуральное число оказалось больше нуля, при подбрасывании трех монет число орлов окажется не равно числу решек

8. из корзины с пирожками с мясом и капустой вытащили булочку с джемом, при подбрасывании игрального кубика выпадет 8 очков

9. изъятая из колоды одна карта оказалась семёркой пики, в результате броска игрального кубика появилось число 5

10. 3; 1; 2

11. 3

12. 6; 9

13. выпадет 1, выпадет 4

14. «ОО», «ОР», «РО»

15. да

Урок 5. Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями

1. 1/18

2. 5/32

3. 7/36

4. 5/36

5. 0,5; 1/6; 1/3

6. равновозможными

7. 0,375

8. 0,14

9. 4

Урок 6. Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями

1. 0,33

2. 0,1

3. 0,72

4. 0,1

5. 0,006

6. 0,08

- 7. 0,25
- 8. 0,25
- 9. 0,3
- 10. 0,36
- 11. 0,25
- 12. 0,5
- 13. 0,5
- 14. 0,75
- 15. 0,5
- 16. 0,5
- 17. 0,35

Урок 7. Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей

- 1.1. являются
- 1.2. являются
- 1.3. не являются
- 1.4. не являются
- 2. $1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2$
- 3. $1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 2$
- 4.1. 18
- 4.2. 22
- 4.3. 25
- 5.1. 5
- 5.2. 3
- 5.3. 10
- 6.1. 0,6
- 6.2. 0,55
- 6.3. 0,72
- 7.1. 0,58
- 7.2. 0,42
- 7.3. 0,57
- 7.4. 0,43
- 8.1. 0,7
- 8.2. 0,74
- 8.3. 0,69
- 9.1. 0,66
- 9.2. 0,34
- 9.3. 0,94
- 9.4. 0,04
- 9.5. 0,24
- 10.1. 0,6
- 10.2. 0,6
- 10.3. 0,45
- 11.1. 0,1

11.2. 0,15
11.3. 0,05
12.1. 0,28
12.2. 0,28
13.1. 0,58
13.2. 0,58

Урок 8-9. Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности

1. условной; произошло
2. 0,6
3.1. 0,06
3.2. 0,01
4. 0,5
5. 0,08
6. 0,1
7. 0,25
8. 0,23
9.1. 0,0004
9.2. 0,00003
10. 0,017
11.1. 0,03
11.2. 0,05

Урок 10. Формула полной вероятности

1.1. 0,029
1.2. 0,039
1.3. 0,035
1.4. 0,034
2.1. 0,955
2.2. 0,9835
2.3. 0,9685
2.4. 0,977
3.1. 0,0395
3.2. 0,0484
3.3. 0,0293
4.1. 0,7902
4.2. 0,903
4.3. 0,704
4.4. 0,7628
5.1. 0,51
5.2. 0,73
5.3. 0,56

Урок 11. Формула Байеса. Независимые события

1.1. 0,581; 0,226; 0,194

1.2. 0,053; 0,246; 0,702

1.3. 0,857; 0,099; 0,044

2.1. 0,028

2.2. 0,014

2.3. 0,006

2.4. 0,017

3. 1, 2, 3

4. $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$

5. 0,25

6.1. 0,15

6.2. 0,168

6.3. 0,16

7.1. 0,25

7.2. 0,5

7.3. 0,0625

7.4. 0,125

8.1. 0,9604

8.2. 0,9409

9.1. 0,343

9.2. 0,008

9.3. 0,216

10.1. 0,014

10.2. 0,07

10.3. 0,03

11.1. 0,0009

11.2. 0,103

12.1. 0,4375

12.2. 0,3285

12.3. 0,4865

13.1. 0,33

13.2. 0,28

14.1. 0,02

14.2. 0,05

Урок 12. Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал

1. 870

2. 48

3. 32

4. 24

5. 12

6. 240

7. 648000

8. АВААА

- 9. 5040
- 10. 40320
- 11. 2
- 12. 105
- 13. 13
- 14. 720
- 15. 720
- 16. 12
- 17. 380; 6840
- 18. 1413720
- 19. 12
- 20. 60
- 21. 1860480
- 22. 120
- 23. 336
- 24. 81
- 25. 3,6
- 26. 0,48

Урок 13. Число сочетаний. Треугольник Паскаля

- 1. $1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 1$
- 2. Размещением; Сочетанием; Перестановкой
- 3. 4060
- 4. 66
- 5. 220
- 6. 203840
- 7. 210
- 8. 8008
- 9. 1140
- 10. 150
- 11. 105
- 12. 190
- 13. 54740
- 14. 8,5
- 15. 20160
- 16. 24360
- 17. 1
- 18. 1
- 19. 256
- 20. 56; 70; 56; 28; 8

Урок 14. Формула бинома Ньютона

- 1. да
- 2. нет
- 3. да

4. $160x^3$
5. 1344
6. 1080
7. 1024

Подготовка к контрольной работе №1: «Графы, вероятности, множества, комбинаторика»

1. 8
2. 8
3. 0,15
4. 0,125
5. $\frac{2}{9}$
6. 0,8
7. 0,4
8. 0,375
9. 0,38
10. 35
11. $\frac{1}{105}$
12. $\frac{46}{455}$
13. 6
14. 20
15. 1, 2, 3, 4
16. 7
17. 8



Урок 15. Контрольная работа №1: «Графы, вероятности, множества, комбинаторика»

Вариант 1.

1. 3640
2. 16
3. 5
4. 0,48
5. 0,1029
6. 0,4
7. 0,0491
8. 0,76
9. 0,2
10. $\frac{15}{28}$
11. 20475
12. 80

Вариант 2.

1. 3650
2. 17
3. 8
4. 0,53
5. 0,096
6. 0,2
7. 0,0292
8. 0,66
9. 0,2
10. 15/28
11. 27720
12. 216

Урок 16. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха

- 1.1. 0,52
- 1.2. 0,34
- 1.3. 0,85
- 1.4. 0,7
- 2.1. нет
- 2.2. нет
- 2.3. нет
3. 1, 2, 5
- 4.1. 0,31
- 4.2. 0,31
- 4.3. 0,16
- 4.4. 0,23

Урок 17. Серия независимых испытаний до первого успеха

- 1.1. 0,12
- 1.2. 0,13
- 1.3. 0,01
2. 0,33
- 3.1. 0,02
- 3.2. 0,29
- 3.3. 0,28
4. независимых, двух, успехом

Урок 18. Серия независимых испытаний Бернулли

1. 0,125
2. 0,579
3. 0,04
4. 0,343
5. 0,000001

6. 0,0625

7. 0,116

Урок 19. Случайный выбор из конечной совокупности

1. формулы сочетаний

2. При выборе с возвращением вероятности не меняются, а при выборе без возвращения – меняются.

3. 1, 3

4. Ровно одна деталь бракованная

5. При выборе с возвращением

6. 120

7. 1000

8. 1, 2, 4

9. 1, 3, 4



Урок 20. Практическая работа с использованием электронных таблиц

1. 3

2. 5

Урок 21. Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения

1. Номер маршрута автобуса, который подойдет к остановке первым; Количество свободных мест в салоне автобуса № 42 в момент, когда он откроет двери; Количество пассажиров, вышедших из автобуса № 42 на вашей остановке.

2.1. 14; 4; 5; 1; 2,8; 3; 4; 60

2.2. 17; 4; 6; 1; 3,4; 4; 5; 192

2.3. 19; 3; 6; 3; 3,8; 3; 3; 648

3. 7; 5; 4; 2; 6; 1; 12

4. непрерывной; дискретной

5. 1 и 6; 1 и 6; 1 и 6; 3 и 18; 1 и 216; 1 и 6; 1 и 6

6. 0

7. числовая

8. дискретная; непрерывная; непрерывная; дискретная; непрерывная; дискретная; непрерывная; непрерывная

Урок 22. Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина

1. бинарной

2. $1 - p$

3. $Y = 2X + 3$

4. Результат подбрасывания монеты; Исход теста на некую болезнь; Ответ на вопрос «да/нет».

5. равномерным

6. 6,3

- 7. 5,1
- 8. Все значения X умножаются на c .
- 9. 0,65

Урок 23. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение

- 1. 1, 3, 5
- 2. 2, 4, 5
- 3. и биномиальное, и геометрическое
- 4. симметрично
- 5. биномиальное; геометрическое; биномиальное; геометрическое; биномиальное; геометрическое
- 6. 0,1536
- 7. 0,23
- 8. 0,096
- 9. 0,0864

Урок 24. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин

- 1. среднее арифметическое всех её возможных значений, взвешенное с их вероятностями
- 2. 1, 2, 4
- 3. 3
- 4. 1
- 5. 0,3
- 6. 3,3
- 7. $E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$
- 8. 1,5

Урок 25. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины

- 1. $P(X=x, Y=y) = P(X=x) \cdot P(Y=y)$
- 2. Да
- 3. 0,12
- 4. Нет
- 5. 0,12
- 6. 1, 2, 4
- 7. 19
- 8. 18
- 9. 1,7
- 10. 0,5

Урок 26. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений

1. 4
2. 5
3. 20
4. 0,25
5. 50
6. 4,17
7. 0,26

Урок 27. Дисперсия и стандартное отклонение

1. 1,84
2. 11,55
3. 0,81
4. 1,49
5. 2,375
6. 2,51
7. 2,795
8. 2,52
9. 2,72
10. 2,65

Урок 28. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии

1. 0,21
2. 35
3. 53
4. 10
5. 1,44
6. $D(X + c) = D(X)$
7. 1, 3
8. 0,64
9. 0,5

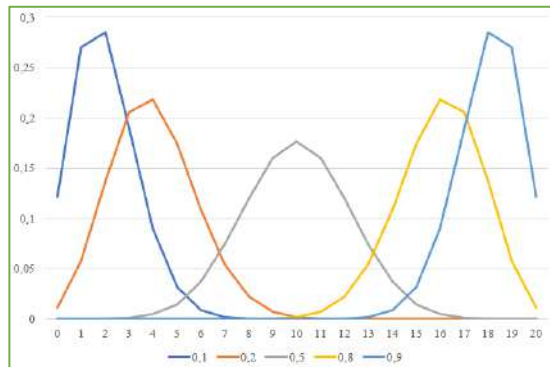
Урок 29. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин

1. 24
2. 45
3. 124
4. 23
5. 46
6. $E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$
7. 128
8. 54
9. 108

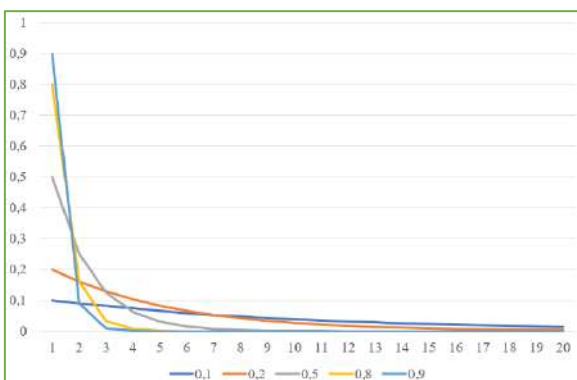


Урок 30-31. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц

1.



2.



Урок 32. Обобщение и систематизация знаний

1. 8

2. 32

3. 400

4. 640

5. 900

6. 1000

7. 0,125

8. 0,03125

9. 0,1875

10. 300

11. 300

12. Обе стратегии дают одинаковый средний выигрыш

13. 75000

14. 54000

15. Стратегия «А»

Подготовка к контрольной работе №2: «Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения»

1. 3

2. 2,52

3. 2,5

4. 0,17
5. Нет
6. 0,4
7. 1,9
8. 2,19
9. 56
10. 38
11. 3,2
12. 0,9375
13. 6



Урок 33. Контрольная работа №2: «Испытания Бернулли.

Случайные величины и распределения»

Вариант 1

1. 1) 0,4; 2) 0,24
2. 1) 2; 2) 1,5
3. 1) 0,4; 2) 0,4; 3) 1,6; 4) 2
4. 1) 20; 2) 30
5. 1) –1,3; 2) 0,81; 3) 0,9
6. 3,33
7. 1) 70; 2) 6

Вариант 2

1. 1) 0,7; 2) 0,21
2. 1) 3; 2) 2,1
3. 1) 0,4; 2) 0,3; 3) 1,6; 4) 1,7
4. 1) 20; 2) 34
5. 1) 4,4; 2) 3,24; 3) 1,8
6. 3,33
7. 1) 12; 2) 8

Урок 34. Обобщение и систематизация знаний

1. Нет, разные распределения могут иметь одинаковые $E(X)$ и $D(X)$
2. Математическое ожидание – это среднее, а наиболее вероятное значение – то, которое встречается чаще всего
3. Мера разброса значений вокруг математического ожидания в тех же единицах, что и сама величина
4. Потому что вероятность успеха равна вероятности неудачи
5. В биномиальном распределении число испытаний фиксировано, а в геометрическом – случайно
6. При выборе с возвращением вероятности не меняются, а при выборе без возвращения – меняются
7. Потому что чем реже случается успех, тем дольше его нужно ждать в среднем
8. Да, потому что у дерева нет циклов

Поурочное планирование

№ п/п	Тема урока
1	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел
2	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел
3	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел
4	Выборочный метод исследований
5	Практическая работа с использованием электронных таблиц
6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик
7	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик
8	Оценивание вероятностей событий по выборке
9	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений
10	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений
11	Практическая работа с использованием электронных таблиц
12	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности
13	Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям
14	Функция плотности вероятности показательного распределения
15	Функция плотности вероятности нормального распределения
16	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона
17	Практическая работа с использованием электронных таблиц
18	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции
19	Совместные наблюдения двух величин
20	Выборочный коэффициент корреляции
21	Различие между линейной связью и причинно-следственной связью
22	Линейная регрессия
23	Практическая работа с использованием электронных таблиц
24	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика
25	Опыты с равновероятными элементарными событиями
26	Вычисление вероятностей событий с применением формул
27	Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера
28	Случайные величины и распределения
29	Математическое ожидание случайной величины
30	Математическое ожидание случайной величины
31	Контрольная работа: "Вероятность и статистика"
32	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов
33	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов
34	Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины

Урок 1. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел

1. Неравенство Чебышёва оценивает вероятность того, что случайная величина отклонится от своего ... больше чем на заданное число.

- математического ожидания;
- наиболее вероятного значения;
- минимального значения;
- максимального значения.

2. Случайная величина X имеет $E(X) = 5, D(X) = 1$. Найдите оценку сверху для $P(|X - 5| \geq 2)$.

3. Случайная величина X имеет $E(X) = 10, D(X) = 4$. Найдите оценку сверху для $P(|X - 10| \geq 3)$. *Ответ округлите до сотых.*

4. Средняя температура в квартире равна 20°C со стандартным отклонением 2°C . Оцените вероятность того, что температура отклонится от 20°C более чем на 4°C . *Ответ округлите до сотых.*

5. Случайная величина X имеет $E(X) = a, \sigma = \sqrt{D(X)}$. Согласно следствию из неравенства Чебышёва величина $P(|X - a| \geq 2\sigma)$ не превосходит ...

6. Если дисперсия случайной величины X равна 0, то неравенство Чебышёва гарантирует, что $P(|X - E(X)| \geq \delta)$ равна ...

7. Случайная величина X имеет $E(X) = 50, D(X) = 9$. Неравенство Чебышёва даёт оценку:

$$P(|X - 50| \geq 6) \leq 0,25.$$

Что означает эта оценка?

- Вероятность того, что X отклонится от 50 не менее чем на 6 в обе стороны, не превосходит 0,25.
- Вероятность того, что X отклонится от 50 не менее чем на 6 в обе стороны, равна 0,25.
- Вероятность того, что X отклонится от 50 не менее чем на 6 в обе стороны, не меньше 0,25.
- Вероятность того, что X отклонится от 50 не менее чем на 6 в обе стороны, равна 0.

8. Случайная величина X имеет $E(X) = 4, D(X) = 1$. При каком минимальном δ вероятность отклонения от среднего не превосходит 0,25?

11 класс. Урок 1. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=4umwd6ohqwba0>



11 класс. Урок 1. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел

Урок 2. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел

1. Монету бросают 1000 раз. Оцените вероятность того, что частота выпадения орла будет лежать в промежутке (0,45; 0,55).
2. Вероятность рождения девочки равна 0,489. Оцените вероятность того, что доля девочек среди 4000 новорожденных будет отличаться от 0,489 меньше чем на 0,02. *Ответ округлите до сотых.*
3. В некотором городе вероятность того, что случайный прохожий окажется левшой, равна 0,12. Социологи опросили 500 случайных прохожих. Оцените вероятность того, что доля левшей в выборке отклонится от 0,12 меньше чем на 0,04. *Ответ округлите до сотых.*
4. Вероятность того, что случайно выбранный билет в лотерее окажется выигрышным, равна 0,05. Сколько билетов нужно купить, чтобы с вероятностью не менее 0,95 можно было утверждать, что доля выигрышных билетов отклонится от 0,05 не более чем на 0,02?
5. Вероятность того, что студент сдаст экзамен с первой попытки, равна 0,7. В группе из 200 студентов оцените вероятность того, что доля сдавших экзамен с первой попытки отклонится от 0,7 меньше чем на 0,06. *Ответ округлите до сотых.*

6. В ходе эксперимента получена оценка:

$$P\left(\frac{m}{N} - 0,35 < 0,05\right) \geq 0,88.$$

Что означает эта оценка?

- С вероятностью 0,88 частота события отклонится в обе стороны от 0,35 меньше чем на 0,05.
- С вероятностью не более 0,88 частота события отклонится в обе стороны от 0,35 меньше чем на 0,05.
- С вероятностью не менее 0,88 частота события отклонится в обе стороны от 0,35 больше чем на 0,05.
- С вероятностью не менее 0,88 частота события отклонится в обе стороны от 0,35 меньше чем на 0,05.

11 класс. Урок 2. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=pxd26bqj253c4>



11 класс. Урок 2. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел

Урок 3. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел

1. Теорема Чебышёва утверждает, что при увеличении числа опытов среднее арифметическое значений случайной величины приближается к её ...

- наиболее вероятному значению;
- стандартному отклонению;
- математическому ожиданию;
- дисперсии.

2. Проводится 400 независимых опытов. Дисперсия случайной величины равна 1. Оцените вероятность того, что среднее арифметическое отклонится от математического ожидания меньше чем на 0,1.

3. Проводится 100 независимых опытов. Дисперсия случайной величины равна 0,25. При каком δ вероятность отклонения среднего арифметического от математического ожидания будет не меньше 0,9? *Ответ округлите до десятых.*

4. Установите соответствие между теоремой и тем, к чему приближается случайная величина при увеличении числа опытов.

<i>Теорема</i>	<i>Что приближается</i>	
1. Теорема Бернулли	1. среднее арифметическое математическое ожидание	→
2. Теорема Чебышёва	2. частота события → вероятность события	

5. В ходе эксперимента получена оценка:

$$P(|\bar{X} - 12| < 0,5) \geq 0,92.$$

Что означает эта оценка?

- С вероятностью 0,92 среднее арифметическое отклонится от 12 в обе стороны меньше чем на 0,5.
- С вероятностью не менее 0,92 среднее арифметическое отклонится от 12 в обе стороны меньше чем на 0,5.
- С вероятностью не более 0,92 среднее арифметическое отклонится от 12 в обе стороны меньше чем на 0,5.
- С вероятностью не менее 0,92 среднее арифметическое отклонится от 12 в обе стороны больше чем на 0,5.

6. Две случайные величины имеют одинаковое математическое ожидание $a = 10$, но разные дисперсии: $D(X) = 1, D(Y) = 4$. Для какой из них неравенство Чебышёва даст более точную оценку вероятности отклонения от среднего?

- Для X , так как дисперсия меньше.
- Для Y , так как дисперсия больше.
- Для обеих одинаково.

7. Какие из перечисленных ситуаций объясняются действием закона больших чисел?

- При многократном взвешивании одного и того же яблока среднее значение массы становится всё ближе к его истинной массе.
- Если подбросить монету 10 раз, орёл выпадет ровно 5 раз.
- Страховая компания может достаточно точно предсказать долю страховых случаев среди большого числа клиентов.
- По результатам опроса 50 человек можно точно определить предпочтения всех жителей города.
- При большом количестве измерений роста школьников среднее значение приближается к среднему росту всех школьников.

11 класс. Урок 3. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=safhupcum5xfg>



11 класс. Урок 3. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел

Урок 4. Выборочный метод исследований

1. Вставьте пропущенные слова:

Все объекты, которые нас интересуют в статистическом исследовании, называются _____ совокупностью. Часть объектов генеральной совокупности, отобранная для исследования, называется _____ совокупностью. Свойство выборки правильно отражать свойства генеральной совокупности называется _____.

2. Какая выборка считается репрезентативной?

- Выборка, в которой каждый элемент генеральной совокупности имеет равные шансы попасть.
- Выборка, в которой опрошены только друзья исследователя.
- Выборка, состоящая из 10 человек.
- Выборка, в которую попали только пенсионеры.

3. На каком математическом законе основан выборочный метод?

- Неравенство Чебышёва.
- Закон больших чисел.

4. Какие из перечисленных ситуаций требуют использования выборочного метода?

- ☐ Определение средней зарплаты всех жителей страны.
- ☐ Проверка качества лампочек на прочность на заводе.
- ☐ Определение роста всех учеников в классе.
- ☐ Проверка всхожести всех семян в партии.
- ☐ Определение предпочтений всех избирателей перед выборами.

5. В некотором городе проводится опрос жителей о качестве работы транспорта. Генеральной совокупностью в этом исследовании являются:

- все жители города;
- опрошенные жители;
- только те, кто пользуется транспортом;
- только те, кто не пользуется транспортом.

6. Выборочной совокупностью в исследовании продолжительности телефонных разговоров является:

- все телефонные разговоры за определённый период;
- 500 случайно выбранных разговоров;
- только разговоры продолжительностью более 5 минут;
- только разговоры, записанные в компании.

7. Какие из перечисленных выборок НЕ являются репрезентативными?

- ☐ Опрос прохожих на одной улице для определения мнения всех жителей города.
- ☐ Проверка качества продукции на заводе путём случайного отбора 100 деталей из партии.
- ☐ Опрос только пользователей интернета для определения мнения всех жителей страны.
- ☐ Случайный отбор 1000 избирателей для предвыборного опроса.
- ☐ Опрос только подростков для определения мнения всех жителей.

11 класс. Урок 4. Выборочный метод исследований. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=csbypz4sdculy>



11 класс. Урок 4. Выборочный метод исследований

Урок 5. Практическая работа с использованием электронных таблиц



Задание 1.

Смоделируйте в электронной таблице серию из 500 случайных испытаний Бернулли с заданной вероятностью успеха p . После каждого испытания найдите полученную к этому моменту частоту успехов. Постройте график её изменения в зависимости от числа проведенных опытов.

Ход работы:

1. Введите в ячейку G1 значение $p = 0,5$.
2. Заполните ячейки A1:A500 возрастающими значениями от 1 до 500, обозначающими номер опыта.
3. В ячейки B1:B500 введите формулу

$=\text{СЛЧИС}()$ (в *LibreOffice Calc* $=\text{RAND}()$)

Важно для LibreOffice Calc: функция $=\text{RAND}()$ не обновляется автоматически при каждом изменении листа. Для обновления случайных чисел нажмите клавишу **F9** или включите автоматический пересчет в настройках (Сервис → Параметры → LibreOffice Calc → Вычисления → Пересчитывать при каждом изменении).

В ячейках появятся случайные числа из промежутка (0;1).

4. Разыграйте в столбце C результаты испытаний Бернулли: 1 – успех, 0 – неудача. Для этого в ячейку C1 введите формулу

$=\text{ЕСЛИ}(B1<\$G\$1;1;0)$ (в *LibreOffice Calc* $=\text{IF}(B1<\$G\$1;1;0)$)

и скопируйте эту формулу вниз.

В чем смысл данной формулы: если значение из столбца B меньше значения в ячейке G1 (а вы туда вводили 0,5), то тогда выдаст 1. Если больше или равно 0,5, то выдаст 0. Проверьте это, посмотрев на ячейки.

5. Посчитайте в столбце D количество успехов после каждого испытания. Для этого введите в ячейку D1 и скопируйте вниз формулу

$=\text{СЧЁТЕСЛИ}(\$C\$1:C1;1)$ (в *LibreOffice Calc* $=\text{COUNTIF}(\$C\$1:C1;1)$)

Что означает эта формула? Она подсчитывает число успехов после n -ого испытания. То есть в ячейке D10 будет отображено число успешных исходов после 10 испытаний. Проверьте это, посмотрев на ячейки.

6. Найдите в столбце E частоту успехов после каждого испытания:

$=D1/A1$

Это формула для ячейки E1. Для ячеек E1:E500 скопируйте эту формулу и вставьте в остальные ячейки или просто протяните формулу вниз.

7. Постройте по столбцу E график изменения частоты с ростом числа опытов. Для этого выделите столбец A и столбец E и построьте график (Вставка – Рекомендуемые диаграммы – Линия (в *LibreOffice Calc* Вставка → Диаграмма → Тип: Линия)).

8. Поместите полученный график в выделенную область.

- 9.** Сделайте скриншот получившегося графика (лучше с помощью ножниц) и поместите его в Лист с названием «Лист для графиков».
- 10.** Вернитесь на лист с заданием 1 и нажмите клавишу F9 (у вас автоматически данные обновятся, и соответственно изменится график). Сделайте новый скриншот и снова поместите его на лист со скриншотами. Повторите данную операцию 3 раза (то есть по итогу должно быть пять скриншотов).
- 11.** Что можно сказать о поведении частоты с ростом числа опытов? Проанализируйте, к чему стремится значение частоты при увеличении количества испытаний. Проверьте свое предположение для других значений вероятности p (для этого измените значение в ячейке G1 (но только помните, что вероятность принимает значение от 0 до 1)).
- 12.** Свои рассуждения из п.11 запишите в лист с названием «Тестовый ответ». Ответ должен быть развернутым. При объяснении желательно ссылаться на то, что вы уже изучали на уроках «Вероятности и Статистике».

Дополнительное задание

Задание 2.

Смоделируйте серию из 500 испытаний с двумя кубиками. Найдите для каждого испытания сумму чисел S . После каждого испытания вычислите полученное к этому моменту среднее арифметическое значений S . Постройте график его изменения в зависимости от числа проведенных опытов.

Задание выполнить на листе «Задание 2 (доп)». Самостоятельно вписать необходимые формулы.

11 класс. Урок 5. Практическая работа с использованием электронных таблиц. Электронный ресурс

Ссылка для скачивания практической работы в формате Microsoft Word и шаблона электронной таблицы в форматах Excel (.xlsx) и LibreOffice Calc (.ods):

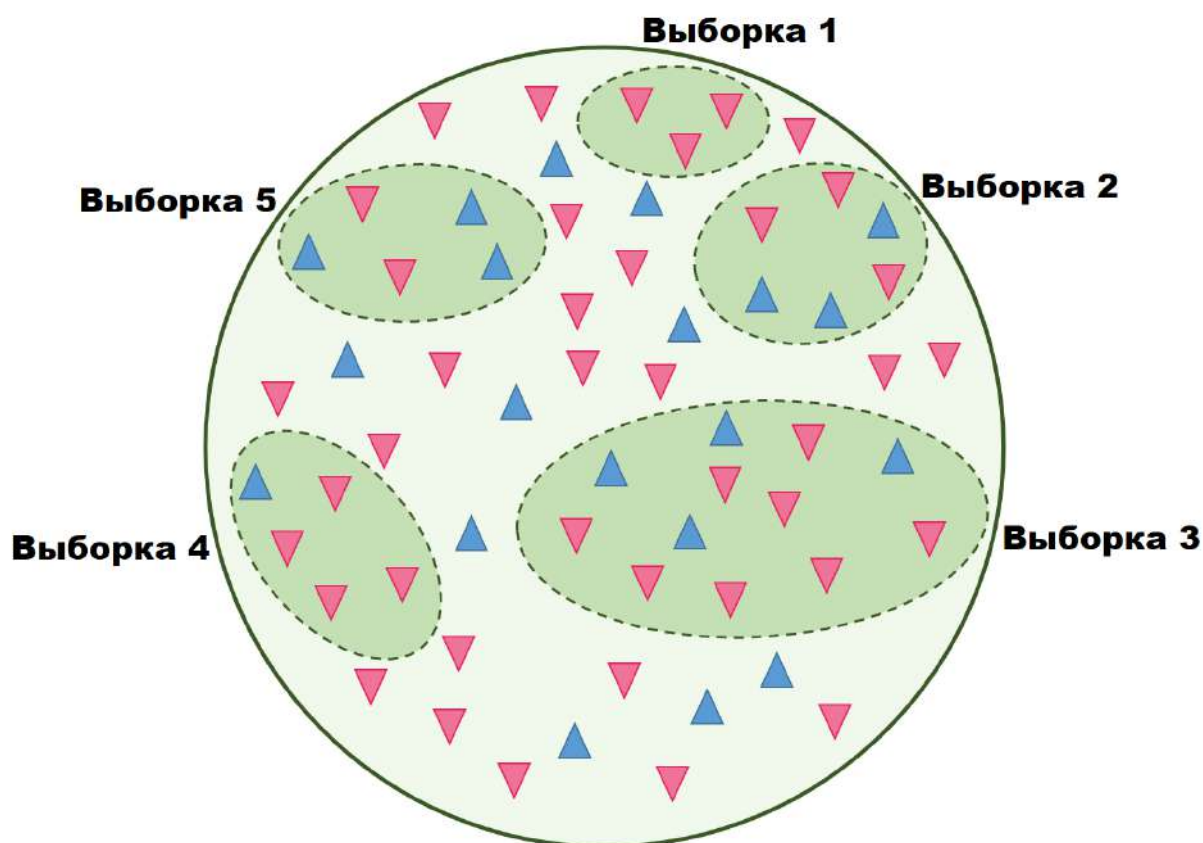
<https://disk.yandex.ru/d/3KxDkdee-MEHRA>



11 класс. Урок 5. Практическая работа с использованием электронных таблиц

Урок 6-7. Генеральная совокупность и случайная выборка.
Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик

1. На рисунке изображены генеральная совокупность и пять выборок. Какая(-ие) выборка(-и) являются репрезентативной(-ными)?



2. В выборке из 10 значений получено: $\bar{X} = 4,2$, $\overline{X^2} = 18,5$. Найдите выборочную дисперсию S^2 .

3. В выборке из 8 значений получено: $\bar{X} = 3$, $\overline{X^2} = 10$. Найдите исправленную выборочную дисперсию S_0^2 . Ответ округлите до сотых.

4. В результате эксперимента получена выборка: 3, 5, 7, 9, 11. Найдите выборочное среднее $\bar{X}$.

5. При увеличении объёма выборки N разница между S^2 и S_0^2 :

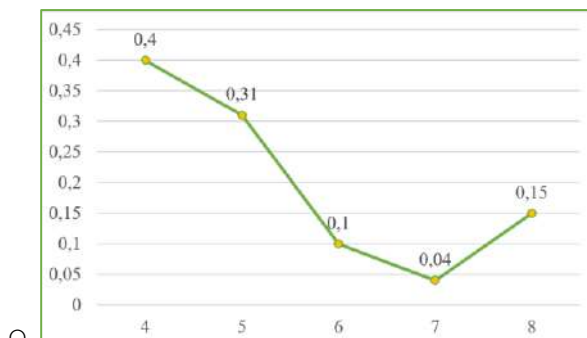
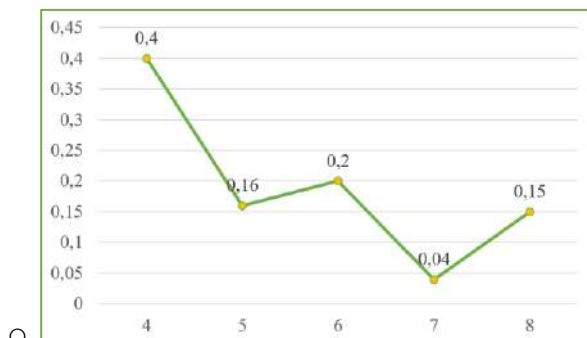
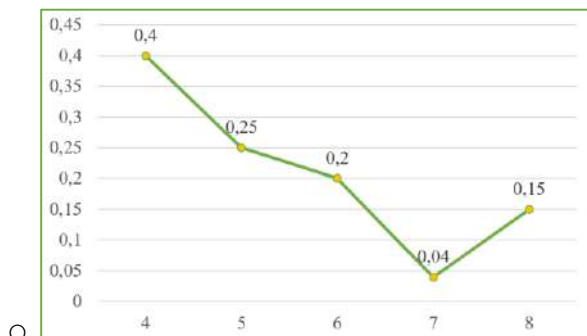
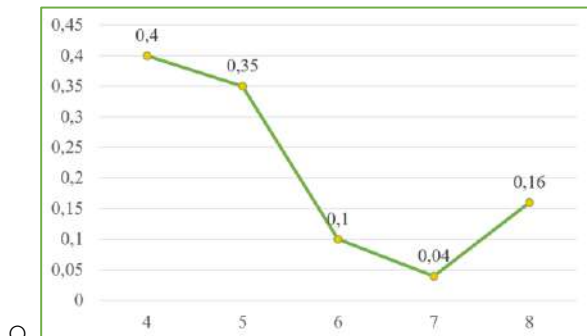
- ☐ уменьшается;
- ☐ увеличивается;
- ☐ не меняется;
- ☐ становится отрицательной.

6. В выборке из 20 значений получены следующие частоты:

Значение	2	4	6	8
Частота	5	6	5	4

Найдите выборочное среднее $\bar{X}$.

7. На каком из вариантов полигон распределения верно отражает распределение некоторой случайной величины?



11 класс. Урок 6-7. Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=36aqfgveee7hy>



11 класс. Урок 6-7. Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик

Урок 8. Оценивание вероятностей событий по выборке

1. Вставьте пропущенные слова: *смещённой, несмещённой, состоятельной, несостоятельной, точной, приближённой*.

Частота события является _____ и _____ оценкой вероятности.

2. Что происходит с доверительным интервалом для вероятности при увеличении объёма выборки?

- ☐ Интервал сужается (точность растёт);
- ☐ Интервал расширяется (точность падает);
- ☐ Интервал не меняется;
- ☐ Интервал становится равным 0.

3. В выборке из 2500 наблюдений частота события равна 0,6. Найдите полуширину доверительного интервала для вероятности с уровнем доверия 0,95. *Ответ округлите до сотых.*

4. В результате 1600 опытов частота события составила 0,45. Найдите доверительный интервал для вероятности с уровнем доверия 0,95. В ответе запишите правую границу интервала. *Ответ округлите до сотых.*

5. В выборке из 100 наблюдений частота события равна 0,7. Доверительный интервал для вероятности с уровнем доверия 0,95 имеет вид:

- ☐ (0,7; 0,924).
- ☐ (0,476; 0,7).
- ☐ (0,476; 0,924).
- ☐ (0,5; 0,9).

6. Какие из следующих утверждений о доверительном интервале для вероятности верны?

- ☐ С увеличением объёма выборки доверительный интервал сужается.
- ☐ Доверительный интервал всегда содержит истинную вероятность.
- ☐ С вероятностью не менее 0,95 истинная вероятность попадает в доверительный интервал.
- ☐ Доверительный интервал не зависит от частоты события.

11 класс. Урок 8. Оценивание вероятностей событий по выборке. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=drexov6alo7o6>



11 класс. Урок 8. Оценивание вероятностей событий по выборке

Урок 9-10. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений

1. Вставьте пропущенные слова:

Гипотеза, которую проверяют в статистическом исследовании, называется _____ гипотезой. Гипотеза, которая принимается, если нулевая гипотеза отвергается, называется _____ гипотезой.

2. Ошибка первого рода при проверке статистической гипотезы — это:

- отвергнуть верную нулевую гипотезу;
- принять неверную нулевую гипотезу;
- отвергнуть неверную нулевую гипотезу;
- принять верную нулевую гипотезу.

3. Ошибка второго рода при проверке статистической гипотезы — это:

- отвергнуть верную нулевую гипотезу;
- принять неверную нулевую гипотезу;
- отвергнуть неверную нулевую гипотезу;
- принять верную нулевую гипотезу.

4. Монету бросили 100 раз, орёл выпал 45 раз. Проверяется гипотеза $H_0: p = 0,5$. Критическое значение $\delta = 0,1$. Какое решение следует принять?

- Отвергнуть H_0 , так как $|0,45 - 0,5| < 0,1$.
- Принять H_0 , так как $|0,45 - 0,5| < 0,1$.
- Отвергнуть H_0 , так как $|0,45 - 0,5| > 0,1$.
- Принять H_0 , так как $|0,45 - 0,5| > 0,1$.

5. Монету бросили 400 раз. Орёл выпал 180 раз. Проверяется гипотеза $H_0: p = 0,5$. Найдите $|\frac{m}{N} - p_0|$.

6. Монету бросили 400 раз. Орёл выпал 180 раз. Проверяется гипотеза $H_0: p = 0,5$ на уровне значимости $\alpha = 0,05$. Найдите критическое значение δ . Ответ округлите до сотых.

7. Для проверки гипотезы $H_0: p = 0,5$ монету бросили 400 раз, орёл выпал 180 раз. Критическое значение $\delta = 0,11$. Какое решение следует принять?

- Принять H_0 .
- Отвергнуть H_0 .
- Принять H_1 .

8. Что означает уровень значимости $\alpha = 0,05$?

- Вероятность ошибки первого рода равна 0,05.
- Вероятность ошибки второго рода равна 0,05.
- Вероятность ошибки первого рода не превосходит 0,05.
- Вероятность ошибки второго рода не превосходит 0,05.

9. Врач проводит тест на наличие редкого заболевания. Тест показал положительный результат, хотя пациент на самом деле здоров. Как называется такая ошибка?

- Ошибка первого рода.
- Ошибка второго рода.

10. Пациент болен редким заболеванием, но тест показал отрицательный результат. Как называется такая ошибка?

- Ошибка первого рода.
- Ошибка второго рода.

11. В какой ситуации ошибка второго рода имеет более серьёзные последствия, чем ошибка первого рода?

- При проверке качества продукции на заводе.
- При проверке гипотезы о симметричности монеты.
- При проверке эффективности нового лекарства.
- При проверке гипотезы о среднем росте школьников.

11 класс. Урок 9-10. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=vw7pfkgmjrebs>



11 класс. Урок 9-10. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений

Урок 11. Практическая работа с использованием электронных таблиц



Задание 1.

Постройте с помощью электронной таблицы биномиальное распределение вероятностей с $N = 100$ и произвольной вероятностью успеха p .

Ход работы:

1. Заполните ячейки A2:A102 значениями от 0 до 100.
2. В ячейку F2 впишите произвольное значение p (от 0 до 1).
3. В ячейки B2:B102 впишите вероятности для каждого числа успехов, используя функцию
= БИНОМ.РАСП(число успехов; число испытаний; вероятность успеха; 0)
(в LibreOffice Calc
= BINOMDIST(число успехов; число испытаний; вероятность успеха; 0))
В конце формулы всегда 0.

Для ячейки B2 формула будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} &= \text{БИНОМ.РАСП}(0; 100; 0,5; 0) \\ &(\text{в LibreOffice Calc} = \text{BINOMDIST}(0; 100; 0,5; 0)) \\ &(\text{при } p = 0,5) \end{aligned}$$

Для упрощения процесса записи формул можно использовать абсолютные и относительные ссылки.

4. Найдите $E(X)$, используя функцию
= СУММПРОИЗВ(массив 1; массив 2)
(в LibreOffice Calc = SUMPRODUCT(массив 1; массив 2))

Впишите значение в ячейку F3.

5. Найдите $D(X)$, используя формулу для дисперсии биномиального распределения:

$$D(X) = Npq$$

Впишите значение в ячейку F4.

6. Найдите стандартное отклонение, используя формулу

$$\sigma = \sqrt{D(X)}$$

Используйте функцию = КОРЕНЬ(число). (в LibreOffice Calc = SQRT(число))

7. В ячейку J3 впишите значение $E(X)$. В ячейки I3 и K3 впишите левую и правую границу (соответственно) «интервала трех сигм».
8. Отрадите полученные результаты на диаграмме вероятностей. Постройте диаграмму и поместите ее в выделенную область (ячейки E7:L21).
9. Сделайте скриншот получившегося графика (лучше с помощью ножниц) и поместите его в Лист с названием «Скриншоты для задания 1».
10. Вернитесь на лист с заданием «Биномиальное распределение» и вставьте в ячейку F2 другое произвольное значение вероятности. Сделайте новый

скриншот и снова поместите его на лист со скриншотами. Повторите данную операцию еще 1 раз (то есть по итогу должно быть три скриншота).

11. Изучите поведение полученного графика при изменении вероятности успеха p .

Задание 2.

Постройте с помощью электронной таблицы геометрическое распределение вероятностей с $N = 100$ и произвольной вероятностью успеха p .

Ход работы:

1. Зайдите на лист с названием «Геометрическое распределение»
2. Заполните ячейки A2:A101 значениями от 1 до 100.
3. В ячейку F2 впишите произвольное значение p (от 0 до 1).
4. В ячейки B2:B101 впишите вероятности для каждого числа успехов, используя формулу:

$$= (1 - p)^{k-1} * p,$$

где p – это значение вероятности из ячейки F2, k – число успехов, из столбца A. Для ячейки B2 формула будет выглядеть так:

$$= (1 - 0,6)^{(1 - 1)} * 0,6$$

(при $p = 0,6$)

Для упрощения процесса записи формул можно использовать абсолютные и относительные ссылки.

5. Найдите $E(X)$, используя функцию
= СУММПРОИЗВ(массив 1; массив 2)
(в LibreOffice Calc = SUMPRODUCT(массив 1; массив 2))

Впишите значение в ячейку F3.

6. Найдите $D(X)$, используя формулу для дисперсии геометрического распределения:

$$D(X) = \frac{q}{p^2}$$

Впишите значение в ячейку F4.

7. Найдите стандартное отклонение, используя формулу

$$\sigma = \sqrt{D(X)}$$

Используйте функцию = КОРЕНЬ(число). (в LibreOffice Calc = SQRT(число))

8. В ячейку J3 впишите значение $E(X)$. В ячейки I3 и K3 впишите левую и правую границу (соответственно) «интервала трех сигм».

9. Отрадите полученные результаты на диаграмме вероятностей. Постройте диаграмму и поместите ее в выделенную область (ячейки E7:L21).

10. Сделайте скриншот получившегося графика (лучше с помощью ножниц) и поместите его в Лист с названием «Скриншоты для задания 2».

11. Вернитесь на лист с заданием «Геометрическое распределение» и вставьте в ячейку F2 другое произвольное значение вероятности. Сделайте новый скриншот и снова поместите его на лист со скриншотами. Повторите данную операцию еще 1 раз (то есть по итогу должно быть три скриншота).

12. Изучите поведение полученного графика при изменении вероятности успеха p .

11 класс. Урок 11. Практическая работа с использованием электронных таблиц. Электронный ресурс

Ссылка для скачивания практической работы в формате Microsoft Word и шаблона электронной таблицы в форматах Excel (.xlsx) и LibreOffice Calc (.ods):

<https://disk.yandex.ru/d/oK9fzRTMB5BVOg>



11 класс. Урок 11. Практическая работа с использованием электронных таблиц

Урок 12. Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности

1. Чему равна вероятность того, что непрерывная случайная величина примет какое-либо конкретное значение?

2. Для непрерывной случайной величины X вероятность $P(2 < X < 5)$ равна:

- $F(2) + F(5)$.
- $F(2) - F(5)$.
- $F(5) - F(2)$.
- $F(2) \cdot F(5)$.

3. Внутри отрезка $[0; 5]$ случайным образом выбирают точку. Чему равно значению функции распределения координаты X при $x = 3$?

4. Внутри отрезка $[0; 8]$ случайным образом выбирают точку. Найдите $F(5)$.

5. Функция распределения случайной величины X задана формулой:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x}{4}, & 0 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

Найдите $P(1 < X < 3)$.

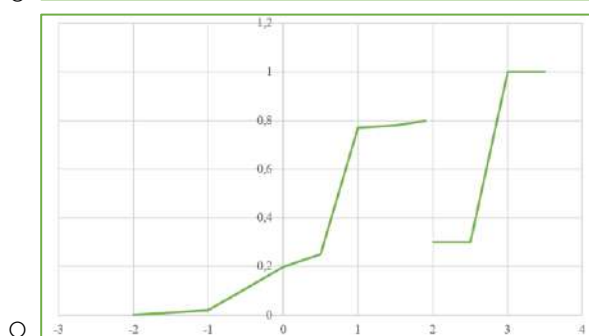
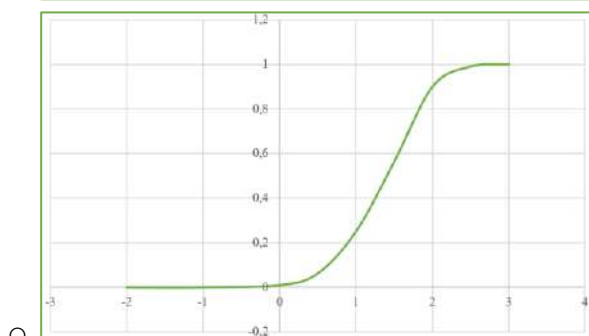
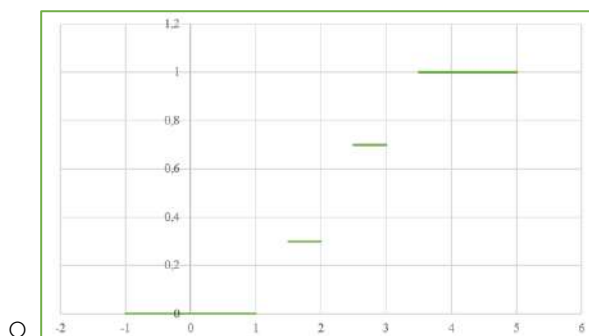
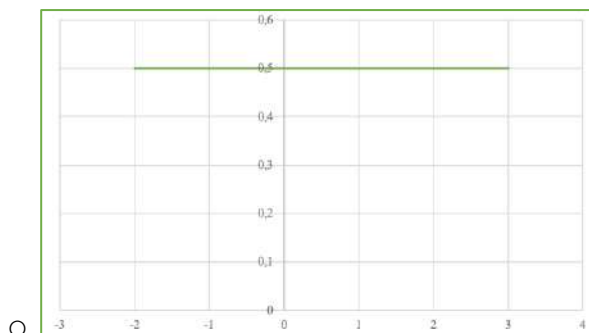
6. Для непрерывной случайной величины функция распределения $F(x)$ является:

- ступенчатой;
- разрывной;
- непрерывной;
- постоянной.

7. Случайная величина X имеет плотность распределения: $p(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 2x, & 0 < x \leq 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$

Найдите $P(0,2 < X < 0,6)$.

8. Функция распределения случайной величины X задана графиком. Какой из графиков соответствует непрерывной случайной величине?



**11 класс. Урок 12. Примеры непрерывных случайных величин.
Функция плотности вероятности. Электронный ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=fazrfv2tkzko6>



**11 класс. Урок 12. Примеры непрерывных случайных величин. Функция
плотности вероятности**

Урок 13. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям

1. Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке $[2;8]$. Чему равно её математическое ожидание?
2. Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке $[4;12]$. Найдите её дисперсию $D(X)$. *Ответ округлите до сотых.*
3. Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке $[0;10]$. Найдите $P(3 < X < 7)$.
4. Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке $[1;9]$. Найдите $F(5)$.
5. Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке $[3;15]$. Найдите $P(X \geq 10)$.
6. Какое распределение возникает, когда случайная величина является суммой большого количества независимых случайных факторов?
 - Нормальное.
 - Равномерное.
 - Показательное.
 - Биномиальное.
7. Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке $[5;15]$. Чему равно стандартное отклонение $\sigma(X)$? *Ответ округлите до сотых.*
8. Какие из перечисленных случайных величин могут иметь распределение, близкое к нормальному?
 - ☐ Рост взрослого человека.
 - ☐ Время работы лампочки до перегорания.
 - ☐ Результат измерения физической величины.
 - ☐ Количество вызовов в кол-центр за минуту.
9. Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке $[2;6]$. Чему равна плотность распределения $p(x)$ на этом отрезке?

**11 класс. Урок 13. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям.
Электронный ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=lbxjv3doyvtac>



**11 класс. Урок 13. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к
показательному и к нормальному распределениям**

Урок 14. Функция плотности вероятности показательного распределения

1. Среднее время работы лампочки до перегорания равно 1300 часов. Найдите вероятность того, что лампочка прослужит больше 1700 часов. *Ответ округлите до сотых.*
2. Среднее время работы прибора до поломки равно 500 часов. Найдите параметр λ показательного распределения.
3. Случайная величина X имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,01$. Найдите $E(X)$.
4. Случайная величина X имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,1$. Найдите $D(X)$.
5. Время работы лампочки до перегорания имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,001$. Найдите вероятность того, что лампочка прослужит больше 1000 часов. *Ответ округлите до сотых.*
6. Время ожидания автобуса имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,2$ (в минутах). Найдите вероятность того, что автобус придёт не позднее чем через 5 минут. *Ответ округлите до сотых.*
7. Какое свойство характерно для показательного распределения?
 - Отсутствие памяти.
 - Симметричность.
 - Конечный носитель.
 - Наличие моды.
8. Среднее время работы прибора до поломки равно 1000 часов. Что означает параметр $\lambda = 0,001$?
 - Это вероятность поломки за 1 час.
 - Это интенсивность поломок: в среднем 0,001 поломки в час.
 - Это среднее время работы прибора.
 - Это дисперсия времени работы прибора.

9. Время ожидания автобуса имеет показательное распределение с $E(X) = 5$ минут. Что вероятнее: дождаться автобус за следующие 5 минут, если вы уже ждёте 10 минут, или если вы только что пришли на остановку?

- Вероятность выше, если вы уже ждёте 10 минут.
- Вероятность выше, если вы только что пришли.
- Вероятность одинакова в обоих случаях.

10. Две лампочки имеют показательное распределение времени работы. У первой $E(X) = 500$ часов, у второй $E(X) = 1000$ часов. Какая лампочка более надёжна в первый час работы?

- Первая.
- Вторая.
- Надёжность в первый час у них одинакова.

11 класс. Урок 14. Функция плотности вероятности показательного распределения. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=3kfpynj5lsp3y>



11 класс. Урок 14. Функция плотности вероятности показательного распределения

Урок 15. Функция плотности вероятности нормального распределения

1. Какую форму имеет график плотности нормального распределения?

- Прямоугольную.
- Треугольную.
- Колоколообразную.
- Экспоненциальную.

2. Случайная величина имеет нормальное распределение $N(10; 4)$. Чему равно стандартное отклонение σ ?

3. Случайная величина имеет нормальное распределение $N(5; 9)$. Чему равно математическое ожидание?

4. Случайная величина имеет нормальное распределение $N(20; 16)$. Найдите $P(|X - 20| < \sigma)$. Ответ округлите до сотых.

5. Случайная величина имеет нормальное распределение $N(100; 36)$. Найдите $P(|X - 100| < 3\sigma)$. Ответ округлите до тысячных.

6. Правило трёх сигм утверждает, что:

- Все значения нормально распределённой случайной величины лежат в интервале $(a - 3\sigma; a + 3\sigma)$.
- Почти все значения нормально распределённой случайной величины лежат в интервале $(a - 3\sigma; a + 3\sigma)$.
- Вероятность попадания в интервал $(a - 3\sigma; a + 3\sigma)$ равна 1.
- Значения нормально распределённой случайной величины не могут выходить за $a \pm 3\sigma$.

7. Рост студентов имеет нормальное распределение с $a = 170$ см и $\sigma = 5$ см. В каких пределах находится рост примерно 95% студентов?

- (168;172).
- (165;175).
- (160;180).
- (155;185).

8. Какая теорема объясняет широкую распространённость нормального распределения в природе и обществе?

- Теорема Бернулли.
- Теорема Чебышёва.
- Центральная предельная теорема.

9. Случайная величина имеет нормальное распределение $N(50; 100)$. Найдите вероятность $P(X > 80)$, используя правило трёх сигм. *Ответ округлите до тысячных.*

11 класс. Урок 15. Функция плотности вероятности нормального распределения. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=ztm7a4gaxfcqo>



11 класс. Урок 15. Функция плотности вероятности нормального распределения

Урок 16. Последовательность одиночных независимых событий.

Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона

1. Распределение Пуассона является предельным случаем:

- Нормального распределения.
- Равномерного распределения.
- Геометрического распределения.
- Биномиального распределения.

2. Случайная величина X имеет распределение Пуассона с параметром $\lambda = 3$. Найдите $P(X = 2)$. *Ответ округлите до сотых.*

3. В книге 800 страниц. В среднем на каждой странице встречается 0,03 опечатки. Найдите вероятность того, что на случайной странице не будет опечаток.

4. В тесто высыпают 600 изюминок и выпекают 100 булок. Найдите вероятность того, что в случайной булке окажется ровно 4 изюминки.

5. В кол-центр в среднем поступает 2 звонка в минуту. Найдите вероятность того, что за минуту не поступит звонков. *Ответ округлите до сотых.*

6. В кол-центр в среднем поступает 5 звонков в минуту. Что вероятнее: за минуту поступит ровно 4 звонка или ровно 6 звонков?

- 4 звонка.
- 6 звонков.
- Вероятности одинаковы.

7. В типографии на каждой странице книги в среднем встречается 0,5 опечатки. В книге 200 страниц. Какое распределение описывает число опечаток на одной странице?

- Биномиальное с $n = 200, p = 0,5$.
- Нормальное с $a = 0,5, \sigma = 0,5$.
- Пуассона с $\lambda = 0,5$.
- Пуассона с $\lambda = 100$.

8. В книге 200 страниц. Всего в книге 10 опечаток, распределённых случайным образом. Найдите вероятность того, что на случайной странице не будет опечаток. *Ответ округлите до сотых.*

9. В городе А в среднем происходит 2 землетрясения в год, в городе В — 10 землетрясений в год. Для какого города вероятность того, что за год не произойдёт ни одного землетрясения, больше?

- Для города А.
- Для города В.
- Вероятности одинаковы.

10. Распределение Пуассона часто называют «законом редких событий». Почему?

- Оно описывает только события, которые происходят реже одного раза в большой период.
- Оно не может описывать частые события.
- Оно описывает вероятность редких событий, происходящих с малой вероятностью, но в большом числе испытаний.
- Оно всегда даёт маленькие вероятности.

11 класс. Урок 16. Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=yofici34ds6mw>



11 класс. Урок 16. Последовательность одиночных независимых событий.
Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона

Урок 17. Практическая работа с использованием электронных таблиц



Задание 1.

Смоделируйте в электронной таблице 500 значений показательной случайной величины с параметром λ . Вычислите выборочные среднее, дисперсию и стандартное отклонение. Постройте гистограмму частот и плотность распределения. Сравните полученные результаты с теоретическими.

Ход работы:

1. Введите в ячейку D1 значение $\lambda = 2$.
2. Столбец А заполните 500 случайными числами, распределёнными на промежутке (0;1). Для этого используйте функцию

$= \text{СЛЧИС}()$ (в LibreOffice Calc $=\text{RAND}()$)

Важно для LibreOffice Calc: функция $= \text{RAND}()$ не обновляется автоматически при каждом изменении листа. Для обновления случайных чисел нажмите клавишу **F9** или включите автоматический пересчёт в настройках (Сервис → Параметры → LibreOffice Calc → Вычисления → Пересчитывать при каждом изменении).

3. Получите в столбце В из равномерно распределенной случайной величины X показательную величину Y . Для этого введите в ячейку B1 формулу

$$= -\text{LN}(1 - A1)/\$D\$1$$

и скопируйте эту формулу в ячейки B2:B500.

4. В ячейке C2 вычислите выборочное среднее (среднее арифметическое ячеек A1:A500). Используйте функцию $=\text{СРЗНАЧ}(\text{число1}; \text{число2}; \dots)$ (в LibreOffice Calc $=\text{AVERAGE}(\text{число1}; \text{число2}; \dots)$).

5. В ячейке C3 вычислите выборочную дисперсию (дисперсию ячеек B1:B500). Используйте функцию $=\text{ДИСПР}(\text{число1}; \text{число2}; \dots)$ (в LibreOffice Calc $=\text{VAR}(\text{число1}; \text{число2}; \dots)$).

6. В ячейке C4 вычислите выборочное стандартное отклонение. Вспомните, что стандартное отклонение = корню из дисперсии. Используйте функцию $=\text{КОРЕНЬ}(\text{число})$ (в LibreOffice Calc $=\text{SQRT}(\text{число})$).

7. Математическое ожидание, дисперсию и стандартное отклонение показательного закона можно выразить через параметр λ . Вычислите их в ячейках D2, D3 и D4. Необходимые формулы:

Математическое ожидание показательного закона $= \frac{1}{\lambda}$ (в ячейку D2).

Дисперсия показательного закона $= \frac{1}{\lambda^2}$ (в ячейку D3).

Стандартное отклонение показательного закона $= \sqrt{\frac{1}{\lambda^2}}$ (в ячейку D4).

8. Сравните эти данные с данными в ячейках C2, C3 и C4. Если значения примерно похожи, значит можно приступить к следующим шагам.

9. Ячейка I23 должна загореться зеленым цветом (значит все 500 значений случайной величины учтены). Если это так, можно переходить к следующему шагу.

10. В ячейках F1:J21 автоматически заполнена таблица для построения гистограммы.

11. Заполните ячейки K1:K21 для создания графика плотности показательного распределения с заданным параметром λ . Для этого воспользуйтесь формулой:

$$y = \lambda e^{-\lambda x}$$

В ячейку K1 введите формулу $=D\$1*EXP(1)^{(-D\$1*N1)}$ и растяните формулу до ячейки K21.

12. Постройте на одном графике гистограмму частот и график плотности показательного распределения с заданным параметром λ (пример расположен в учебнике на стр. 95).

13. Изменяя значения столбца A (кнопкой F9) проверьте, что при любых первоначальных данных гистограмма и график очень похожи.

14. На лист «Для скриншотов» вставьте 4 скриншота гистограммы с различными значениями случайной величины.

11 класс. Урок 17. Практическая работа с использованием электронных таблиц. Электронный ресурс

Ссылка для скачивания практической работы в формате Microsoft Word и шаблона электронной таблицы в форматах Excel (.xlsx) и LibreOffice Calc (.ods):

<https://disk.yandex.ru/d/Qs6vF5b5WOvxVA>



11 класс. Урок 17. Практическая работа с использованием электронных таблиц

Урок 18. Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции

1. Ковариация двух случайных величин показывает:

- среднее значение каждой из них;
- разброс значений каждой из них;
- наличие и направление связи между ними;
- вероятность их совместного наступления.

2. Если ковариация двух случайных величин положительна, то:

- X и Y независимы;
- связь между X и Y отсутствует;
- при увеличении X в среднем увеличивается Y ;
- при увеличении X в среднем уменьшается Y .

3. Чему равна ковариация независимых случайных величин?

4. Даны случайные величины X и Y . Известно, что $E(X) = 3$, $E(Y) = 4$, $E(XY) = 14$. Найдите ковариацию $\text{cov}(X, Y)$.

5. Даны случайные величины X и Y . Известно, что $\text{cov}(X, Y) = 1,5$, $\sigma_X = 2$, $\sigma_Y = 3$. Найдите коэффициент корреляции $\rho(X, Y)$.

6. Если коэффициент корреляции $\rho(X, Y) = 0,9$, то связь между X и Y :

- сильная положительная;
- сильная отрицательная;
- слабая положительная;
- слабая отрицательная;
- отсутствует.

7. Если коэффициент корреляции $\rho(X, Y) = -0,8$, то связь между X и Y :

- сильная положительная;
- сильная отрицательная;
- слабая положительная;
- слабая отрицательная;
- отсутствует.

8. Если $\rho(X, Y) = 0$, то можно ли утверждать, что X и Y независимы?

- Да, $\rho = 0$ всегда означает независимость.
- Да, но только для нормального распределения.
- Нет, $\rho = 0$ означает только отсутствие линейной связи.
- Нет, это означает только положительную связь.

9. Какие из утверждений о коэффициенте корреляции верны?

- ☐ $\rho = 0$ означает, что между величинами нет линейной связи;
- ☐ $\rho = 1$ означает, что между величинами есть положительная линейная зависимость;
- ☐ $\rho = -1$ означает, что между величинами есть отрицательная линейная зависимость;
- ☐ $\rho = 0$ означает, что величины независимы.

10. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

X \ Y	1	2	3
1	0,1	0,2	0,1
2	0,2	0,3	0,1

Найдите ковариацию $\text{cov}(X, Y)$.

11. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

X \ Y	1	2
1	0,2	0,1
2	0,3	0,4

Найдите коэффициент корреляции $\rho(X, Y)$. Ответ округлите до сотых.

**11 класс. Урок 18. Ковариация двух случайных величин.
Коэффициент корреляции. Электронный ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=tmnor2mm72fw6>



**11 класс. Урок 18. Ковариация двух случайных величин. Коэффициент
корреляции**

Урок 19. Совместные наблюдения двух величин

1. Если точки на диаграмме рассеивания вытянуты вдоль прямой, идущей вверх, то связь между величинами:

- положительная;
- отрицательная;
- отсутствует;
- случайная.

2. Если точки на диаграмме рассеивания разбросаны хаотично, то:

- связь сильная положительная;
- связь сильная отрицательная;
- линейная связь отсутствует;
- связь есть, но нелинейная.

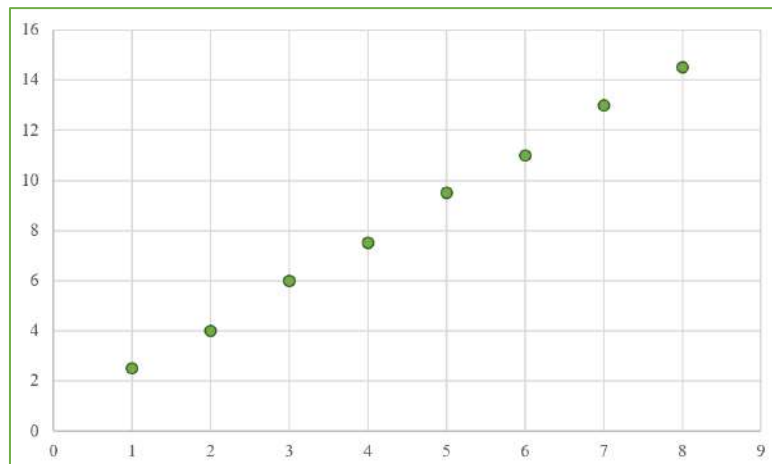
3. Дана выборка из 5 наблюдений:

x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11

Найдите:

- 1) $\bar{X}$.
- 2) $\bar{Y}$.
- 3) $\overline{XY}$.
- 4) C_{XY} .

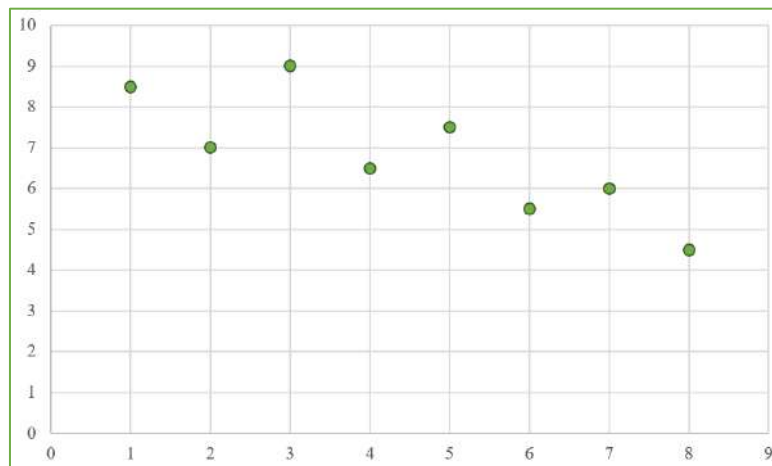
4. На рисунке изображена диаграмма рассеивания.



Какой знак имеет связь между X и Y ?

- ☐ Положительный.
- ☐ Отрицательный.
- ☐ Равен 0.
- ☐ Нельзя определить.

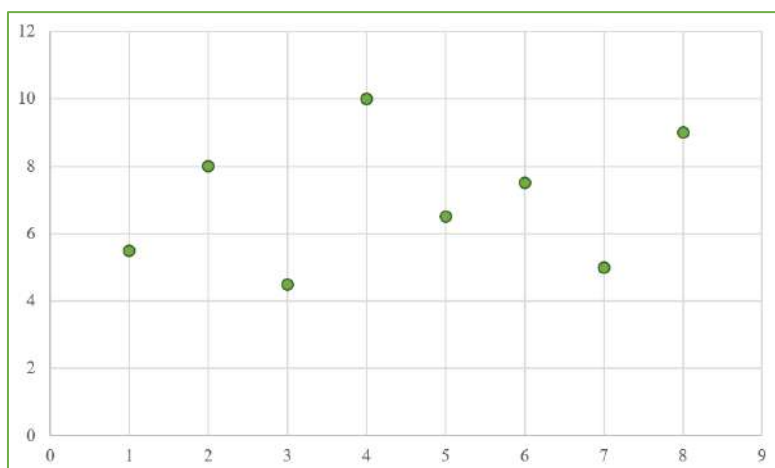
5. На рисунке изображена диаграмма рассеивания.



Какое утверждение о связи между X и Y является верным?

- ☐ связь сильная положительная;
- ☐ связь сильная отрицательная;
- ☐ связь слабая положительная;
- ☐ связь слабая отрицательная;
- ☐ связь отсутствует.

6. На рисунке изображена диаграмма рассеивания.



Чему может быть равен выборочный коэффициент корреляции R ?

11 класс. Урок 19. Совместные наблюдения двух величин. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=zx6hgflwezbbq>



11 класс. Урок 19. Совместные наблюдения двух величин

Урок 20. Выборочный коэффициент корреляции

1. По выборке получено: $C_{XY} = 1,5, S_X = 2, S_Y = 3$. Найдите выборочный коэффициент корреляции R_{XY} .

2. Дана выборка из 5 наблюдений:

x	1	2	4	5	7
y	3	5	8	9	10

Найдите выборочный коэффициент корреляции R_{XY} . Ответ округлите до сотых.

3. Дана выборка из 5 наблюдений:

x	1	2	6	5	7
y	9	5	3	4	1

Найдите выборочный коэффициент корреляции R_{XY} . Ответ округлите до сотых.

4. По двум выборкам получены коэффициенты корреляции: $R_1 = 0,82$ и $R_2 = -0,79$. Какая связь сильнее?

- ☐ $R_1 = 0,82$.
- ☐ $R_2 = -0,79$.
- ☐ Обе связи примерно одинаково сильные.
- ☐ Нельзя сравнить, так как у них разные знаки.

5. По выборке получен $R = 0,15$ между двумя величинами. Что можно сказать о связи между ними?

- ☐ Связь сильная положительная.
- ☐ Связь сильная отрицательная.
- ☐ Связь точно есть, но нелинейная.
- ☐ Линейная связь очень слабая или отсутствует.

11 класс. Урок 20. Выборочный коэффициент корреляции. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=4r2veaq27by6m>



11 класс. Урок 20. Выборочный коэффициент корреляции

Урок 21. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью

1. Какие из перечисленных ситуаций объясняют наличие корреляции между двумя величинами?

- ☐ Прямая причинная связь (X влияет на Y).
- ☐ Обратная причинная связь (Y влияет на X).
- ☐ Скрытая переменная (Z влияет на X и Y).
- ☐ Случайное совпадение.

2. Что означает фраза «корреляция не равна причинности»?

- Если есть корреляция, то причинная связь точно есть.
- Наличие статистической связи не означает, что одна величина является причиной другой.
- Если корреляции нет, то причинной связи точно нет.
- Корреляция всегда означает причинность.

3. Исследование показало, что в городах с большим количеством пожарных машин ущерб от пожаров выше. Какую ошибку можно совершить, делая вывод о причине?

- Посчитать, что пожарные машины тушат пожары.
- Посчитать, что пожарные машины вызывают пожары.
- Посчитать, что ущерб не зависит от числа машин.
- Посчитать, что все города одинаковы.

4. Какое исследование может доказать причинно-следственную связь?

- Контролируемый эксперимент.
- Наблюдательное исследование.
- Опрос.
- Корреляционный анализ.

5. Исследование показало, что коэффициент корреляции между курением и раком лёгких $R = 0,9$. Можно ли утверждать, что курение вызывает рак лёгких?

- Нет, корреляция никогда не может указывать на причинность.
- Нет, но корреляция настолько сильная, что это серьёзный аргумент в пользу причинной связи.
- Да, только если $R > 0,95$.
- Да, любая корреляция доказывает причинность.

6. Статистика показывает, что число пиратов в мировом океане и глобальная температура имеют отрицательную корреляцию. Может ли это означать, что пираты влияют на климат?

- Да, пираты действительно влияют на климат.
- Да, отрицательная корреляция всегда означает причинность.
- Нет, потому что корреляция должна быть положительной.
- Нет, это пример ложной корреляции, скорее всего связанной с изменением судоходства и технологий.

7. Исследование показало, что студенты, которые носят очки, в среднем имеют более высокий балл на экзамене. Что можно сказать о связи между ношением очков и успеваемостью?

- Все студенты, которые носят очки, отличники.
- Ношение очков улучшает зрение, что улучшает успеваемость.
- Корреляция доказывает, что очки делают студентов умнее.
- Это ложная корреляция, связанная с тем, что студенты, которые больше читают, чаще носят очки и лучше учатся.

8. Исследование показало, что в городах, где больше велосипедистов, средняя продолжительность жизни выше. Что можно сказать о связи между этими величинами?

- Это корреляция, но не обязательно причинная.
- Велосипеды напрямую увеличивают продолжительность жизни.
- Корреляции не существует.
- Все велосипедисты живут дольше.

9. Исследование показало, что студенты, которые едят завтрак, в среднем имеют более высокие оценки. Что можно сказать о связи между завтраком и успеваемостью?

- Это корреляция, но не обязательно причинная.
- Завтрак напрямую улучшает оценки.
- Все студенты, которые завтракают, отличники.
- Завтрак не связан с успеваемостью.

11 класс. Урок 21. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=5xzmonsqqz24>



11 класс. Урок 21. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью

Урок 22. Линейная регрессия

1. Для построения линии регрессии используется:

- метод наименьших квадратов;
- метод наибольших квадратов;
- метод среднего арифметического;
- метод медианы.

2. По выборке получено: $R_{XY} = 0,8$, $S_X = 2$, $S_Y = 5$. Найдите коэффициент a в уравнении регрессии $y = ax + b$.

3. По выборке получено: $\bar{X} = 5$, $\bar{Y} = 3$, $a = 0,5$. Найдите коэффициент b в уравнении регрессии $y = ax + b$.

4. Дана выборка из 4 наблюдений:

x	1	2	3	4
y	3	5	6	8

Найдите уравнение линейной регрессии $y = ax + b$. Коэффициенты a и b округлите до десятых.

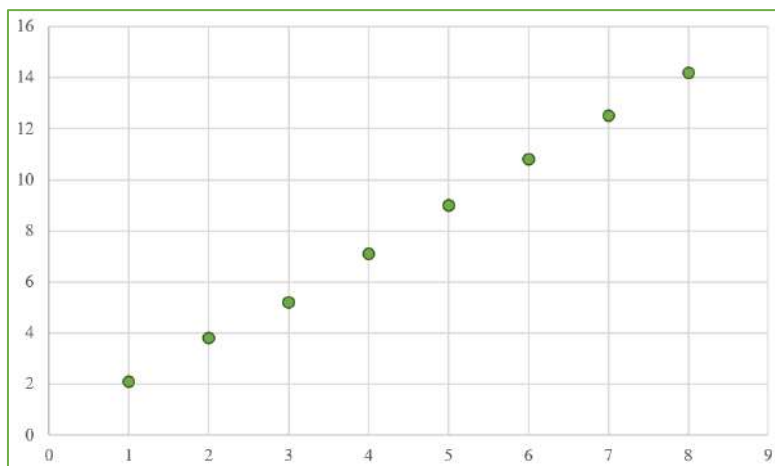
5. Дана выборка из 5 наблюдений:

x	1	3	5	7	9
y	8	6	5	3	2

Найдите уравнение линейной регрессии $y = ax + b$. Коэффициенты a и b округлите до сотых.

6. Уравнение регрессии имеет вид: $y = 1,2x + 3$. Найдите предсказанное значение y при $x = 5$.

7. На рисунке изображена диаграмма рассеивания.



Какое уравнение регрессии наиболее соответствует данным?

- ☐ $y = 0,3x + 6.$
- ☐ $y = 1,7x + 0,5.$
- ☐ $y = 1,3x + 2.$
- ☐ $y = -1,7x + 16.$

11 класс. Урок 22. Линейная регрессия. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=q4rvedwweugsi>



11 класс. Урок 22. Линейная регрессия

Урок 23. Практическая работа с использованием электронных таблиц



Задание 1.

Средняя продолжительность человеческой жизни на нашей планете, по данным Всемирной организации здравоохранения, составляет около 74 лет. В разных странах это значение сильно колеблется. Как вы думаете, какой из перечисленных ниже показателей наиболее сильно на него влияет:

- ВВП на душу населения;
- средняя зарплата;
- плотность населения;
- уровень безработицы;
- рождаемость?

Найдите в Интернете сведения о средней продолжительности жизни Y в разных странах и выбранном вами показателе X . Сделайте случайную выборку и вычислите коэффициент корреляции между X и Y . Оправдалась ли ваша гипотеза о наличии статистической связи между X и Y ?

Ход работы:

1. Выберите один из предложенных показателей X . Впишите его в ячейку D1.
2. Найдите в Интернете сведения о средней продолжительности жизни в разных странах. Минимум: 25 стран (можно больше). Выборка стран должна быть случайной. Заполните ячейки B2:C26. Ссылку на источник данных поместите в ячейку I2. Обратите внимание на год статистических данных (за какой год отображены данные). Впишите значение в ячейку J2. Обратите внимание, что данные должны быть актуальные (насколько это возможно).
3. Найдите в Интернете сведения о выбранном показателе X для этих же стран. Заполните ячейки D2:D26. Обратите внимание, что данные для показателя X и Y должны быть одного года!
4. В ячейке F2 найдите коэффициент корреляции. Для этого введите формулу:
 $= \text{КОРРЕЛ}(C2: C26; D2: D26)$ (в LibreOffice Calc = CORREL(C2: C26; D2: D26))
5. Постройте точечную диаграмму по данным C2: C26; D2: D26 и поместите ее в область, выделенную серым цветом (ячейки F5:J20).
6. Добавьте Линию тренда (линейную) и добавьте отображение уравнения линейной функции на диаграмме.

7. Изучите характеристики корреляционной связи:

Направление корреляционной связи

- прямая
- обратная

Сила корреляционной связи

- сильная: $\pm 0,7$ до ± 1
- средняя: $\pm 0,3$ до $\pm 0,699$
- слабая: 0 до $\pm 0,299$

8. Сделайте вывод о наличии статистической связи между X и Y на основе полученных данных и напишите вывод в ячейке F23 (2-4 предложения).

11 класс. Урок 23. Практическая работа с использованием электронных таблиц. Электронный ресурс

Ссылка для скачивания практической работы в формате Microsoft Word и шаблона электронной таблицы в форматах Excel (.xlsx) и LibreOffice Calc (.ods):

<https://disk.yandex.ru/d/lV5NxclcEYnygQ>



11 класс. Урок 23. Практическая работа с использованием электронных таблиц

Урок 24. Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика



1. В небольшой компании зарплаты сотрудников (в тыс. руб.) составляют:
35, 40, 42, 45, 48, 50, 55, 60, 65, 70, 80, 90, 100, 120, 150.

Найдите «типичную» зарплату, которая не зависит от самых высоких доходов.

2. По результатам контрольной работы получены оценки:

4, 5, 3, 4, 5, 5, 4, 3, 4, 5, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 4, 5, 5, 4.

Найдите стандартное отклонение для этого набора. *Ответ округлите до сотых.*

3. В спортивной секции зафиксированы результаты прыжков в длину (в см):

210, 215, 220, 225, 225, 230, 235, 240, 240, 245, 250, 250, 255, 260, 270.

Найдите среднее.

4. В магазине за неделю было продано следующее количество товара по дням:

Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
12	15	11	18	20	25	17

Найдите среднее арифметическое. *Ответ округлите до сотых.*

5. По результатам тестирования учащихся по физике получены баллы пяти работ:

50, 47, 42, 45, 48.

Найдите размах результатов.

6. В компании «Альфа» средняя зарплата 80 000 руб., медиана — 50 000 руб. В компании «Бета» средняя зарплата 70 000 руб., медиана — 65 000 руб. В какой компании зарплаты распределены более равномерно?

- В обеих компаниях одинаково.
- В компании «Альфа», так как разница между средним и медианой меньше.
- В компании «Бета», так как разница между средним и медианой меньше.
- Нельзя определить.

7. В двух классах написали одну контрольную. Средний балл в обоих классах — 4. В классе А дисперсия 0,2, в классе Б — 0,8. В каком классе учитель может быть более уверен, что каждый ученик усвоил материал на хорошем уровне?

- В обоих классах уверенность одинакова.
- В классе А, так как разброс меньше — результаты более стабильны.
- В классе Б, так как разброс больше — есть и отличники, и двоечники.
- Нельзя определить.

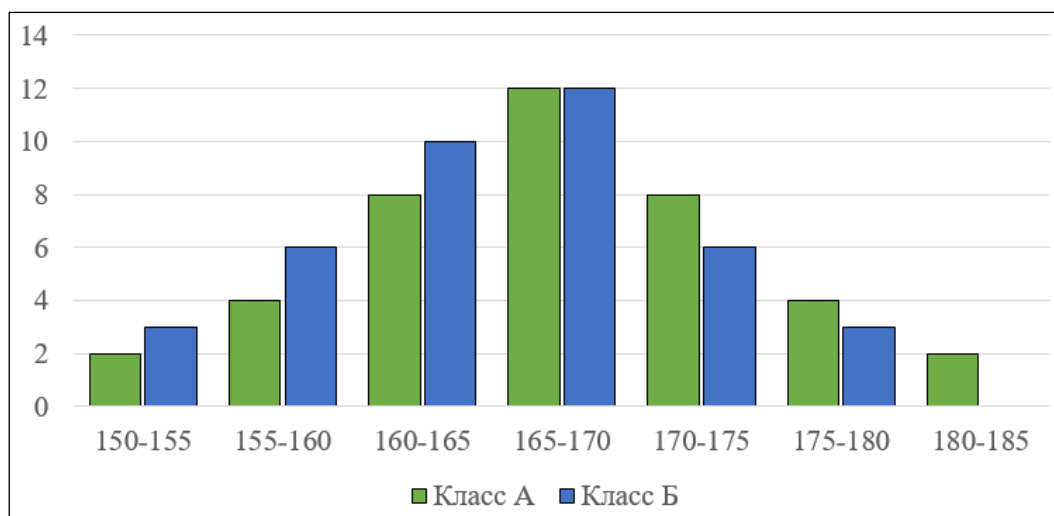
8. Какие статистические характеристики можно извлечь из ящика с усами?

- ☐ Медиану.
- ☐ Среднее арифметическое.
- ☐ Нижний и верхний квартили.
- ☐ Минимальное и максимальное значение (без учёта выбросов).
- ☐ Выбросы.

9. В рекламе говорится: «Студенты, прошедшие наш курс, увеличили свой балл на ЕГЭ в среднем на 15 баллов». Почему это утверждение может быть неполным?

- ☐ Потому что неизвестно, сколько студентов прошли курс.
- ☐ Потому что неизвестен разброс результатов.
- ☐ Потому что среднее всегда завышено.
- ☐ Потому что ЕГЭ — не единственный критерий.

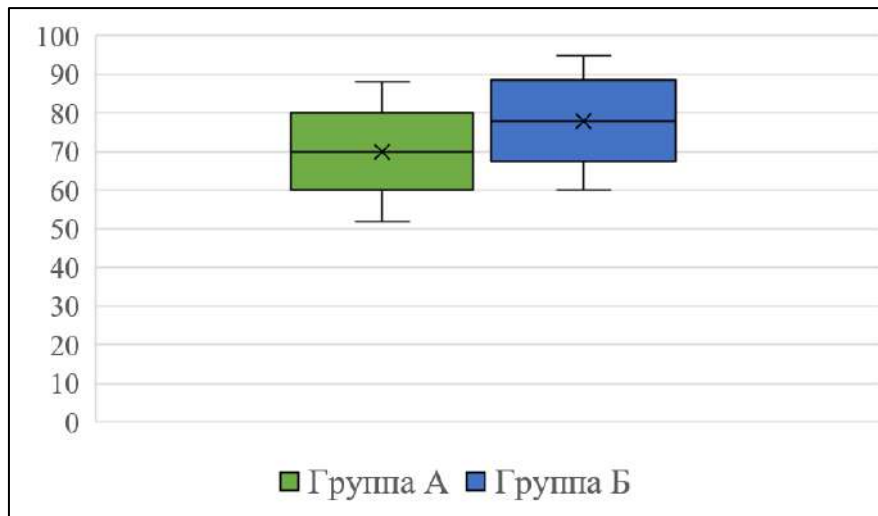
10. На рисунке изображены гистограммы распределения роста учеников в двух классах.



В каком классе результаты более разнообразны?

- ☐ В обоих классах разнообразие одинаковое.
- ☐ В классе А, так как столбцы распределены по большему диапазону.
- ☐ В классе Б, так как у него выше средний рост.
- ☐ Нельзя определить по гистограмме.

11. На рисунке изображены ящики с усами для двух групп спортсменов по результатам прыжков.



В какой группе результаты выше?

- ☐ Группа А.
- ☐ Группа Б.
- ☐ Медианы равны.
- ☐ Нельзя определить.

12. Врач проводит исследование времени ожидания в очереди (в минутах). По данным 20 пациентов составлена таблица:

Интервал	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
Число пациентов	2	5	7	4	2

Найдите интервал, в котором находится медиана.

11 класс. Урок 24. Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=bswz4lrcapnpk>



11 класс. Урок 24. Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика

Урок 25. Опыты с равновозможными элементарными событиями



1. Из колоды в 36 карт случайным образом вынимают 2 карты. Найдите вероятность того, что обе карты — тузы. *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*
2. В урне 5 белых и 7 чёрных шаров. Из урны наугад вынимают 3 шара. Найдите вероятность того, что все три шара окажутся белыми. *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*
3. В коробке 8 деталей, 3 из которых бракованные. Из коробки наугад вынимают 4 детали. Найдите вероятность того, что среди них окажется ровно 2 бракованные. *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*
4. В урне 3 белых и 3 чёрных шара. Из урны вынимают 2 шара без возвращения. В каком случае вероятность вынуть два белых шара больше?
 - При выборе с возвращением.
 - При выборе без возвращения.
 - Вероятности равны.
5. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. *Ответ округлите до сотых.*
6. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.
7. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Андрей и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.
8. В группе туристов 300 человек. Их вертолётom доставляют в район, перевозя по 15 человек за рейс. Порядок перевозки случаен. Найдите вероятность того, что турист В. полетит первым рейсом.
9. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Сапфир» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Сапфир» начнёт игру с мячом не более одного раза.

11 класс. Урок 25. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=njjnsx4ufis46>



11 класс. Урок 25. Опыты с равновозможными элементарными событиями

Урок 26. Вычисление вероятностей событий с применением формул



1. В коробке 6 красных и 4 синих карандаша. Из коробки последовательно вынимают два карандаша без возвращения. Найдите вероятность того, что второй карандаш окажется красным, при условии, что первый был синим. *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*

2. Из колоды в 36 карт последовательно вынимают две карты без возвращения. Как изменится вероятность вынуть туза вторым, если известно, что первая карта была тузом?

- Вероятность уменьшится, так как тузов стало меньше.
- Вероятность увеличится, так как тузов стало больше.
- Вероятность не изменится.

3. В двух коробках лежат шары. В первой коробке 3 белых и 7 черных шаров. Во второй — 5 белых и 5 черных. Случайным образом выбирают коробку, а затем из неё вынимают один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар окажется белым.

4. На фабрике работают два станка. Первый станок производит 60% всей продукции, второй — 40%. Вероятность брака на первом станке — 0,03, на втором — 0,06. Найдите вероятность того, что случайно выбранное изделие окажется бракованным.

5. В двух коробках лежат шары. В первой коробке 3 белых и 7 черных шаров. Во второй — 5 белых и 5 черных. Случайным образом выбирают коробку, а затем из неё вынимают один шар. Он оказался белым. Найдите вероятность того, что он был из первой коробки.

6. В двух магазинах продаются одинаковые товары. В первом магазине вероятность брака — 0,02, во втором — 0,05. Покупатель выбирает магазин случайным образом. Купленный товар оказался бракованным. Найдите вероятность того, что он был куплен в первом магазине. *Ответ округлите до сотых.*

7. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

8. Агрофирма закупает куриные яйца в двух хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

9. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 8 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 5 очков, в случае ничьей — 3 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

10. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется хотя бы в одном автомате.

11. Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,7. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

11 класс. Урок 26. Вычисление вероятностей событий с применением формул. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=vbvnjb4bks542>

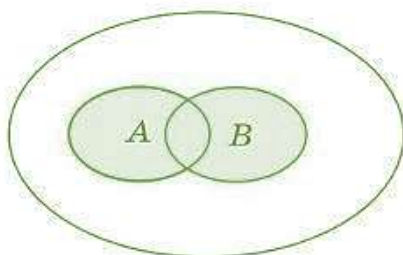


11 класс. Урок 26. Вычисление вероятностей событий с применением формул

Урок 27. Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера



1. В классе 30 человек. 20 человек занимаются спортом, 15 — музыкой, 10 — и спортом, и музыкой. Сколько человек не занимаются ни спортом, ни музыкой?
2. В группе 40 туристов. 25 говорят по-английски, 18 — по-французски, 10 — по-немецки. 8 говорят по-английски и по-французски, 6 — по-английски и по-немецки, 4 — по-французски и по-немецки. 2 говорят на всех трёх языках. Сколько туристов не говорят ни на одном из этих языков?
3. На отрезке $[0; 20]$ случайным образом выбирают точку. Найдите вероятность того, что она попадёт в промежуток $[5; 15]$.
4. В онлайн-школе «Умники» ученик сдаёт два теста: по математике и по русскому. Вероятность сдать математику с первой попытки равна 0,7. Если математика сдана, вероятность сдать русский равна 0,8. Если математика не сдана, вероятность сдать русский падает до 0,4. Найдите вероятность того, что ученик сдаст оба теста.
5. В интернет-магазине 60% заказов доставляется курьерской службой «Быстро», а 40% — службой «Точно». Вероятность того, что заказ будет доставлен вовремя, для «Быстро» равна 0,9, а для «Точно» — 0,95. Найдите вероятность того, что случайный заказ будет доставлен с опозданием.
6. На диаграмме Эйлера показаны множества: A — ученики, которые любят математику, B — ученики, которые любят физику. Закрашена область пересечения кругов.



Что означает эта область?

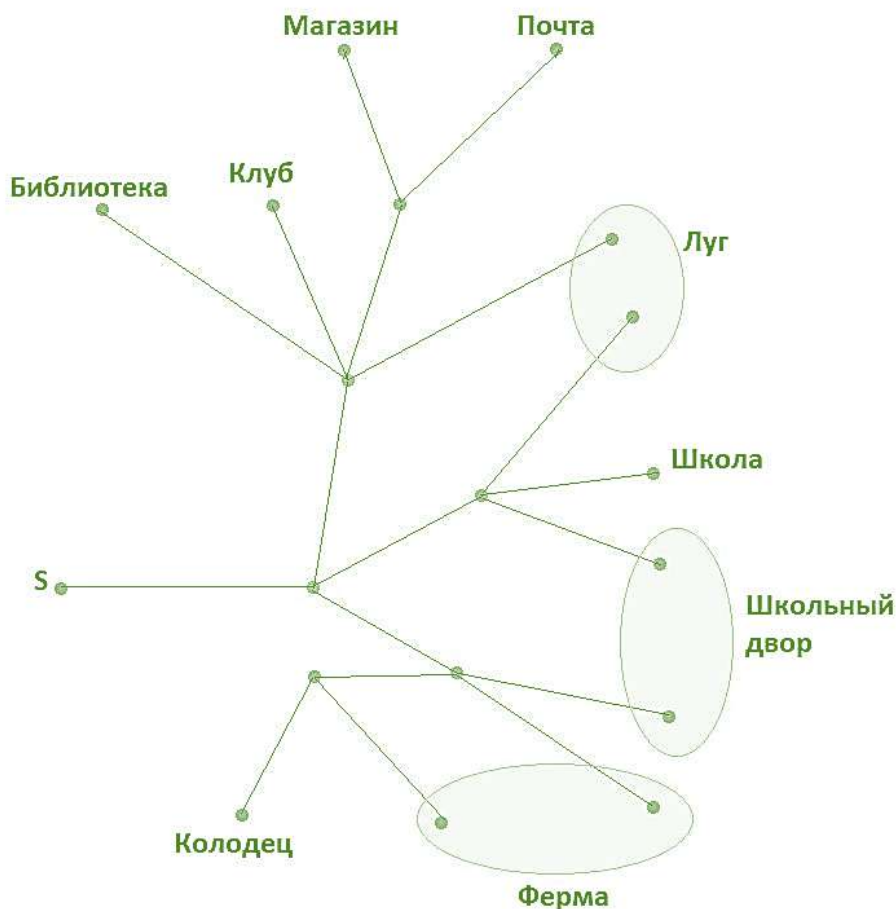
- Ученики, которые любят только математику.
- Ученики, которые любят только физику.
- Ученики, которые любят и математику, и физику.
- Ученики, которые не любят ни один предмет.

7. На рисунке изображена диаграмма Эйлера. Какая область соответствует событию $A \cap (B \cup C)$?

- Пересечение всех трёх множеств.
- Объединение всех трёх множеств.
- Пересечение A с объединением B и C .
- Объединение A с пересечением B и C .

8. Длина отрезка AB равна 25 см. Длина отрезка $AC = 14$ см. Из отрезка AB наудачу выбирают одну точку. Найдите вероятность того, что эта точка удалена от точки C менее чем на 2 см.

9. Алексей Петрович гуляет по своему поселку. Схема дорожек показана на рисунке. Он начинает прогулку в точке S и на каждой развилке с равными шансами выбирает любую из дорожек (но не возвращается). Найдите вероятность того, что Алексей Петрович придет к ферме. *Ответ запишите в виде несократимой дроби.*



11 класс. Урок 27. Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=lpakom3ifrugs>



11 класс. Урок 27. Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера

Урок 28. Случайные величины и распределения



1. Какие из перечисленных величин являются дискретными случайными величинами?

- ☐ Вес яблока.
- ☐ Количество детей в семье.
- ☐ Число очков при бросании игрального кубика.
- ☐ Рост ученика.
- ☐ Температура тела человека.
- ☐ Количество автомобилей, проезжающих за час.
- ☐ Количество опечаток на странице книги.
- ☐ Время выполнения домашнего задания.
- ☐ Уровень шума в городе.
- ☐ Число звонков в кол-центр за минуту.

2. Какие из перечисленных величин являются непрерывными случайными величинами?

- ☐ Число ошибок в диктанте.
- ☐ Количество выпавших орлов при 10 бросках монеты.
- ☐ Время выполнения теста.
- ☐ Число учеников в классе.
- ☐ Температура воздуха.
- ☐ Количество страниц в книге.
- ☐ Расстояние, которое проходит автомобиль за день.
- ☐ Рост ученика.

3. Случайная величина X задана распределением:

X	10	20	30	40
P	0,1	0,3	0,4	0,2

Найдите $P(X > 20)$.

4. Какие из следующих таблиц могут быть распределением вероятностей случайной величины?

☐

X	1	2	3
P	0,2	0,5	0,3

☐

X	1	2	3
P	0,1	0,6	0,4

☐

X	1	2	3
P	0,3	0,3	0,3

☐

X	1	2	3
P	0,4	0,4	0,1

☐

X	1	2	3
P	0,7	0,2	0,1

5. Монету бросают 6 раз. Случайная величина X — число выпавших орлов. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 4 раза. *Ответ округлите до сотых.*

6. Случайная величина X имеет биномиальное распределение $\text{Bin}(8; 0,3)$. Какое значение k имеет наибольшую вероятность?

7. Игральный кубик бросают до первого выпадения шестёрки. Случайная величина X — номер броска, на котором выпала шестёрка. Найдите вероятность того, что шестёрка выпадет на третьем броске. *Ответ округлите до сотых.*

8. Вероятность успеха в испытании равна 0,2. Случайная величина X — номер испытания, в котором произошёл первый успех. Найдите вероятность того, что первый успех произойдёт на втором испытании.

9. Среднее время работы лампочки до перегорания равно 500 часов. Случайная величина X имеет показательное распределение. Найдите вероятность того, что лампочка прослужит больше 500 часов. *Ответ округлите до сотых.*

10. Случайная величина X имеет нормальное распределение $N(50; 100)$. В каком интервале лежит примерно 95% значений?

- ☐ (30; 70).
- ☐ (40; 60).
- ☐ (20; 80).
- ☐ (0; 100).

11 класс. Урок 28. Случайные величины и распределения. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=u04jwnzziyggrc>



11 класс. Урок 28. Случайные величины и распределения

Урок 29. Математическое ожидание случайной величины



1. Случайная величина X задана распределением:

X	2	4	6	8
P	0,2	0,3	0,4	0,1

Найдите математическое ожидание $E(X)$.

2. Случайная величина X задана распределением:

X	1	3	5	7
P	0,1	0,2	0,4	0,3

Найдите $E(2X + 3)$.

3. Случайная величина X — бинарная, $P(X = 1) = 0,35$. Найдите $E(3X - 2)$.

4. Случайная величина X задана распределением:

X	2	4	6	8
P	0,1	0,4	0,3	0,2

Найдите дисперсию $D(X)$.

5. Случайная величина X имеет дисперсию $D(X) = 4$. Найдите $D(3X + 2)$.

6. Для независимых случайных величин X и Y известно: $D(X) = 2, D(Y) = 5$. Найдите $D(2X + 3Y)$.

7. Даны случайные величины X и Y . Известно: $cov(X, Y) = 3, \sigma_X = 2, \sigma_Y = 5$. Найдите коэффициент корреляции $\rho(X, Y)$.

8. Случайная величина X распределена по закону $\text{Bin}(10; 0,4)$. Найдите $E(X)$.

9. Случайная величина X распределена по закону $\text{Geom}(0,25)$. Найдите $E(X)$.

10. Случайная величина X имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,01$. Найдите $E(X)$.

11 класс. Урок 29. Математическое ожидание случайной величины. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=fc5cxvn54x2zi>



11 класс. Урок 29. Математическое ожидание случайной величины

Урок 30. Математическое ожидание случайной величины



1. В рулетке 36 чисел. Игрок ставит 10 руб. на чётное число. Если выпадает чётное, он получает 20 руб. (чистый выигрыш — 10 руб.). Если нечётное — теряет 10 руб. Найдите математическое ожидание выигрыша.
2. Таксист за смену может заработать 3000 руб. с вероятностью 0,6, 5000 руб. с вероятностью 0,3, или 2000 руб. с вероятностью 0,1. Найдите ожидаемый доход таксиста за смену.
3. На заводе 5% деталей бракованные. За каждую бракованную деталь завод платит штраф 500 руб. В день производится 1000 деталей. Найдите ожидаемый дневной убыток от брака.
4. Сервис доставки пиццы получает заказ. Время доставки: 20 мин с вероятностью 0,3, 30 мин с вероятностью 0,5, 40 мин с вероятностью 0,2. Найдите ожидаемое время доставки.
5. В лотерее 100 билетов. 2 билета выигрывают по 1500 руб., 10 билетов — по 300 руб., остальные — без выигрыша. Билет стоит 50 руб. Сколько в среднем проигрывает покупатель одного билета?
6. На ярмарке аттракцион: нужно сбить кегли. Вероятность сбить все кегли — 0,15, при этом выигрыш — 300 руб. Вероятность сбить половину — 0,25, выигрыш — 100 руб. Вероятность не сбить ничего — 0,6, выигрыш — 0 руб. Стоимость одной попытки — 80 руб. Сколько в среднем проигрывает игрок за одну попытку?
7. В онлайн-кинотеатре 40% пользователей платят 500 руб./мес, 35% — 300 руб./мес, 25% — не платят (0 руб.). Найдите ожидаемый доход с одного пользователя.
8. Инвестор вкладывает деньги в стартап. С вероятностью 0,2 он получит 1 000 000 руб., с вероятностью 0,5 — 100 000 руб., с вероятностью 0,3 — потеряет всё (0 руб.). Найдите ожидаемый доход инвестора.

11 класс. Урок 30. Математическое ожидание случайной величины. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=47fcfz4fqjyda>



11 класс. Урок 30. Математическое ожидание случайной величины

Урок 31. Контрольная работа «Вероятность и статистика»



Контрольная работа «Вероятность и статистика»

11 класс

Вариант 1

1. Дана таблица частот:

Значение	0	1	2	3	4
Частота	2	5	8	4	1

- 1) Найдите среднее арифметическое, медиану и размах.
- 2) Постройте гистограмму.
- 3) Найдите дисперсию и стандартное отклонение. *Ответ округлите до сотых.*
- 4) Как изменится среднее, если к набору добавить число 10? *Ответ обоснуйте.*

2. В группе 35 туристов. 20 говорят по-английски, 15 — по-французски, 10 — по-немецки. 7 говорят по-английски и по-французски, 5 — по-английски и по-немецки, 3 — по-французски и по-немецки. 2 говорят на всех трёх языках.

- 1) Сколько туристов не говорят ни на одном из этих языков?
- 2) Изобразите ситуацию с помощью диаграммы Эйлера. Закрасьте область, соответствующую туристам, которые говорят по-английски или по-немецки.
- 3) Случайным образом выбирают одного туриста. Какова вероятность, что он говорит хотя бы на одном языке?
- 4) Являются ли события «говорит по-английски» и «говорит по-французски» независимыми? *Ответ обоснуйте.*

3. Монету бросают 6 раз. Случайная величина X — число выпавших орлов.

- 1) Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 4 раза. *Ответ округлите до сотых.*
- 2) Найдите $E(X)$ и $D(X)$.
- 3) Постройте распределение вероятностей X .
- 4) Какова вероятность того, что орёл выпадет хотя бы один раз? *Ответ округлите до сотых.*

4. Случайная величина X задана распределением:

X	-2	0	1	3
P	0,1	0,2	0,4	0,3

- 1) Найдите $E(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$. *Ответ округлите до сотых.*
- 2) Найдите $E(2X + 3)$ и $D(2X + 3)$.
- 3) Является ли данная таблица распределением вероятностей? *Ответ обоснуйте.*
- 4) Что означает полученное значение $E(X)$ в контексте случайной величины?

5. Случайная величина X имеет нормальное распределение $N(50; 100)$.

- 1) Чему равны $E(X)$ и $D(X)$?
- 2) В каком интервале лежит примерно 95% значений?
- 3) Найдите $P(X > 70)$, используя правило трёх сигм. *Ответ округлите до сотых.*
- 4) Как изменится распределение, если все значения X умножить на 2? Укажите новые параметры.

6. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,1	0,2	0,1
2	0,2	0,3	0,1

- 1) Найдите маргинальные распределения X и Y .
- 2) Найдите $E(X)$, $E(Y)$, $E(XY)$.
- 3) Найдите ковариацию $cov(X, Y)$.
- 4) Зависимы ли X и Y ? *Ответ обоснуйте.*

7. По выборке из 6 наблюдений:

x	1	2	3	4	5	6
y	2	4	5	7	8	10

- 1) Найдите выборочное среднее $\bar{X}$, $\bar{Y}$.
- 2) Найдите выборочный коэффициент корреляции R_{XY} . *Ответ округлите до сотых.*
- 3) Найдите уравнение линейной регрессии $y = ax + b$.
- 4) Предскажите значение y при $x = 7$. *Ответ округлите до сотых.*

8. В кол-центр в среднем поступает 4 звонка в минуту. Время между звонками имеет показательное распределение.

1) Найдите вероятность того, что за минуту поступит ровно 2 звонка. *Ответ округлите до сотых.*

2) Найдите вероятность того, что промежуток между звонками будет больше 1 минуты. *Ответ округлите до сотых.*

3) Найдите математическое ожидание и дисперсию времени между звонками.

4) Сравните полученные вероятности. Что они означают в реальной ситуации?

1. Дана таблица частот:

Значение	1	2	3	4	5
Частота	3	6	5	4	2

- 1) Найдите среднее арифметическое, медиану и размах.
- 2) Постройте полигон частот.
- 3) Найдите дисперсию и стандартное отклонение. *Ответ округлите до десятых.*
- 4) Как изменится медиана, если к набору добавить число 1? *Ответ обоснуйте.*

2. В группе 40 туристов. 25 говорят по-английски, 18 — по-французски, 10 — по-немецки. 8 говорят по-английски и по-французски, 6 — по-английски и по-немецки, 4 — по-французски и по-немецки. 2 говорят на всех трёх языках.

- 1) Сколько туристов не говорят ни на одном из этих языков?
- 2) Изобразите ситуацию с помощью диаграммы Эйлера. Закрасьте область, соответствующую туристам, которые говорят по-французски и по-немецки, но не говорят по-английски.
- 3) Случайным образом выбирают одного туриста. Какова вероятность, что он говорит хотя бы на одном языке?
- 4) Являются ли события «говорит по-английски» и «говорит по-французски» независимыми? *Ответ обоснуйте.*

3. Игральный кубик бросают 4 раза. Случайная величина X — число выпадений шестёрки.

- 1) Найдите вероятность того, что шестёрка выпадет ровно 2 раза. *Ответ округлите до сотых.*
- 2) Найдите $E(X)$ и $D(X)$. *Ответ округлите до сотых.*
- 3) Постройте распределение вероятностей X .
- 4) Какова вероятность того, что шестёрка выпадет хотя бы один раз? *Ответ округлите до сотых.*

4. Случайная величина X задана распределением:

X	-1	0	2	4
P	0,2	0,1	0,4	0,3

- 1) Найдите $E(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$. *Ответ округлите до сотых.*
- 2) Найдите $E(3X - 1)$ и $D(3X - 1)$.
- 3) Является ли данная таблица распределением вероятностей? *Ответ обоснуйте.*
- 4) Что означает полученное значение $D(X)$ в контексте случайной величины?

5. Случайная величина X имеет нормальное распределение $N(100; 64)$.

- 1) Чему равны $E(X)$ и $D(X)$?
- 2) В каком интервале лежит примерно 68% значений?
- 3) Найдите $P(X > 116)$, используя правило трёх сигм. *Ответ округлите до сотых.*
- 4) Как изменится распределение, если ко всем значениям X прибавить 10? Укажите новые параметры.

6. Дана таблица совместного распределения случайных величин X и Y :

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,1	0,1	0,2
2	0,2	0,3	0,1

- 1) Найдите маргинальные распределения X и Y .
- 2) Найдите $E(X)$, $E(Y)$, $E(XY)$.
- 3) Найдите ковариацию $cov(X, Y)$.
- 4) Зависимы ли X и Y ? *Ответ обоснуйте.*

7. По выборке из 6 наблюдений:

x	1	2	3	4	5	6
y	3	5	6	8	9	11

- 1) Найдите выборочное среднее $\bar{X}$, $\bar{Y}$.
- 2) Найдите выборочный коэффициент корреляции R_{XY} . *Ответ округлите до сотых.*
- 3) Найдите уравнение линейной регрессии $y = ax + b$.
- 4) Предскажите значение y при $x = 7$. *Ответ округлите до сотых.*

8. В кол-центр в среднем поступает 3 звонка в минуту. Время между звонками имеет показательное распределение.

1) Найдите вероятность того, что за минуту поступит ровно 1 звонок. *Ответ округлите до сотых.*

2) Найдите вероятность того, что промежуток между звонками будет больше 2 минут. *Ответ округлите до тысячных.*

3) Найдите математическое ожидание и дисперсию времени между звонками. *Ответ округлите до сотых.*

4) Сравните полученные вероятности. Что они означают в реальной ситуации?

11 класс. Урок 31. Контрольная работа «Вероятность и статистика». Электронный ресурс

Ссылка для скачивания контрольной работы в формате Microsoft Word:

<https://disk.yandex.ru/d/4eXRqRv1PpqRnA>



11 класс. Урок 31. Контрольная работа «Вероятность и статистика»

Урок 32. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов



1. В одном классе за контрольную работу все ученики получили одинаковые баллы. Какая из характеристик обязательно будет равна 0?

- ☐ Среднее арифметическое.
- ☐ Медиана.
- ☐ Размах.
- ☐ Мода.

2. В двух классах написали одну контрольную. Средний балл в обоих классах — 4. В классе А дисперсия 0,2, в классе Б — 0,8. Что можно сказать о результатах?

- ☐ В классе А результаты более стабильны, чем в классе Б.
- ☐ В классе Б результаты более стабильны, чем в классе А.
- ☐ В обоих классах результаты одинаково стабильны.
- ☐ По дисперсии нельзя сравнить стабильность.

3. Средняя зарплата в компании — 80 000 руб., медиана — 50 000 руб. Какое утверждение наиболее вероятно?

- ☐ Большинство сотрудников получают около 80 000 руб.
- ☐ В компании есть несколько сотрудников с очень высокой зарплатой.
- ☐ Все сотрудники получают одинаково.
- ☐ Зарплаты распределены симметрично.

4. Какие характеристики позволяют оценить разброс данных?

- ☐ Среднее арифметическое.
- ☐ Размах.
- ☐ Дисперсия.
- ☐ Медиана.
- ☐ Стандартное отклонение.

5. Какие из утверждений о связи между средним арифметическим и медианой верны?

- ☐ Если распределение симметричное, среднее и медиана примерно равны.
- ☐ Если среднее больше медианы, распределение скошено вправо.
- ☐ Если медиана больше среднего, в данных есть большие выбросы.
- ☐ Среднее и медиана всегда равны.

6. Какие из утверждений о гистограмме верны?

- ☐ Гистограмма используется для непрерывных данных.
- ☐ Высота столбцов показывает частоту попадания в интервал.
- ☐ Гистограмма и столбчатая диаграмма — одно и то же.
- ☐ По гистограмме можно определить моду.

7. В новостях сообщили: «Средняя зарплата в регионе выросла на 10%». Что ещё нужно знать, чтобы понять, действительно ли люди стали жить лучше?

- ☐ Только новую среднюю зарплату.
- ☐ Медиану и разброс зарплат.
- ☐ Только количество работающих.
- ☐ Только инфляцию.

8. Какие из утверждений о медиане верны?

- ☐ Медиана делит упорядоченный набор на две равные части.
- ☐ Медиана устойчива к выбросам.
- ☐ Медиана всегда равна среднему арифметическому.
- ☐ Медиану можно найти только для чётного числа элементов.

11 класс. Урок 32. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=soe4n754clzaa>



11 класс. Урок 32. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов

Урок 33. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов



1. В урне 3 белых и 3 чёрных шара. Из урны вынимают 2 шара без возвращения. В каком случае вероятность вынуть два белых шара больше?

- При выборе с возвращением.
- При выборе без возвращения.
- Вероятности равны.
- Невозможно определить.

2. Монету бросают 10 раз. Какое утверждение о частоте выпадения орла верно?

- При 10 бросках частота всегда равна 0,5.
- Чем больше бросков, тем ближе частота к 0,5.
- Частота выпадения орла не зависит от числа бросков.
- После 10 орлов подряд вероятность выпадения решки возрастает.

3. Какие из утверждений о независимых событиях верны?

- ☐ Если события независимы, то $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
- ☐ Если события независимы, то знание о наступлении A не меняет вероятность B .
- ☐ Если $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, то события независимы.
- ☐ Независимые события не могут быть несовместными.

4. В чём разница между условной вероятностью $P(A|B)$ и вероятностью пересечения $P(A \cap B)$?

- $P(A|B)$ — вероятность A при условии, что B произошло, а $P(A \cap B)$ — вероятность, что произошли оба.
- $P(A|B)$ всегда больше $P(A \cap B)$.
- $P(A \cap B)$ всегда больше $P(A|B)$.
- Это одно и то же.

5. В коробке 10 шаров: 3 красных, 4 синих, 3 зелёных. Из коробки вынимают один шар. Какое событие является достоверным?

- Вынут красный шар.
- Вынут синий или красный шар.
- Вынут зелёный шар.
- Вынут шар одного из трёх цветов.

6. Вероятность события А равна 0,4, вероятность события В равна 0,6. Могут ли эти события быть несовместными?

- ☐ Да, могут.
- ☐ Нет, не могут.
- ☐ Да, но только если они противоположны.
- ☐ Нет, так как их сумма равна 1.

7. Что такое частота события в серии испытаний?

- ☐ Отношение числа наступлений события к общему числу испытаний.
- ☐ Число наступлений события.
- ☐ Вероятность события.
- ☐ Отношение вероятности события к числу испытаний.

8. События А и В несовместны. Что можно сказать об их пересечении?

- ☐ $A \cap B = A$.
- ☐ $A \cap B = B$.
- ☐ $A \cap B = \emptyset$.
- ☐ $A \cap B = \Omega$.

9. Какие из утверждений о противоположных событиях верны?

- ☐ Они несовместны.
- ☐ Они образуют полную группу событий.
- ☐ Их вероятности в сумме равны 1.
- ☐ Они могут произойти одновременно.

11 класс. Урок 33. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов. Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=fik5uwu7nshsu>



11 класс. Урок 33. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов

Урок 34. Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины



1. В классе 20 учеников. Их рост измерили с точностью до 1 см. Можно ли утверждать, что рост учеников — это дискретная случайная величина?

- Да, так как рост измерен с точностью до 1 см.
- Нет, рост всегда непрерывная величина.
- Да, но только если все ученики одного роста.
- Нет, так как рост может быть любым числом.

2. Что показывает математическое ожидание случайной величины?

- Наиболее вероятное значение.
- Среднее значение при многократном повторении опыта.
- Разброс значений вокруг среднего.
- Минимальное возможное значение.

3. Какие из утверждений о дисперсии верны?

- ☐ Дисперсия не может быть отрицательной.
- ☐ Дисперсия равна 0, если все значения одинаковы.
- ☐ Дисперсия измеряется в тех же единицах, что и случайная величина.
- ☐ Чем больше дисперсия, тем больше разброс.

4. В чём разница между дискретной и непрерывной случайной величиной?

- Дискретная принимает отдельные значения, непрерывная — любые значения из промежутка.
- Дискретная всегда целая, непрерывная — всегда дробная.
- Непрерывная всегда положительная, дискретная — любая.
- Разницы нет.

5. Ковариация двух случайных величин показывает:

- Наличие и направление связи между ними.
- Среднее значение каждой из них.
- Разброс значений каждой из них.
- Вероятность их совместного наступления.

6. Если коэффициент корреляции двух случайных величин равен 0, то:

- ☐ Величины независимы.
- ☐ Линейная связь отсутствует.
- ☐ Связь есть, но нелинейная.
- ☐ Величины обязательно независимы.

7. Какие из утверждений о стандартном отклонении верны?

- ☐ Оно измеряется в тех же единицах, что и случайная величина.
- ☐ Оно всегда меньше дисперсии.
- ☐ Чем больше стандартное отклонение, тем больше разброс.
- ☐ Оно равно квадрату дисперсии.

8. Случайная величина X принимает значения 0 и 1. Что можно сказать о её дисперсии?

- ☐ Она максимальна при $P(X=1) = 0,5$.
- ☐ Она максимальна при $P(X=1) = 0$.
- ☐ Она максимальна при $P(X=1) = 1$.
- ☐ Она всегда равна 0.

9. Для независимых случайных величин X и Y выполняется равенство:

- ☐ $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$.
- ☐ $D(X+Y) = D(X) \cdot D(Y)$.
- ☐ $D(X+Y) = D(X) - D(Y)$.
- ☐ $D(X+Y) = D(X) / D(Y)$.

10. Какие из утверждений о математическом ожидании верны?

- ☐ $E(c) = c$ для любой константы.
- ☐ $E(cX) = c \cdot E(X)$.
- ☐ $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$ для любых X и Y .
- ☐ $E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$ для любых X и Y .

**11 класс. Урок 34. Случайные величины и распределения.
Математическое ожидание случайной величины. Электронный
ресурс**

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=dqex6ybnh5nfo>



**11 класс. Урок 34. Случайные величины и распределения. Математическое
ожидание случайной величины**

11 КЛАСС. ОТВЕТЫ

Урок 1. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел

1. математического ожидания
2. 0,25
3. 0,44
4. 0,25
5. 0,25
6. 0
7. Вероятность того, что X отклонится от 50 не менее чем на 6 в обе стороны, не превосходит 0,25
8. 2

Урок 2. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел

1. 0,9
2. 0,84
3. 0,87
4. 2375
5. 0,71
6. С вероятностью не менее 0,88 частота события отклонится в обе стороны от 0,35 меньше чем на 0,05

Урок 3. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел

1. математическому ожиданию
2. 0,75
3. 0,2
4. $1 \rightarrow 2$; $2 \rightarrow 1$
5. С вероятностью не менее 0,92 среднее арифметическое отклонится от 12 в обе стороны меньше чем на 0,5
6. Для X , так как дисперсия меньше
7. 1, 3, 5

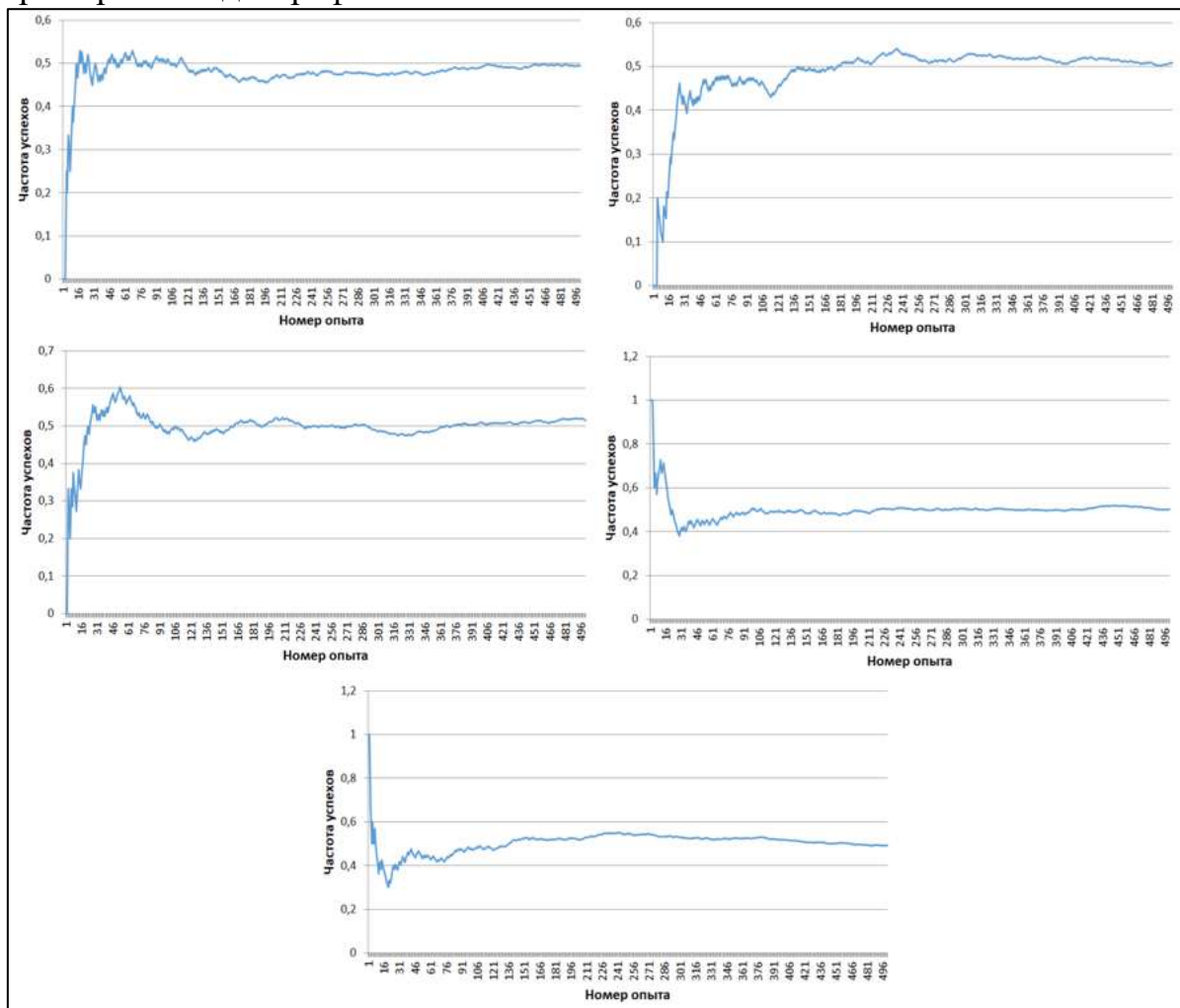
Урок 4. Выборочный метод исследований

1. генеральной; выборочной; репрезентативностью
2. Выборка, в которой каждый элемент генеральной совокупности имеет равные шансы попасть.
3. Закон больших чисел.
4. 1, 2, 4, 5
5. все жители города
6. 500 случайно выбранных разговоров
7. 1, 3, 5



Урок 5. Практическая работа с использованием электронных таблиц

1. Примерные виды графиков:



Примерные текстовые ответы:

- 1) При увеличении числа опытов частота события стремится к его вероятности, то есть практически перестаёт быть случайной. Это высказывание соответствует теореме Бернулли.
- 2) При увеличении числа опытов частота определенного события стремится к теоретической вероятности этого события. Это явление описывается законом больших чисел, который утверждает, что по мере увеличения числа испытаний относительная частота события (то есть количество раз, когда событие произошло, деленное на общее количество испытаний) будет все ближе и ближе к его истинной вероятности. Это подтверждается проведенным опытом, чем больше ставится вероятность в ячейке G1, тем больше частота успехов испытания в опытах.

Урок 6-7. Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик

1. Выборка З

2. 0,86

- 3. 1,14
- 4. 7
- 5. уменьшается
- 6. 4,8
- 7. 4

Урок 8. Оценивание вероятностей событий по выборке

- 1. несмещённой; состоятельной
- 2. Интервал сужается (точность растёт)
- 3. 0,04
- 4. 0,51
- 5. (0,476; 0,924)
- 6. 1, 3

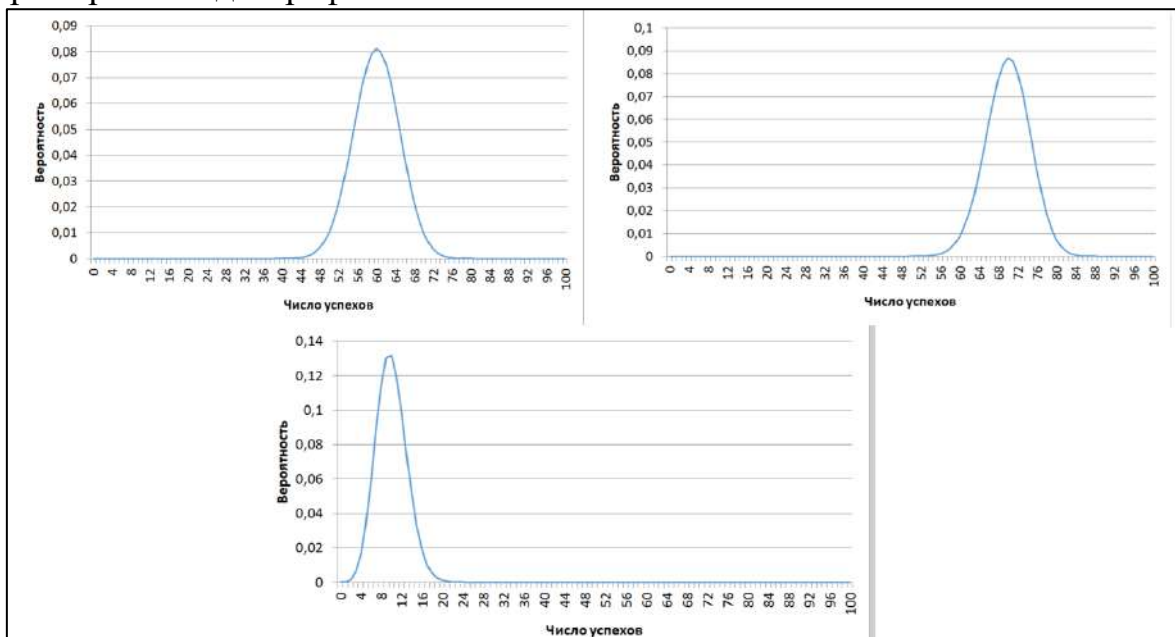
Урок 9-10. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений

- 1. нулевой; альтернативной
- 2. отвергнуть верную нулевую гипотезу
- 3. принять неверную нулевую гипотезу
- 4. Принять H_0 , так как $|0,45 - 0,5| < 0,1$
- 5. 0,05
- 6. 0,11
- 7. Принять H_0
- 8. Вероятность ошибки первого рода не превосходит 0,05
- 9. Ошибка первого рода
- 10. Ошибка второго рода
- 11. При проверке эффективности нового лекарства

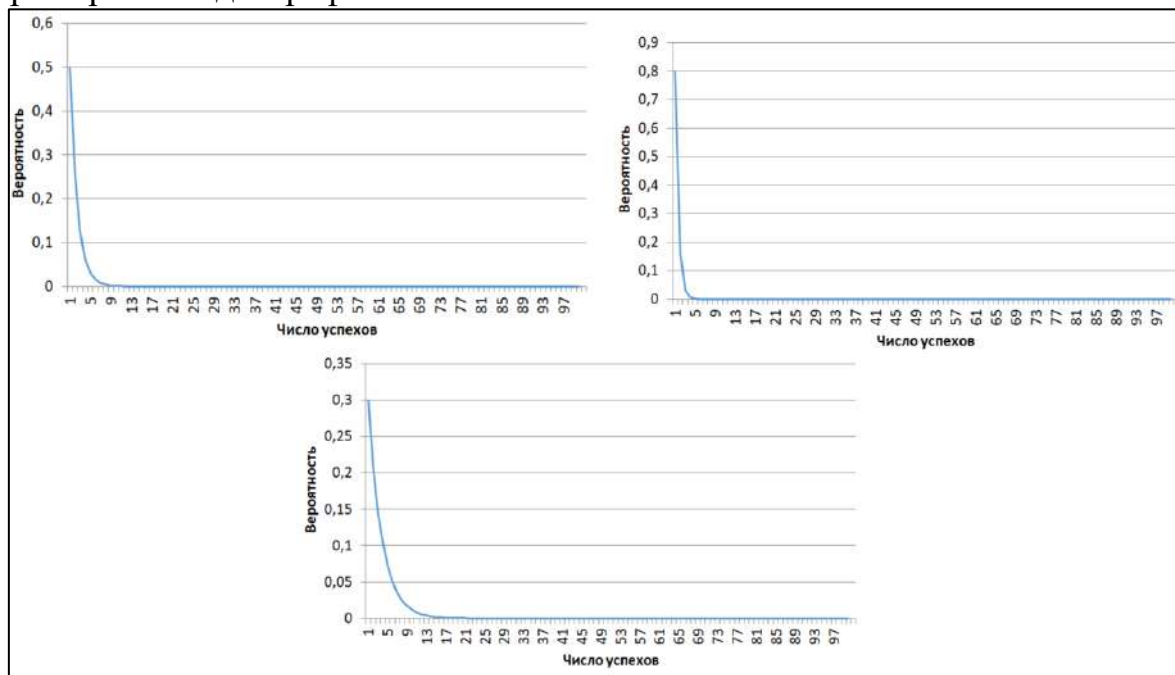


Урок 11. Практическая работа с использованием электронных таблиц

1. Примерные виды графиков:



2. Примерные виды графиков:



Урок 12. Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности

1. 0
2. $F(5) - F(2)$
3. 0,6
4. 0,625
5. 0,5
6. непрерывной
7. 0,32
8. 3

Урок 13. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям

1. 5
2. 5,33
3. 0,4
4. 0,5
5. 0,42
6. Нормальное
7. 2,89
8. 1, 3
9. 0,25

Урок 14. Функция плотности вероятности показательного распределения

1. 0,27
2. 0,002
3. 100
4. 100
5. 0,37
6. 0,63
7. Отсутствие памяти
8. Это интенсивность поломок: в среднем 0,001 поломки в час
9. Вероятность одинакова в обоих случаях
10. Вторая

Урок 15. Функция плотности вероятности нормального распределения

1. Колоколообразную
2. 2
3. 5
4. 0,68
5. 0,997
6. Почти все значения нормально распределённой случайной величины лежат в интервале $(a - 3\sigma; a + 3\sigma)$
7. (160; 180)
8. Центральная предельная теорема
9. 0,002

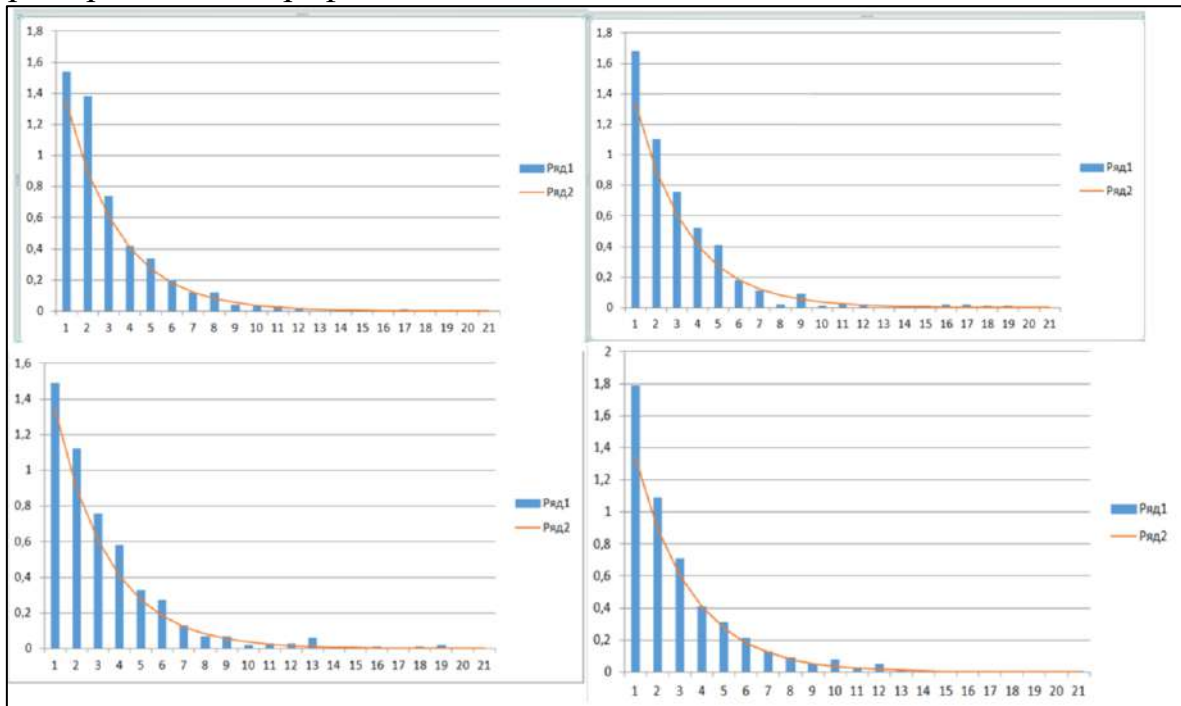
Урок 16. Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона

1. Биномиального распределения
2. 0,22
3. 0,97
4. 0,13
5. 0,14
6. 4 звонка
7. Пуассона с $\lambda = 0,5$
8. 0,95
9. Для города А
10. Оно описывает вероятность редких событий, происходящих с малой вероятностью, но в большом числе испытаний



Урок 17. Практическая работа с использованием электронных таблиц

1. Примерные виды графиков:



Урок 18. Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции

1. наличие и направление связи между ними
2. при увеличении X в среднем увеличивается Y
3. 0
4. 2
5. 0,25
6. сильная положительная
7. сильная отрицательная
8. Нет, $\rho = 0$ означает только отсутствие линейной связи
9. 1, 2, 3
10. -0,04
11. 0,22

Урок 19. Совместные наблюдения двух величин

1. положительная
2. линейная связь отсутствует
3. 3; 7; 25; 4
4. Положительный
5. связь слабая отрицательная
6. 0,05-0,35

Урок 20. Выборочный коэффициент корреляции

1. 0,25
2. 0,97

3. $-0,92$
4. Обе связи примерно одинаково сильные
5. Линейная связь очень слабая или отсутствует

Урок 21. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью

1. 1, 2, 3, 4
2. Наличие статистической связи не означает, что одна величина является причиной другой
3. Посчитать, что пожарные машины вызывают пожары
4. Контролируемый эксперимент
5. Нет, но корреляция настолько сильная, что это серьёзный аргумент в пользу причинной связи
6. Нет, это пример ложной корреляции, скорее всего связанной с изменением судоходства и технологий
7. Это ложная корреляция, связанная с тем, что студенты, которые больше читают, чаще носят очки и лучше учатся
8. Это корреляция, но не обязательно причинная
9. Это корреляция, но не обязательно причинная

Урок 22. Линейная регрессия

1. метод наименьших квадратов
2. 2
3. 0,5
4. $y = 1,6x + 1,5$
5. $y = -0,75x + 8,55$
6. 9
7. $y = 1,7x + 0,5$



Урок 23. Практическая работа с использованием электронных таблиц

Примерный вид ответа:

№	Страна	Средняя продолжительность жизни	Средняя зарплата(\$)	коэффициент корреляции	Ссылка	Год
1	Россия	74,69	2159	0,549637529	источник информации	2025
2	США	80,59	6455		источник информации	2024
3	Египет	70,81	222			
4	Турция	78,68	314			
5	Таиланд	82,05	508			
6	Вьетнам	74,74	448			
7	КНР	83,61	1122			
8	Республика Корея	82,97	2180			
9	Япония	84,83	2476			
10	Республика Кипр	82,05	2314			
11	Казахстан	70,36	673			
12	Италия	82,59	2763			
13	Бразилия	76,18	402			
14	Канада	83,8	5081			
15	Франция	82,59	3655			
16	Австралия	83,73	4218			
17	КНДР	73,71	37			
18	Индия	72,03	628			
19	Индонезия	71,1	344			
20	Аргентина	77,98	427			
21	Саудовская Аравия	78,1	1888			
22	Польша	78,6	1416			
23	Пакистан	67,34	163			
24	Монголия	72	331			
25	ЮАР	61,01	1362			

Вывод:

Можно сделать вывод, что, в общем, чем выше средняя заработная плата в стране, тем дольше средняя продолжительность жизни её жителей. В странах, в которых примерно одинаковая средняя зарплата, наблюдается схожая продолжительность жизни людей. То же и показывает линия тренда (чем ниже зарплата, тем меньше продолжительность жизни). Таким образом, зарплата влияет на продолжительность жизни людей. Направление

№	Страна	Средняя продолжительность жизни	Рождаемость	коэффициент корреляции	Ссылка	Год
1	Чили	78,94	19456334	-0,129055064	источник информации	2021
2	ОАЭ	78,71	90831		источник информации	2021
3	Монголия	70,97	70193			
4	Швеция	83,16	113236			
5	Австрия	81,24	85345			
6	Словения	80,88	23 087			
7	Бутан	71,81	775442			
8	Нигерия	52,68	7330875			
9	Мали	58,94	22388630			
10	Лесото	53,06	56302			
11	Бурунди	61,66	454572			
12	Руанда	66,07	392497			
13	Россия	69,36	1421809			
14	Сальвадор	70,75	101029			
15	Тунис	73,77	168668			
16	Южная Корея	83,53	259300			
17	Италия	82,8	40705			
18	Бенин	59,82	466510			
19	Сомали	55,28	761567			
20	Великобритания	80,70	693027			
21	Пакистан	66,1	6797293			
22	Китай	85,49	10461124			
23	Мальта	82,86	4345			
24	Греция	80,18	86163			
25	Танзания	66,2	2262827			

Вывод:

Судя по данным средней продолжительности жизни и рождаемости в 25 странах, а так же судя по графику и коэффициенту корреляции, который равен -0,129055064 (слабая сила корреляционной связи), можно сделать вывод, что средняя продолжительность жизни не зависит от



Урок 24. Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика

1. 60
2. 0,87
3. 238
4. 16,86
5. 8
6. В компании «Бета», так как разница между средним и медианой меньше
7. В классе А, так как разброс меньше — результаты более стабильны
8. 1, 3, 4, 5
9. Потому что неизвестен разброс результатов
10. В классе А, так как столбцы распределены по большему диапазону
11. Группа Б
12. 10-15



Урок 25. Опыты с равновозможными элементарными событиями

1. $1/105$
2. $1/22$
3. $3/7$
4. При выборе с возвращением
5. 0,14
6. 0,5
7. 0,48
8. 0,05
9. 0,5



Урок 26. Вычисление вероятностей событий с применением формул

1. $2/3$
2. Вероятность уменьшится, так как тузов стало меньше
3. 0,4
4. 0,042
5. 0,375
6. 0,29
7. 0,52
8. 0,75
9. 0,28
10. 0,52
11. 0,657



Урок 27. Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера

1. 5
2. 3
3. 0,5
4. 0,56
5. 0,08
6. Ученики, которые любят и математику, и физику
7. Пересечение A с объединением B и C
8. 0,16
9. $1/6$



Урок 28. Случайные величины и распределения

1. 2, 3, 6, 7, 10
2. 3, 5, 7, 8
3. 0,6
4. 1, 5
5. 0,23
6. 2
7. 0,12
8. 0,16
9. 0,37
10. (30; 70)



Урок 29. Математическое ожидание случайной величины

1. 4,8
2. 12,6
3. $-0,95$
4. 3,64
5. 36
6. 53
7. 0,3
8. 4
9. 4
10. 100



Урок 30. Математическое ожидание случайной величины

1. 0
2. 3500
3. 25000
4. 29
5. 10
6. 10
7. 305
8. 250000



Урок 31. Контрольная работа «Вероятность и статистика»

Вариант 1

1. 1) 1,85; 2) 4; 3) 1,03; 1,01; 4) увеличится до 2,24
2. 1) 3; 3) 0,914; 4) события зависимы, так как $P(A \cap B) = 7/35 = 0,2$, а $P(A) \cdot P(B) = (20/35) \cdot (15/35) = 12/49 \approx 0,245$; $0,2 \neq 0,245$
3. 1) 0,23; 2) 3; 1,5; 3) распределение X: $P(X=0)=1/64$; $P(X=1)=6/64$; $P(X=2)=15/64$; $P(X=3)=20/64$; $P(X=4)=15/64$; $P(X=5)=6/64$; $P(X=6)=1/64$; 4) 0,98
4. 1) 1,1; 2,29; 1,51; 4) 5,2; 9,16; 3) да; 4) среднее значение
5. 1) 50; 100; 3) (30;70); 4) 0,02; 5) $N(100;400)$
6. 1) $P(X=1)=0,4$; $P(X=2)=0,6$; $P(Y=1)=0,3$; $P(Y=2)=0,5$; $P(Y=3)=0,2$; 2) 1,6; 1,9; 3; 3) $-0,04$; 4) зависимы, так как $P(X=1, Y=1)=0,1$, а $P(X=1) \cdot P(Y=1)=0,4 \cdot 0,3=0,12$; $0,1 \neq 0,12$
7. 1) 3,5; 6; 2) 0,99; 3) $y = 1,54x + 0,61$; 4) 11,39
8. 1) 0,15; 2) 0,02; 3) 0,25; 0,0625; 4) $0,15 > 0,02$ – вероятность получить ровно 2 звонка за минуту выше, чем вероятность ждать следующий звонок больше минуты

Вариант 2

1. 1) 2,8; 3; 4; 3) 1,5; 1,2; 4) не изменится (останется 3)
2. 1) 3; 3) 0,925; 4) события зависимы, так как $P(A \cap B) = 8/40 = 0,2$, а $P(A) \cdot P(B) = (25/40) \cdot (18/40) = 450/1600 = 0,28125$; $0,2 \neq 0,28125$
3. 1) 0,12; 2) 0,67; 0,56; 3) распределение X: $P(X=0)=625/1296$; $P(X=1)=500/1296$; $P(X=2)=150/1296$; $P(X=3)=20/1296$; $P(X=4)=1/1296$; 4) 0,52
4. 1) 1,8; 3,36; 1,83; 2) 4,4; 30,24; 3) да; 4) мера разброса
5. 1) 100; 64; 2) (92;108); 3) 0,02; 4) $N(110;64)$
6. 1) $P(X=1)=0,4$; $P(X=2)=0,6$; $P(Y=1)=0,3$; $P(Y=2)=0,4$; $P(Y=3)=0,3$; 2) 1,6; 2; 3,1; 3) $-0,1$; 4) зависимы, так как $P(X=1, Y=1)=0,1$, а $P(X=1) \cdot P(Y=1)=0,4 \cdot 0,3=0,12$; $0,1 \neq 0,12$
7. 1) 3,5; 7; 2) 0,99; 4) $y = 1,54x + 1,61$; 5) 12,39
8. 1) 0,15; 2) 0,002; 3) 0,33; 0,11; 4) $0,15 > 0,002$ – вероятность получить ровно 1 звонок за минуту значительно выше, чем вероятность ждать следующий звонок больше 2 минут



Урок 32. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов

1. Размах
2. В классе А результаты более стабильны, чем в классе Б
3. В компании есть несколько сотрудников с очень высокой зарплатой
4. 2, 3, 5
5. 1, 2
6. 1, 2, 4
7. Медиану и разброс зарплат
8. 1, 2



Урок 33. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов

1. При выборе с возвращением
2. Чем больше бросков, тем ближе частота к 0,5
3. 1, 2, 3
4. $P(A|B)$ — вероятность А при условии, что В произошло, а $P(A \cap B)$ — вероятность, что произошли оба
5. Вынут шар одного из трёх цветов
6. Да, могут
7. Отношение числа наступлений события к общему числу испытаний
8. $A \cap B = \emptyset$
9. 1, 2, 3



Урок 34. Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины

1. Нет, рост всегда непрерывная величина
2. Среднее значение при многократном повторении опыта
3. 1, 2, 4
4. Дискретная принимает отдельные значения, непрерывная — любые значения из промежутка
5. Наличие и направление связи между ними
6. Линейная связь отсутствует
7. 1, 3
8. Она максимальна при $P(X=1) = 0,5$
9. $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$
10. 1, 2, 3

ТЕХНИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ОНЛАЙН-ТЕСТОВ НА ПЛАТФОРМЕ OnlineTestPad

Данный сборник включает в себя онлайн-тесты для каждого урока, созданные на платформе OnlineTestPad (<https://onlinetestpad.com>). Платформа представляет собой бесплатный конструктор для разработки и проведения тестирований, который широко используется в образовательной практике благодаря удобному интерфейсу, гибким настройкам и возможности автоматической проверки результатов.

Все тесты, представленные в этом сборнике, уже созданы, полностью настроены и готовы к использованию. Вам не нужно разрабатывать их с нуля, достаточно выполнить несколько простых действий (описанных в рекомендациях), чтобы скопировать тест в свой личный кабинет. После этого вы получаете полноценный инструмент для организации домашней работы, который работает в автоматическом режиме.

Ключевые преимущества использования онлайн-тестов из данного сборника:

- 1. Экономия времени учителя.** Проверка домашних заданий полностью автоматизирована. Вам остается только зайти в личный кабинет, посмотреть результаты и выставить оценки в журнал. Освободившееся время можно направить на подготовку к урокам, индивидуальную работу с учениками или методическую деятельность.
- 2. Мгновенная обратная связь для ученика.** Ученик видит свой результат сразу после завершения теста. Это позволяет ему самостоятельно оценить уровень усвоения материала, выявить ошибки и при необходимости обратиться к учителю с конкретными вопросами.
- 3. Объективность и единообразие оценки.** Система проверяет ответы строго по заданным критериям. Никакой «человеческий фактор» (усталость, спешка, субъективное восприятие) не влияет на результат.
- 4. Защита от списывания.** Платформа поддерживает перемешивание вопросов и вариантов ответов, а также возможность ограничения по IP-адресу. Кроме того, как отмечено в предисловии к сборнику, многие задания в онлайн-формате представлены в нескольких вариантах (с разными числами или формулировками), которые случайным образом распределяются между учениками. Это практически исключает возможность списывания.
- 5. Гибкость настройки.** Скопировав тест в свой кабинет, вы можете изменять его по своему усмотрению: корректировать вопросы, настройки, шкалу оценивания, временные ограничения, количество попыток и другие параметры.
- 6. Универсальность использования.** Тесты подходят для различных форматов работы: домашние задания, дистанционное обучение, самостоятельные работы на уроке (при наличии компьютерного класса или личных устройств учеников), подготовка к контрольным работам, передача и дополнительная тренировка.

Что нужно для начала работы?

Для использования онлайн-тестов из данного сборника вам потребуется:

- компьютер, планшет или смартфон с доступом в интернет (как вам, так и ученикам);

- регистрация на платформе OnlineTestPad (бесплатно);
- 5–10 минут на освоение базовых действий (регистрация, копирование теста, получение ссылки).

Ниже приведены пошаговые инструкции по регистрации на платформе, краткий обзор ее ключевых возможностей и алгоритм добавления готовых тестов в свой личный кабинет. Все действия описаны максимально подробно, чтобы даже начинающий пользователь справился без затруднений.

Регистрация на платформе

Для начала работы с онлайн-тестами необходимо зарегистрироваться на платформе OnlineTestPad.

Порядок действий:

1. Перейдите по ссылке <https://onlinetestpad.com/ru/account/register> или отсканируйте QR-код.



Ссылка для регистрации на платформе OnlineTestPad

2. Заполните поля:

- Ваш адрес электронной почты (e-mail)
- Пароль
- Подтверждение пароля

3. Примите условия пользовательского соглашения.

4. Нажмите на кнопку «Зарегистрироваться».

После заполнения всех полей будет сформирована **заявка на регистрацию**. Для завершения регистрации необходимо подтвердить её.

Подтверждение регистрации – это процесс, с помощью которого платформа удостоверяется, что указанный при регистрации адрес электронной почты принадлежит пользователю (или пользователь имеет к нему доступ).

Важно: заявка на регистрацию активна **24 часа**. По истечении этого времени неподтверждённый аккаунт будет удалён.

Способы подтверждения:

Способ 1. Ссылка из письма

После регистрации на указанный e-mail приходит письмо, содержащее ссылку для подтверждения. Для активации аккаунта необходимо перейти по этой ссылке или скопировать её в адресную строку браузера.

Способ 2. Код подтверждения

В случае, если письмо не пришло или пришло пустым, можно подтвердить регистрацию через код подтверждения, который также высылается на указанную почту.

Для получения кода:

1. Перейдите на страницу: <https://onlinetestpad.com/ru/account/registercode>
2. Введите адрес электронной почты, указанный при регистрации.
3. Нажмите на кнопку «Выслать».
4. После успешной отправки на почту придёт код подтверждения.
5. Введите полученный код в текстовое поле на сайте.

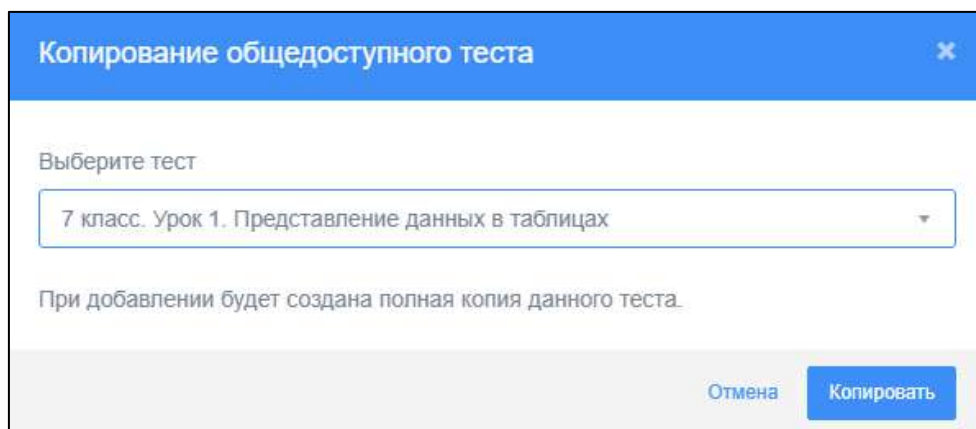
При правильном вводе кода появится сообщение об успешном подтверждении аккаунта.

Без подтверждения регистрации работа на сайте в личном кабинете невозможна!

Добавление тестов в свой личный кабинет

Для добавления теста в личный кабинет необходимо перейти по ссылке или отсканировать QR-код, указанные после каждого комплекта заданий к уроку. Перед выполнением этого действия требуется авторизоваться в личном кабинете.

После перехода по ссылке появляется окно с предложением скопировать тест. Для добавления теста в свой кабинет нажмите кнопку «Копировать».



Скопированный тест становится доступен в личном кабинете и может быть изменён: допускается редактирование содержания, начальной страницы, настроек и параметров оценки.

Если окно копирования не появилось, это означает, что пользователь не авторизован в системе. В таком случае произойдёт перенаправление на страницу входа. После входа в личный кабинет процедуру копирования следует повторить.

Настройка и использование тестов в личном кабинете

После копирования теста в личный кабинет становится доступен полный набор инструментов для его настройки. Настройка теста осуществляется в нескольких вкладках, каждая из которых отвечает за определённые параметры.

Вкладка «Настройки»

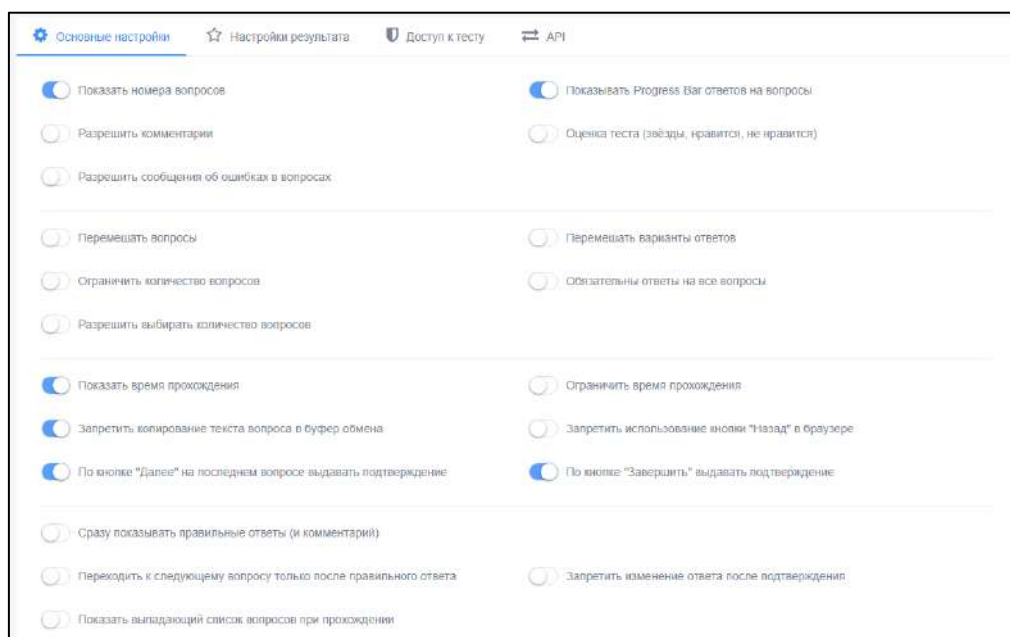
В данной вкладке устанавливаются параметры прохождения теста.

Основные настройки

Рекомендуется активировать следующие поля:

- Показывать номера вопросов.
- Progress Bar (индикатор прогресса) ответов на вопросы.
- Показывать время прохождения.
- Запретить копирование текста вопросов в буфер обмена.
- По кнопке «Далее» на последнем вопросе выдавать подтверждение.
- По кнопке «Завершить» выдавать подтверждение.

Наличие данных настроек позволяет учащемуся отслеживать свой прогресс и предотвращает случайное завершение теста. Настройки наглядно представлены на скриншоте.

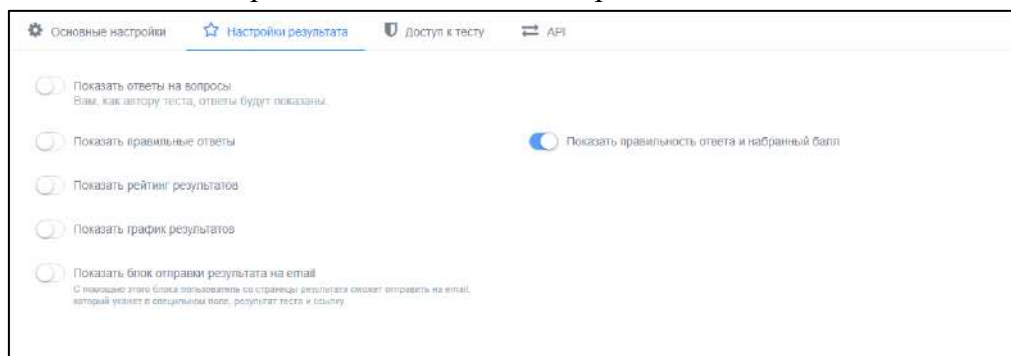


При необходимости в этой вкладке также может быть установлено ограничение времени прохождения.

Настройки результата

Для обеспечения объективности и предотвращения распространения ответов рекомендуется установить следующие параметры:

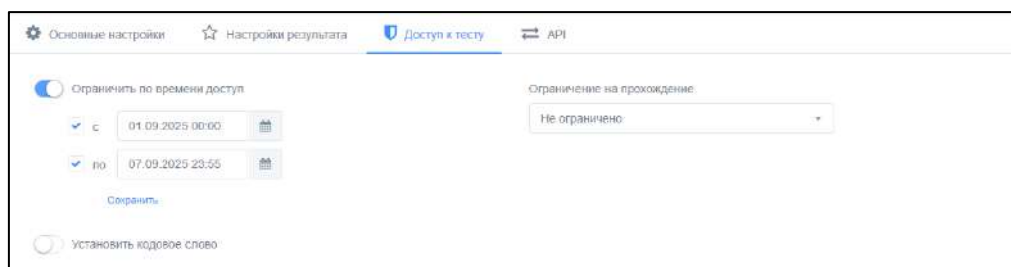
- Показывать правильность ответа и набранный балл.



При таких настройках учащийся видит только итоговый процент выполнения и оценку. При этом ему не доступны вопросы, на которые он ответил верно или неверно, а также правильные ответы. Это позволяет избежать передачи информации о содержании работы другим ученикам.

Допуск к тесту

В данной вкладке при необходимости можно ограничить доступ к работе по времени. Для этого достаточно активировать соответствующую функцию и установить временной интервал, в рамках которого тест будет доступен для прохождения.



Вкладка «Начальная страница»

В данной вкладке доступны для редактирования поля «Описание» и «Инструкция к тесту». Учитель может разместить в них любую информацию, необходимую для организации работы (техническую информацию лучше убрать).

Форма регистрации предназначена для идентификации учащегося. В форме регистрации предусмотрены поля: «Фамилия», «Имя» (свободный ввод) и «Класс» (выбор из выпадающего списка). В списке представлены классы с литерами «А», «Б», «В», «Г», «Д». Данный набор добавлен с избытком, чтобы охватить возможное количество параллелей. Если в школе меньше классов, лишние литеры можно удалить из списка; при необходимости большего числа параллелей – добавить недостающие.

Однако необходимо учитывать, что ученик может вписать в поля «Фамилия» и «Имя» любые данные. В связи с этим для обеспечения достоверной идентификации рекомендуется использовать функционал **СДО (системы дистанционного обучения)**, встроенный в платформу. Подробное описание работы с СДО представлено в соответствующем разделе. При использовании СДО возможна точная привязка к конкретному классу (например, 7 «А», 8 «Б»), что исключает путаницу с результатами.

Вкладка «Результат»

В данной вкладке установлены параметры перевода набранного процента в традиционную пятибалльную систему оценивания. Во всех тестах, представленных в сборнике, используются следующие шкалы:

Процент выполнения	Оценка
0–49%	2
50–69%	3
70–85%	4
86–100%	5

При необходимости учитель может изменить данные параметры в соответствии с принятыми в школе нормами оценивания.

СИСТЕМА ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ (СДО) НА ПЛАТФОРМЕ

Платформа OnlineTestPad предоставляет встроенную систему дистанционного обучения (СДО), которая значительно упрощает организацию и проведение тестирований, а также управление результатами учащихся.

СДО позволяет:

- Формировать группы учащихся (классы) и управлять их составом.
- Назначать тесты и занятия с привязкой к календарю.
- Автоматически собирать и систематизировать результаты выполнения заданий.
- Вести журнал успеваемости в разрезе групп.
- Предоставлять учащимся доступ к заданиям через персональные кабинеты.

Ключевое преимущество СДО – идентификация учащихся. В отличие от стандартной формы регистрации, где ученик может вписать любые данные, СДО обеспечивает привязку к конкретному пользователю, что исключает путаницу с результатами и **упрощает учёт успеваемости**.

Подробная **инструкция по работе с СДО** представлена на официальном сайте платформы. С ней можно ознакомиться по ссылке <https://app.onlinetestpad.com/assets/files/sdo-help.pdf> или отсканировав QR-код:



Ссылка на инструкцию по работе с СДО

Если по каким-либо причинам использование системы дистанционного обучения (СДО) не представляется возможным, платформа позволяет организовать выдачу тестов через основную ссылку.

Для получения ссылки необходимо перейти в раздел «**Дашборд**», где расположено поле «**Основная ссылка**». Данная ссылка предназначена для передачи учащимся. При переходе по ней обучающиеся заполняют свои персональные данные и приступают к выполнению работы.

Результаты выполнения тестов доступны для просмотра в разделе «**Статистика**». Для удобства работы с результатами рекомендуется перейти в подраздел «**Таблица результатов**».

Профиль статистики		Основной (все результаты)											
													
Кол-во прохождений		Отдельные ответы		По вопросам		По результатам		Таблица результатов			Сводные данные		
10				 Сохранить в Excel		 Перезагрузить							
☐	#	Пользователь	IP	Дата завершения	Потрачено времени	Фамилия	Имя	Класс	Количество правильных ответов	Процент правильных ответов (%)	Всего оценок		
☐	%			17.01.2026 15.08	00:12:47			10Г	11.9	65.39	4		
☐	%			11.11.2025 18.15	00:19:41			10Г	14.4	82.76	5		
☐	%			11.11.2025 13:47	00:09:11			10Б	16.4	94.25	5		
☐	%			11.11.2025 08.02	00:19:52			10Б	17.4	100	5		
☐	%			11.11.2025 07:47	00:42:35			10А	17.4	100	5		

Для дальнейшего анализа и выставления оценок целесообразно сохранять таблицу результатов в формате **Excel** (соответствующая кнопка предусмотрена в интерфейсе). Используя стандартные средства сортировки электронных таблиц, можно упорядочить данные по классам и алфавиту, что значительно упрощает обработку результатов и выставления оценок в журнал.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

В дополнение к основному содержанию пособия представлены материалы, которые могут быть использованы как для организации учебной деятельности на уроках, так и для самостоятельной работы учащихся во внеурочное время.

1. Практическая работа по теме «Математическое ожидание и дисперсия»

В пособии представлена практическая работа, направленная на формирование умений вычислять математическое ожидание и дисперсию случайной величины с использованием электронных таблиц.

Работа предполагает выполнение расчётов в среде табличного процессора (Microsoft Excel) и включает задания на вычисление основных числовых характеристик распределений, анализ полученных результатов и их интерпретацию. Такой формат позволяет учащимся не только освоить вычислительные алгоритмы, но и увидеть практическое применение вероятностных моделей.

Материалы представлены в электронном виде и доступны для скачивания, а также могут быть адаптированы под конкретные версии программного обеспечения, используемого в образовательной организации.

2. Тренировочные задания к ЕГЭ

В разделе представлены тренировочные задания, направленные на подготовку к выполнению заданий № 4, №5 Единого государственного экзамена по математике (профильный уровень). Задания ЕГЭ проверяют умение работать с вероятностными и статистическими моделями, что непосредственно связано с содержанием курса «Вероятность и статистика».

Материал включает базу из 146 заданий, аналогичных тем, которые встречаются в контрольно-измерительных материалах ЕГЭ, и может быть использован как для фронтальной работы на уроке, так и для индивидуальной подготовки учащихся.

Задания представлены в электронном виде на платформе OnlineTestPad. При прохождении теста из общего банка случайным образом формируется вариант из 10 заданий, что обеспечивает вариативность и снижает вероятность совпадения вариантов у разных учащихся. Тест доступен для прохождения по ссылке или QR-коду. Такой формат обеспечивает автоматическую проверку ответов и мгновенную обратную связь для учащихся.

Математическое ожидание и дисперсия.

Практическая работа с использованием электронных таблиц



Для выполнения практической работы используйте электронную таблицу, которая располагается в прикрепленных документах. Результатом вашей практической работы будет электронная таблица с заполненными данными.

Задание 1. Лотерея «Спортлото».

В проводившейся в СССР с 70-х годов прошлого века лотерее «Спортлото 6 из 49» нужно было угадать, какие 6 из 49 номеров выиграют в очередном тираже. Для этого участник зачёркивал в карточке этой лотереи любые 6 номеров из 49. Если было угадано 3 и больше номеров, то участника ожидал денежный приз. Найдите с помощью электронной таблицы закон распределения случайной величины X , равной числу угаданных номеров. Вычислите по этим данным вероятность получения денежного приза.

Этапы выполнения задания:

1. Заполните столбец А (A1:A7) возможными значениями случайной величины X (от 0 до 6).
2. Вычислите в ячейке E1 количество всех возможных исходов лотереи «Спортлото 6 из 49» (тут нужно вспомнить как вычислить общее число комбинаций: нам нужно 6 чисел из 49, причем порядок этих цифр значения важен/не важен (нужное выбрать). К примеру, вы можете зачеркнуть комбинацию из 6 чисел: «4, 10, 17, 25, 38, 41», а можете вычеркнуть из карточки числа «10, 25, 38, 4, 17, 41». Будет ли это та же комбинация? Если да, то порядок не важен, тогда используем сочетания, если важен, то тогда размещения).

**Для нахождения числа сочетаний в Excel используем функцию
=ЧИСЛКОМБ(n;k).**

**Для нахождения числа размещений в Excel используем функцию
=ПЕРЕСТ(n;k),**

где n – общее число элементов, k – сколько из n мы выбираем.

3. Найдите в столбце В число благоприятных исходов для каждого из значений X от 0 до 6.

Если мы рассматриваем случай, когда мы угадали 0 из 6, тогда необходимо, чтобы мы выбрали 6 чисел из 43 неподходящих (так как 6 чисел счастливые, $49 - 6 = 43$ несчастливые).

Пример:

Ведущий в прямом эфире называет комбинацию из 6 чисел. Из шести счастливых чисел.

17	41	8	23	38	10
----	----	---	----	----	----

А это ваш лотерейный билет:



Совпадений нет. Следовательно, чтобы такое было, вам нужно выбрать любую комбинацию 6 несчастливых чисел из 43. Опять же, порядок вычеркнутых чисел важен/не важен (подумайте). Вспоминайте комбинаторику.

Это был случай при $k = 0$.

Теперь о $k = 1$. Нужно, чтобы было одно счастливое число в комбинации и 5 несчастливых.

То есть 1 из 6 должно быть счастливым и 5 из 43 несчастливых. Тут на помощь приходит правило умножения. Вспомните задачу о букете цветов. «Имеются 5 тюльпанов и 6 нарциссов. Сколькими способами можно составить букет из 3 тюльпанов и 2 нарциссов?». Только тут вместо цветов счастливые и несчастливые числа.

При $k = 2$, нужно 2 из 6 счастливых и 4 из 43 несчастливых. И так вы заполняете ячейки B1:B7.

4. Найдите в столбце C вероятности этих значений (отношение благоприятных исходов (ячейки B1:B7) ко всем (ячейка E1)).

5. Вычислите в ячейке E2 вероятность события $A = \text{«будет получен денежный приз»}$. Прочитайте еще раз условие задачи. Там указано, что за какое-то количество совпадений и больше дается денежный приз. Тут нужно подумать, как же найти вероятность денежного приза. Ответьте на вопрос, и все поймете. Какой союз нужно поставить в пропуски? «Чтобы получить денежный приз, нужно, чтобы количество совпадений было равно шести, чтобы количество совпадений было равно пяти, чтобы количество совпадений было равно четырем, чтобы количество совпадений было равно трем».

6. Постройте диаграмму полученного распределения вероятностей (по оси Ox количество счастливых чисел в билете (A1:A7), по оси Oy соответствующая вероятность (C1:C7)). Поместите ее в выделенную область.

Задание 2. В предыдущем задании мы рассматривали лотерею «Спортлото 6 из 49», проводившуюся в СССР несколько десятилетий тому назад. Напомним, что в этой лотерее нужно было угадать, какие 6 из 49 номеров выиграют в очередном тираже.

Напомним, что приз давался за 3 и больше угаданных номера. Денежный размер приза колебался, но обычно он составлял:

- 3 рубля – за 3 угаданных числа;
- 50 рублей – за 4 числа;
- 2 500 рублей – за 5 чисел;
- 10 000 рублей – за 6 чисел.

Билет лотереи стоил 30 коп. Найдите математическое ожидание, дисперсию и стандартное отклонение выигрыша на один билет.

Этапы выполнения задания:

1. Заполните столбец A числами $k = 0, 1, \dots, 6$.
2. Найдите в столбце B число благоприятных исходов для каждого из событий $A_0, A_1, \dots, A_6$, где $A_k = \text{«будет угадано } k \text{ номеров»}$ (вы это делали в Задании 1. Пункт 3).
3. Вычислите в ячейке B8 количество всех возможных исходов лотереи «Спортлото 6 из 49», как сумму всех чисел в столбце B (значение должно совпасть со значением из задания 1 в ячейке E1).
4. Найдите в столбце C вероятности событий $A_0, A_1, \dots, A_6$ (значения должны совпасть со значениями из задания 1). Для контроля вычислите в ячейке C8 их сумму (сумма вероятностей всех исходов равно единице).

5. Введите в столбец D размер денежного приза за каждое число угаданных номеров от 0 до 6 (это у вас указано в условии задания. Очевидно, что за 0-2 угаданных числа выигрыша нет).

6. Вычислите в ячейке D8 математическое ожидание выигрыша. Используйте для этого функцию СУММПРОИЗВ(). Готовая формула (для ячейки D8):

=СУММПРОИЗВ(C1:C7;D1:D7)

7. Найдите в ячейках E1:E7 квадраты значений из ячеек D1:D7.

8. Вычислите в ячейке E8 математическое ожидание квадрата выигрыша. Используйте для этого функцию СУММПРОИЗВ(). Готовая формула (для ячейки E8):

=СУММПРОИЗВ(C1:C7;E1:E7)

9. Найдите в ячейке G8 дисперсию, а в ячейке G9 – стандартное отклонение выигрыша.

Для нахождения дисперсии необходимо:

В ячейках G1:G8 найти $(X - m)^2$, где m – математическое ожидание выигрыша (найденное в пункте 6 (ячейка D8)), а X – это сумма выигрыша (ячейки D1:D7).

В ячейку G8 впишите формулу **=СУММПРОИЗВ(C1:C7;G1:G7)**.

Для нахождения стандартного отклонения:

Вспомните что такое стандартное отклонение. Подсказка: используйте функцию =КОРЕНЬ(значение). Ячейка G9.

10 класс. Математическое ожидание и дисперсия. Практическая работа с использованием электронных таблиц. Электронный ресурс

Ссылка для скачивания практической работы в формате Microsoft Word и шаблона электронной таблицы в формате Excel:

https://disk.yandex.ru/d/YaTXhNbh75j_XA



10 класс. Математическое ожидание и дисперсия. Практическая работа с использованием электронных таблиц

Решение заданий ЕГЭ №4, №5 (профильный уровень) по разделу «Вероятность». Электронный ресурс

Для копирования онлайн-теста в личный кабинет перейдите по ссылке или отсканируйте QR-код:

<https://app.onlinetestpad.com/tests?copypublic=gsgzfpqjttu4s>



**Решение заданий ЕГЭ №4, №5 (профильный уровень) по разделу
«Вероятность»**

ПОСЛЕСЛОВИЕ

Уважаемые коллеги!

Перед Вами сборник дидактических материалов по курсу «Вероятность и статистика», который создавался с одной целью: сделать Вашу работу чуть легче, а обучение учеников более осмысленным и увлекательным.

Курс «Вероятность и статистика» – молодой и непривычный для многих. Учителям приходится осваивать его практически с нуля: готовить новые задания, придумывать примеры, искать способы объяснить абстрактные понятия. Ученикам – привыкать мыслить в категориях случайности и изменчивости, учиться читать диаграммы, интерпретировать данные, оценивать шансы.

Этот сборник – попытка облегчить этот путь для обеих сторон. В нем собраны домашние задания к каждому уроку, а также самостоятельные, практические и контрольные работы, необходимые для полноценного освоения курса. Все, что нужно для систематической работы, – уже здесь.

Как создавался сборник

В основе материалов лежат не только школьная программа и требования ФГОС, но и:

- анализ исторического опыта преподавания стохастики в отечественной школе, чтобы не повторять чужих ошибок и учитывать то, что уже было проверено временем;
- изучение психолого-педагогических особенностей усвоения вероятностно-статистического материала учащимися, чтобы задания были посильными, но не примитивными, интересными, но не развлекательными;
- многолетняя апробация в МБОУ «Лицей № 129» им. Сибирского батальона 27-й стрелковой дивизии г. Барнаула, чтобы проверить эффективность материалов в реальных условиях, а не только в теории.

О чем важно сказать отдельно

Сборник предлагает два формата работы: офлайн и онлайн. Это сделано осознанно. Школы и семьи находятся в разном положении: где-то есть доступ к цифровым устройствам у каждого ученика, а где-то – нет. Один учитель предпочитает традиционные тетради, другой хочет использовать современные технологии и экономить время на проверке. Сборник не заставляет выбирать что-то одно. Он предлагает и то, и другое. Содержание одинаковое, форматы – разные. Ученик может решать в тетради, если нет интернета. Или пройти тест онлайн, если есть. Учитель – выбирать, что удобно в конкретном классе, в конкретной ситуации.

Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность коллегам, чья профессиональная поддержка и содержательные замечания помогли сделать это пособие более качественным и практико-ориентированным.

Особая благодарность выражается **Гончаровой Маргарите Алексеевне**, заведующей кафедрой математического образования, информатики и ИКТ, к.п.н., доценту, **Решетниковой Наталье Валерьевне**, заведующей лабораторией по сопровождению деятельности практиков, к.п.н. – за профессиональную экспертизу готовых материалов, ценные методические советы и содействие в продвижении пособия в профессиональном сообществе.

Автор также благодарит **Мобильную сеть учителей математики Алтайского края** за содержательное обсуждение пособия, конструктивные замечания и предложения, которые позволили учесть реальные потребности учителей и сделать материалы более гибкими и удобными в использовании.

И напоследок

Я буду искренне благодарен за Ваши замечания, предложения и отзывы. Конструктивная критика – лучший способ сделать сборник лучше. Если какое-то задание показалось неудачным, если чего-то не хватает или, наоборот, слишком много, сообщите. Следующее издание обязательно учтет Ваши пожелания.

Связаться со мной можно по электронной почте: re.chepkasov@yandex.ru

Желаю Вам и Вашим ученикам успешного и увлекательного освоения курса «Вероятность и статистика». Пусть он не станет для них «еще одной трудной математикой», а откроет новый, интересный взгляд на мир, где случайность и закономерность идут рука об руку.

Р.Э. Чепкасов

КАУ ДПО «Алтайский институт развития образования
имени Адриана Митрофановича Топорова»

Комплект дидактических материалов по курсу «Вероятность и статистика» для
10–11 классов (углубленный уровень): система домашних, практических и
контрольных работ для систематизации знаний учащихся : сборник
дидактических материалов / Р.Э. Чепкасов. – Барнаул: КАУ ДПО «АИРО имени
А.М. Топорова», 2026. – 265 с.

Автор-составитель:

Чепкасов Родион Эдуардович, учитель первой квалификационной категории,
магистр в рамках направления «Педагогическое образование»

Адрес редакции, издателя: 656049, Сибирский федеральный округ, Алтайский
край, г. Барнаул, пр. Социалистический, 60; тел. (3852) 55-58-87 (приемная);
сайт: iro22.ru, электронная почта: info@iro22.ru