



**МИНИСТЕРСТВО
ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
АЛТАЙСКОГО КРАЯ**



**АЛТАЙСКИЙ
ИНСТИТУТ
РАЗВИТИЯ
ОБРАЗОВАНИЯ**
имени А.М. Топорова

Аналитико-методические материалы по итогам ОГЭ и ЕГЭ в 2023 году (математика) в Алтайском крае

Барнаул 2023

УДК 372.851; 373.5
ББК 74.262.21
А 64

Министерство образования и науки Алтайского края
КАУ ДПО «Алтайский институт развития образования
имени Адриана Митрофановича Топорова»
Кафедра математического образования, информатики и ИКТ

Рецензент: Райских Т.Н., заместитель директора по научной и инновационной работе
КАУ ДПО «АИРО имени А.М. Топорова», канд. пед. наук, доцент

**А 64 Аналитико-методические материалы по итогам ОГЭ и ЕГЭ в 2023 году
(математика) в Алтайском крае / Авт.-сост. М.А. Гончарова, Н.В. Решетникова.
– Барнаул: КАУ ДПО «АИРО имени А.М. Топорова», 2023. – 85 с.**

Издание подготовлено на основе отчётов ГИА-2023 по математике, подготовленных председателем региональной комиссии ЕГЭ по математике И.В. Кисельниковым, его заместителями Л.М. Бронниковой, М.А. Гончаровой и старшими экспертами И.Г. Кулешовой, Г.В. Прусаковой, Н.В. Решетниковой.

В издании представлен анализ результатов ОГЭ и ЕГЭ базового и профильного уровней по математике учащихся Алтайского края в 2023 году, включая типичные затруднения школьников, а также приведены методические рекомендации по совершенствованию математической подготовки обучающихся. Издание адресовано учителям математики, руководителям методических объединений по математике разного уровня, методистам, специалистам методических служб Алтайского края.

© КАУ ДПО «АИРО имени А.М. Топорова», 2023
© Гончарова М.А., Решетникова Н.В.

Оглавление

Предисловие.....	4
Часть 1. Основные результаты ОГЭ по математике в Алтайском крае в 2023 г.....	5
Часть 2. Основные результаты ЕГЭ по математике в Алтайском крае в 2023 г.	39
I. Анализ результатов ЕГЭ-2023 по математике (базовый уровень).....	39
II. Анализ результатов ЕГЭ-2023 по математике (профильный уровень).....	53
Часть 3. Методические рекомендации по совершенствованию методики преподавания учебного предмета «Математика».....	74

Предисловие

Предлагаемые материалы построены на основе аналитико-статистических отчётов ОГЭ, ЕГЭ по математике в 2023 году, подготовленных председателем региональной предметной комиссии ЕГЭ по математике в Алтайском крае, а также его заместителями. Пособие включает краткую информацию о результатах в 2023 году государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного (далее – ОГЭ) и среднего (ЕГЭ) общего образования по математике в Алтайском крае.

Пособие состоит из 3 частей:

- часть 1 включает в себя общую информацию о результатах проведения ОГЭ по математике в Алтайском крае в 2023 году и краткий методический анализ результатов;
- часть 2 содержит информацию о результатах проведения ЕГЭ по математике (базовый и профильный уровни) в Алтайском крае в 2023 году и краткий методический анализ результатов;
- в части 3 предложены рекомендации для учителей математики, методических объединений разного уровня, администраций образовательных организаций, муниципальных органов управления образованием с целью повышения качества предметного образования, а также информация о мероприятиях, направленных на развитие региональной системы математического образования.

Часть 1. Основные результаты ОГЭ по математике в Алтайском крае в 2023 году

Характеристика участников ОГЭ-2023 по математике

Число участников ГИА-9 по математике в форме ОГЭ и ГВЭ в Алтайском крае в 2023 году представлено в таблице 1.

Таблица 1

Количество участников экзаменационной кампании ГИА-9 по математике в 2023 году
в Алтайском крае

Количество участников ГИА-9 в форме ОГЭ	Количество участников ГИА-9 в форме ГВЭ
24615	923

Таблица 2

Соответствие шкалы пересчета первичного балла за экзаменационные работы ОГЭ по математике в пятибалльную систему оценивания, установленной в Алтайском крае, рекомендуемой Рособрандзором шкале в 2023 году (шкала РОН)

Суммарные первичные баллы							
Отметка «2»		Отметка «3»		Отметка «4»		Отметка «5»	
Шкала РОН ¹	Шкала субъекта РФ ²	Шкала РОН	Шкала субъекта РФ	Шкала РОН	Шкала субъекта РФ	Шкала РОН	Шкала субъекта РФ
0 – 7	0-6	8 – 14, не менее 2 баллов получено за выполнени е заданий по геометрии	7-14 не менее 2 баллов получено за выполнени е заданий по геометрии	15 – 21, не менее 2 баллов получено за выполнени е заданий по геометрии	15 – 21, не менее 2 баллов получено за выполнени е заданий по геометрии	22 – 31, не менее 2 баллов получено за выполнени е заданий по геометрии	22 – 31, не менее 2 баллов получено за выполнени е заданий по геометрии

Шкала пересчета первичного балла за экзаменационные работы ОГЭ в пятибалльную систему оценивания приведена на основании приказа Министерства образования и науки Алтайского края от 11.04.2023 № 433. Изменение минимальной границы шкалы пересчета первичных баллов за экзаменационные работы ОГЭ по математике на 1 балл обусловлено необходимостью создания равных возможностей выпускникам 2023 года и прошлых лет.

Ниже в таблицах 3 и 4 представлены результаты ГИА по математике девятиклассников Алтайского края в 2023 г.

¹ Письмо Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки (Рособрандзора) от 21.02.2023 г. № 04.

² Заполняется в случае изменения значений по сравнению со шкалой РОН.

Таблица 3

Результаты ОГЭ по математике в 2023 году в Алтайском крае³

Всего участников	Участников с ОВЗ	Отметка «2»		Отметка «3»		Отметка «4»		Отметка «5»	
		чел.	% ⁴	чел.	%	чел.	%	чел.	%
24615	997	2760	11,64	13953	58,84	5738	24,20	1263	5,33

Таблица 4

Результаты ГВЭ-9⁵ по математике в 2023 году в Алтайском крае

Всего участников	Участников с ОВЗ	Отметка «2»		Отметка «3»		Отметка «4»		Отметка «5»	
		чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
24615	923	124	12,9	491	51,2	286	29,8	58	6

Методический анализ результатов ОГЭ по учебному предмету «МАТЕМАТИКА»

Основные результаты ОГЭ по учебному предмету

Диаграмма на рисунке 1 явно иллюстрирует распределение баллов, которое существенно отличается от нормального распределения.



Рис. 1. Диаграмма распределения в Алтайском крае участников ОГЭ по математике по первичным баллам в 2023 г.

³ Приведены численность и результаты ОГЭ выпускников текущего года по Алтайскому краю.

⁴ % - процент участников, получивших соответствующую отметку, от общего числа участников по предмету

⁵ При отсутствии участников ГВЭ-9 в субъекте Российской Федерации указывается, что ГИА в данной форме не проводилась.

Анализ данных диаграммы показывает, что при переходе от 6 (верхняя граница отметки «2») к 7 баллам (нижняя граница отметки «3») происходит резкий скачок (примерно в 2,5 раза) в количестве учащихся. Смещение «вершины» диаграммы влево говорит о внушительной группе учащихся региона (более половины девятиклассников Алтайского края), получивших отметку «3» на экзамене. Этот факт позволяет сделать вывод о недостаточной сформированности у большой группы девятиклассников основных опорных алгебраических, функциональных и геометрических компетенций, необходимых для продолжения образования.

Таблица 5

Динамика результатов ОГЭ по математике⁶

Получили отметку	2019		2021		2022		2023	
	чел.	% ⁷	чел.	%	чел.	%	чел.	%
«2»	2550	10,85	3254	14,87	2915	13,52	2760	11,64
«3»	11412	48,55	12064	55,14	10898	50,54	13953	58,84
«4»	7772	33,07	5487	25,08	6538	30,32	5738	24,20
«5»	1770	7,53	1074	4,91	1211	5,62	1263	5,33

Приведённые данные в таблице 5 говорят о том, что результаты ОГЭ по математике по некоторым позициям в 2023 г. стали лучше по сравнению с прошлым годом, а по некоторым – ситуация ухудшилась. Так, доля экзаменуемых, получивших «2» уменьшилась по сравнению с 2022 г. на 1,88%. Но в то же время, и число участников ОГЭ, получивших в этом году отметки «4» и «5», уменьшилось соответственно на 6,12% и 0,29% по сравнению с прошлым годом. Если обратиться к анализу среднего балла ОГЭ по математике, то можно заметить, что в 2023 году он уменьшился на 0,4 по сравнению с предыдущим годом, и составил 12,08.

Таблица 6

Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки с учетом типа ОО⁸

№ п/п	Участники ОГЭ	Доля участников, получивших отметку											
		«2»		«3»		«4»		«5»		«4» и «5» (качество обучения)		«3», «4» и «5» (уровень обученности)	
		чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
1.	Обучающиеся СОШ	2393	13,31	11002	61,21	3890	21,64	689	3,83	4579	25,48	15581	86,69
2.	Обучающиеся СОШ с углубленным изучением отдельных предметов	71	6,60	609	56,65	305	28,37	90	8,37	395	36,74	1004	93,40

⁶ За все годы приведены данные по итогам досрочного и основного этапа (без учета пересдач в дополнительные (сентябрьские) сроки)

⁷ % - Процент от общего числа участников по предмету

⁸ Указывается доля обучающихся от общего числа участников по предмету.

3.	Обучающиеся гимназий	95	4,28	1071	48,29	785	35,39	267	12,04	1052	47,43	2123	95,72
4.	Обучающиеся лицеев	84	5,01	855	51,01	561	33,47	176	10,50	737	43,97	1592	94,99
5.	Обучающиеся основных общеобразовательных школ	82	17,48	285	60,77	91	19,40	11	2,35	102	21,75	387	82,52
6.	Обучающиеся средних общеобразовательных школ-интернатов	9	5,26	48	28,07	85	49,71	29	16,96	114	66,67	162	94,74
7.	Обучающиеся кадетских школ-интернатов	5	12,82	26	66,67	8	20,51	0	0,00	8	20,51	34	87,18
8.	Обучающиеся специальных (коррекционных) общеобразовательных школ	0	0,00	1	100	0	0,00	0	0,00	0	0,00	1	100
9.	Обучающиеся специальных (коррекционных) школ-интернатов	0	0,00	3	42,86	4	57,14	0	0,00	4	57,14	7	100
10.	Обучающиеся открытых (сменных) общеобразовательных школ	18	54,55	13	39,39	2	6,06	0	0,00	2	6,06	15	45,45
11.	Учащиеся техникумов	2	4,00	40	80,00	7	14,00	1	2,00	8	16,00	48	96,00
12.	Всего	2759	11,63	13953	58,84	5738	24,20	1263	5,33	7001	29,52	20954	88,37

Анализ результатов ОГЭ-2023 по математике по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки с учётом типа ОО (см. табл. 6) позволяет сделать вывод: наихудшие результаты по доле двоек (более 10%) имеют обучающиеся открытых (сменных) общеобразовательных школ (54,55%), основных общеобразовательных школ (17,48%), средних общеобразовательных школ (13,31%), кадетских школ-интернатов (12,82%). При этом наилучшие результаты (процент двоек – не более 4, процент качества обучения – не менее 60) не имеет ни один из типов ОО, обучающиеся которых принимали участие в ОГЭ 2023 по математике.

В целом, полученные в Алтайском крае результаты ОГЭ 2023 по математике позволяют прийти к выводу о наличии проблем в системе школьного математического образования в регионе, причины которых, скорее всего, связаны либо с качеством преподавания математики в образовательных организациях Алтайского края, являющегося следствием реализации знаниевого подхода к обучению, когда ученикам в готовом виде передаются знания и способы математических действий, при этом обучение решению задач сводится к тренировкам в их решении; либо с отсутствием системы работы с учащимися, мотивация к обучению у которых – низкая; либо со сложным контингентом обучающихся

в ряде школ края; либо с дефицитом педагогических кадров – учителей математики; либо с другими причинами.

Анализ результатов выполнения заданий КИМ ОГЭ по математике

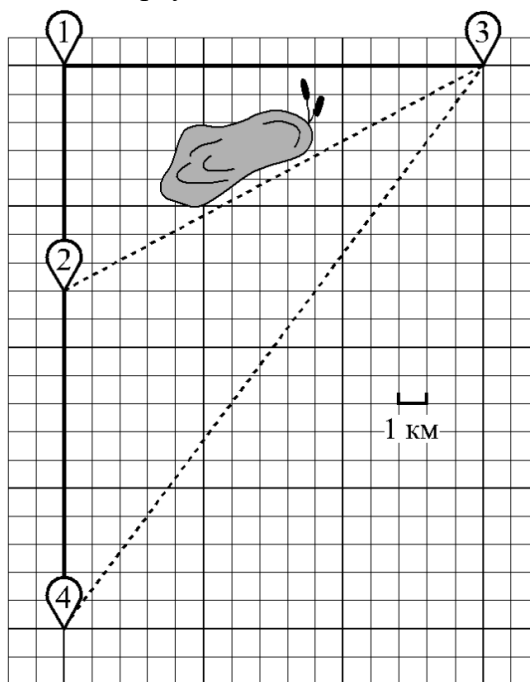
Приведём содержание одного из вариантов КИМ, предложенного девятиклассникам Алтайского края на ОГЭ по математике в 2023 г. – вариант №353.

Вариант №353 ОГЭ 2023 по математике

Часть 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

Гриша летом отдыхает у бабушки в деревне Осиновка. В субботу они собираются съездить на велосипедах в село Николаево в магазин. Из деревни Осиновка в село Николаево можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Зябликово до деревни Старая, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Николаево. Есть и третий маршрут: в деревне Зябликово можно свернуть на прямую тропинку в село Николаево, которая идёт мимо пруда. Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.



По шоссе Гриша с бабушкой едут со скоростью 15 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – со скоростью 10 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 1 км.

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов

Насел. пункты	д. Осиновка	с. Николаевка	д. Зябликово
Цифры			

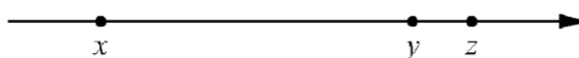
2. Сколько километров проедут Гриша с бабушкой от деревни Осиновка до села Николаево, если они поедут по шоссе через деревню Старая.

- Найдите расстояние от деревни Зябликово до села Николаево по прямой. Ответ дайте в километрах.
- Сколько минут затратят на дорогу из деревни Осиновка в село Николаево Гриша с дедушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в деревне Зябликово на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?
- В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Осиновка, селе Николаево, деревне Зябликово и деревне Старая.

Наименование продукта	д. Осиновка	с. Николаево	д. Зябликово	д. Старая
Молоко (1 л)	44	48	54	60
Хлеб (1 батон)	26	19	23	18
Сыр «Российский» (1 кг)	310	330	340	290
Говядина (1 кг)	370	320	330	360
Картофель (1 кг)	24	26	25	27

Гриша с дедушкой хотят купить 3 л молока, 2 батона хлеба и 3 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине?

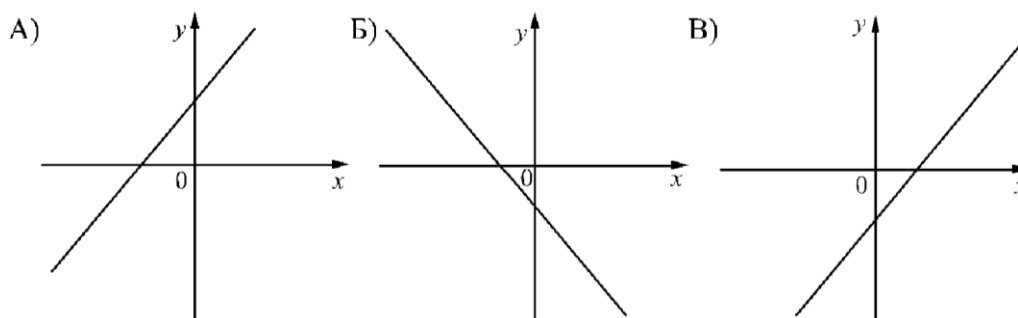
- Найдите значение выражения $\frac{1}{5} + \frac{53}{50}$.
- На координатной прямой отмечены числа x , y и z .



Какая из разностей $y - x$, $x - z$, $z - y$ отрицательна?

- $y - x$
 - $x - z$
 - $z - y$
 - ни одна из них
- Найдите значение выражения $\sqrt{9a^2 + 6ab + b^2}$ при $a = \frac{4}{5}$ и $b = 7\frac{3}{5}$.
- Найдите корень уравнения $4(x + 10) = -1$.
- В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России.
- На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

1) $k > 0, b > 0$

2) $k > 0, b < 0$

3) $k < 0, b < 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:	А	Б	В

12. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 4$, $\sin \alpha = \frac{5}{7}$, а $S = 10$.

13. Укажите решение неравенства $7x - x^2 \geq 0$.

1) $[0; 7]$

3) $[0; +\infty)$

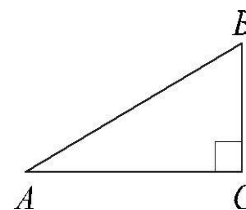
2) $(-\infty; 0] \cup [7; +\infty)$

4) $[7; +\infty)$

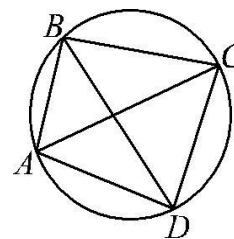
14. В амфитеатре 15 рядов, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В седьмом ряду 36 мест, а в девятом ряду 42 места. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?

15. В треугольнике ACB угол C равен 90° , $\cos B = \frac{9}{14}$.

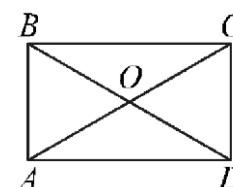
$AB = 42$. Найдите BC .



16. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 38° , угол CAD равен 54° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



17. Диагонали AC и BO прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O , $BO = 15$, $AB = 14$. Найдите AC .



18. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



19. Какие из следующих утверждений верны?

1) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.

2) Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.

3) Все углы прямоугольника равны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Часть 2

20. Решите уравнение $(x - 2)(x^2 + 8x + 16) = 7(x + 4)$.

21. Два велосипедиста одновременно отправляются в 112-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 9 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.
22. Постройте график функции $y = \frac{2|x|-1}{|x|-2}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.
23. Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите BH , если $PK = 13$.
24. Биссектрисы углов C и D трапеции $ABCD$ пересекаются в точке P , лежащей на стороне AB . Докажите, что точка P равноудалена от прямых BC , CD и AD .
25. Окружности радиусов 33 и 99 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Анализ содержания экзаменационной работы ОГЭ по математике, предложенной в регионе в 2023 году, показал, что оно мало чем отличается от содержания экзаменационной работы 2022 года. С некоторой долей вероятности выявленные в 2023 г. улучшения в результатах ОГЭ по математике могут быть объяснены только что сделанным выводом.

Статистический анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ по математике в 2023 году

В таблице 7 представлены результаты выполнения экзаменационной работы участниками ОГЭ по математике в 2023 году в целом по региону.

Таблица 7

Результаты выполнения девятиклассниками Алтайского края КИМ ОГЭ по математике в 2023 году

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения ⁹	Уровень сложности и задания	Средний процент выполнения задания	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку ¹⁰			
				«2»	«3»	«4»	«5»
1	Действительные числа; описательная статистика/ Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни,	базовый	83,28	60,55	88,02	98,94	99,6

⁹ На основе обобщённого плана варианта КИМ основного государственного экзамена 2023 года по математике.

¹⁰ По результатам выполнения всех вариантов КИМ ОГЭ по математике в 2023 г.

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения ⁹	Уровень сложности и задания	Средний процент выполнения задания	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку ¹⁰			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	уметь исследовать простейшие математические модели						
2	Измерение геометрических величин; арифметические действия с действительными числами / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	базовый	59,7	25,68	62,81	90,19	96,12
3	Измерение геометрических величин; измерения, приближения, оценки / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	базовый	50,91	11,41	50,45	94,95	98,89
4	Измерение геометрических величин; измерения / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	базовый	24,83	3,53	14,57	64,2	90,5
5	Арифметические действия с действительными числами; измерения, приближения, оценки / Уметь выполнять	базовый	59,22	36,85	56,79	87,63	94,7

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения ⁹	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения задания	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку ¹⁰			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели						
6	Рациональные числа / Уметь выполнять вычисления и преобразования	базовый	62,87	22,58	68,59	95,71	98,42
7	Сравнение действительных чисел / Уметь выполнять вычисления и преобразования; находить приближения чисел с недостатком и с избытком; изображать числа точками на координатной прямой	базовый	76,56	45,5	83,45	96,93	98,97
8	Свойства степени с целым показателем; свойства квадратных корней и их применение в вычислениях / Уметь выполнять вычисления и преобразования; уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	базовый	30,27	3,41	21,43	73,89	95,01
9	Уравнения / Уметь решать уравнения	базовый	45,77	10,54	44,28	86,21	95,41
10	Вероятность / Уметь находить вероятность случайного события	базовый	68,58	30,65	76,5	94,34	97,47
11	Функции / Уметь читать графики функций	базовый	55,59	27,05	56,6	82,97	95,72
12	Функции; уравнения / Осуществлять практические расчёты по формулам	базовый	27	3,06	17,19	68,53	94,06
13	Неравенства / Уметь решать неравенства и их системы	базовый	47,08	26,69	42,51	75,5	93,98

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения ⁹	Уровень сложности и задания	Средний процент выполнения задания	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку ¹⁰			
				«2»	«3»	«4»	«5»
14	Числовые последовательности / Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	базовый	59	30,51	59,61	88,06	95,57
15	Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	базовый	44,79	10,63	43,01	83,53	98,73
16	Окружность и круг / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	базовый	35,44	8,07	30,69	71,49	92,56
17	Многоугольники; измерение геометрических величин / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	базовый	72,23	31,76	82,52	96,24	98,57
18	Измерение геометрических величин / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	базовый	75,35	34,21	87,31	96,74	99,13
19	Геометрия / Оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	базовый	58,97	25,75	63,05	85,87	96,04
20	Уравнения; неравенства; алгебраические выражения / Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства	повышенный	6,94	0,06	0,33	15,86	81,75
21	Текстовые задачи / Уметь строить и исследовать	повышенный	9,11	0,12	0,38	23,71	94,58

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения ⁹	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения задания	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку ¹⁰			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	простейшие математические модели						
22	Функции / Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, строить и читать графики функций	высокий	1,27	0	0	0,74	25,57
23	Треугольник, многоугольники, окружность / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	повышенный	3,49	0	0,21	4,97	54,55
24	Треугольник, многоугольники / Проводить доказательные рассуждения при решении задач	повышенный	1,69	0,01	0,12	1,74	29,26
25	Окружность; многоугольники / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	высокий	0,17	0,01	0	0,04	3,6

Анализ данных таблицы 7 показал, что участники ОГЭ в Алтайском крае выполнили семь из девятнадцати заданий первой части (№№4, 8, 9, 12, 13, 15, 16) ниже 50% (50% – наименьший ожидаемый процент выполнения заданий базового уровня¹¹). А при решении заданий второй части наименьший процент их выполнения колебался от 0,17% до 9,11%, в то время, как 15%¹² считается наименьшим процентом выполнения заданий повышенного и высокого уровней.

Результаты, отражённые в таблице 7, позволяют зафиксировать умения, которые у выпускников основной школы сформированы на недостаточном уровне:

- вычислять и использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (задание №4, выполнимость 24,83%);
- уметь выполнять преобразования алгебраических выражений (задание №8, выполнимость 30,27%);
- решать уравнения (задание №9, выполнимость 45,77%);
- осуществлять практические расчёты по формулам (задание №12, выполнимость 27%);
- решать квадратные неравенства (задание №13; выполнимость 47,08%);
- выполнять действия с геометрическими фигурами: треугольники; окружность и круг;

¹¹ 50% – наименьший ожидаемый процент выполнения заданий базового уровня (первой части) на основании рекомендаций в Алтайском крае по проведению анализа результатов ОГЭ в 2023 г.

¹² 15% – наименьший процент выполнения заданий повышенного и высокого уровней (второй части) на основании рекомендаций в Алтайском крае по проведению анализа результатов ОГЭ в 2023 г.

центральные и вписанные углы; вписанные в окружность и описанные около окружности многоугольники (задания №№15, 16; их выполнимость соответственно 44,79% и 35,44%);

- решать алгебраические уравнения (задание №20; выполнимость 6,94%);
- строить и исследовать простейшие математические модели при решении текстовых задач на движение (задание №21, выполнимость 9,11%);
- выполнять преобразования алгебраических выражений, строить и читать графики функций (задание №22, выполнимость 1,27%);
- выполнять действия с геометрическими фигурами: треугольником, трапецией, окружностью, касательными и др. (задания №№23, 25, выполнимость соответственно 3,49% и 0,17%);
- выполнять доказательство при решении планиметрических задач (задание №24, выполнимость 1,69%).

Наряду с этим, статистические данные в таблице 7 позволяют заметить, что наиболее успешно (не менее 60%) учащиеся овладели следующими умениями – использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (извлекать из текста информацию и сопоставлять её с рисунком) (№1); выполнять вычисления и преобразования (действия с рациональными числами) (№6); сравнивать действительные числа (№7); находить вероятность случайного события (№10); выполнять действия с геометрическими фигурами: многоугольниками (нахождение геометрических величин – длин, углов, площадей), в том числе на клетчатом поле (№№17, 18).

Содержательный анализ выполнения заданий 1 части КИМ ОГЭ по математике в 2023 году

Данные таблицы 7 позволяют наглядно интерпретировать результаты выполнения заданий первой части группами экзаменуемых с разным уровнем подготовки («2», «3», «4», «5») с помощью соответствующих графиков (см. рис. 2).

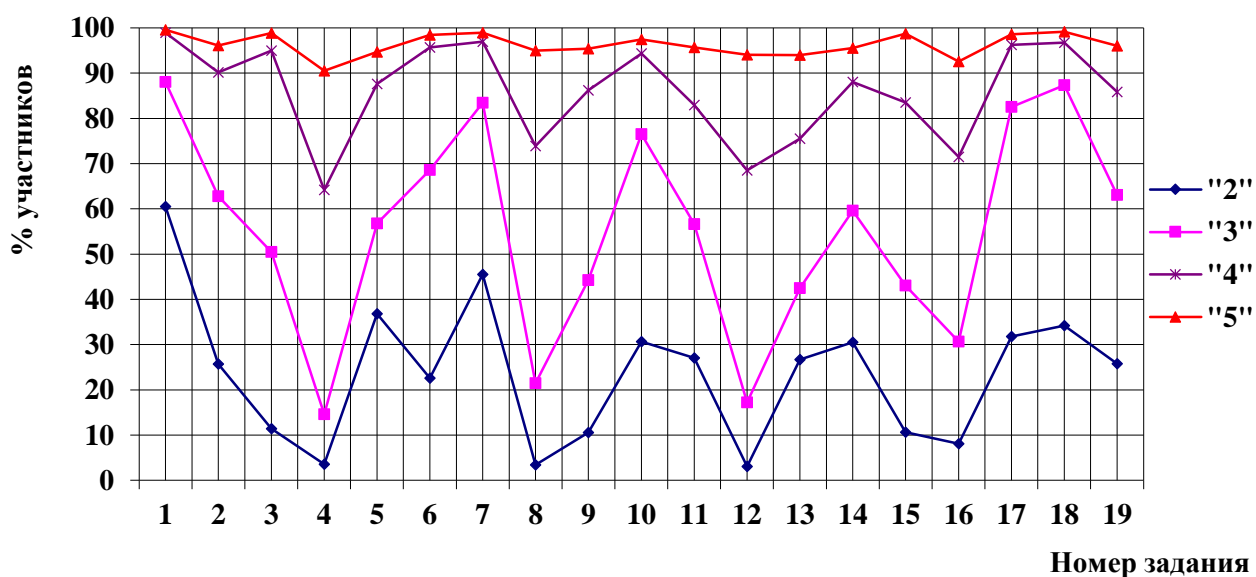


Рис. 2. Результаты выполнения группами участников ОГЭ Алтайского края заданий первой части экзаменационной работы по математике в 2023 году

Каждая точка графика рисунка 2 отражает долю участников ОГЭ по математике Алтайского края в процентах, выполнивших то или иное задание первой части экзаменационной работы. Данные, приведённые на графике, иллюстрируют не только различия в математической подготовке разных групп обучающихся, получивших отметки «2», «3», «4», «5», но и отражают задания, с которыми наиболее успешно справилась каждая из этих групп школьников, а также задания, вызвавшие наибольшие затруднения в группах. Сравнивая графики на рисунке 2, можно сделать вывод о том, что ломаные отражают по большинству заданий одинаковую тенденцию, а по остальной немногочисленной части заданий трудно определяемую тенденцию в решении разными группами девятиклассников.

Группа учащихся, получивших отметку «5», справились более, чем на 90% со всеми заданиями первой части. Такая успешность выполнения этой группой учащихся в Алтайском крае отмечается впервые за последние 3 года проведения ОГЭ.

Учащиеся, имеющие отметку «4», успешно справились (не менее 80%) с заданиями №№ 1-3, 5-7, 9-11, 14, 17-19. Наибольшее затруднение у этой группы учащихся вызвало задание №4, проверяющее умение вычислять и использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (строить и исследовать простейшие математические модели).

У учащихся группы «3» наиболее благополучными (выполнимость – не менее 60% в данной группе) стали задания №№ 1, 2, 6, 7, 10, 17-19, в то время, как в этой группе преимущественные затруднения вызвали задания №№ 4, 8, 12, 16. Задания №№ 8, 12, 16 контролируют умения: выполнять вычисления и преобразования, уметь выполнять преобразования алгебраических выражений; осуществлять практические расчёты по формулам; выполнять действия с геометрическими фигурами (многоугольник, окружность, вписанный угол и др.).

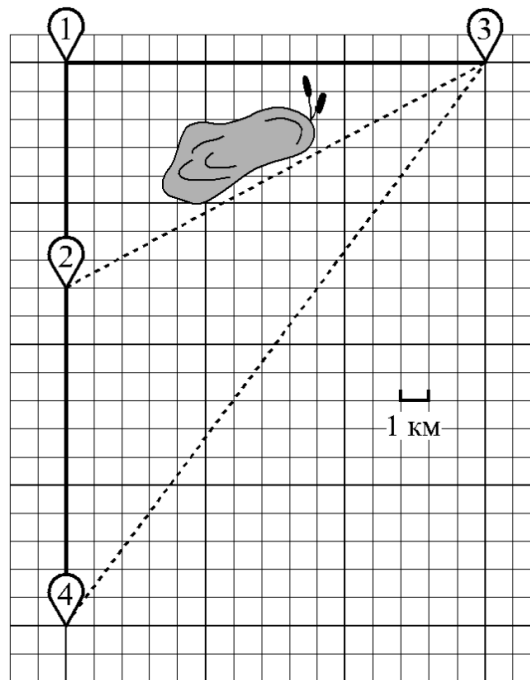
В группе учащихся, получивших неудовлетворительную отметку, менее проблемным (выполнили более 50% представленной группы) стало задание №1. Такие задания, как №№4, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 15, 16, 19 вызвали в этой группе наибольшие трудности. Задания №№6, 9, 11, 13, 15, 19 проверяют умения: строить и исследовать простейшие математические модели при решении практико-ориентированных заданий; решать уравнения; читать графики функций; решать квадратные неравенства; выполнять действия с геометрическими фигурами (треугольник); выбор верного утверждения.

Для анализа типичных ошибок, допускаемых учащимися в первой части экзаменационной работы, обратимся к некоторым заданиям, вызвавшим сложности в большинстве групп учащихся, а также к заданиям, с которыми слабо справились учащиеся группы «2» (задания №№ 4, 8, 9, 12, 13, 15, 16). Далее продемонстрируем трудности школьников при выполнении перечисленных заданий на примере варианта №353.

Задания из варианта №353

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

Гриша летом отдыхает у бабушки в деревне Осиновка. В субботу они собираются съездить на велосипедах в село Николаево в магазин. Из деревни Осиновка в село Николаево можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Зябликово до деревни Старая, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Николаево. Есть и третий маршрут: в деревне Зябликово можно свернуть на прямую тропинку в село Николаево, которая идёт мимо пруда. Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.



По шоссе Гриша с дедушкой едут со скоростью 15 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – со скоростью 10 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 1 км.

Задание 4. Сколько минут затратят на дорогу из деревни Осиновка в село Николаево Гриша с дедушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в деревне Зябликово на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

Ответ: 150.

Массовые неверные ответы:

138 – 3,31%,

2,5 – 3,31%,

120 – 2,89%,

140 – 2,84%.

Ответы «138» и «120» получены в результате неправильно выполненного задания №1 (из блока заданий №№1-5) и ошибочно выбранной скорости в зависимости от вида дороги. Вариант ответа «2,5» – это ответ в часах, которые не переведены в минуты, вероятнее всего, по причине невнимательного прочтения текста учащимися. Ошибочный ответ «140» указывает время поездки между заданными пунктами только по шоссе и получен в результате искажённого прочтения условия задания.

Задание 8. Найдите значение выражения $\sqrt{9a^2 + 6ab + b^2}$ при $a = \frac{4}{5}$ и $b = 7\frac{3}{5}$.

Ответ: 10.

Массовые неверные ответы:

11,4 – 7,85%,

6 – 3,24%,

3 – 3,04%.

Ответ «11,4» указали те девятиклассники, которые слагаемое «3a» в выражении «3a + b», полученном после упрощения исходного выражения, воспринимают не как произведение, а как смешанное число, полученное после подстановки данной дроби вместо

а. Ответ «б» мог получиться в результате неверного упрощения выражения:

$$\langle |3a + b| = -3a + b \rangle.$$

Задание 9. Найдите корень уравнения $4(x + 10) = -1$.

Ответ: -10,25.

Массовые неверные ответы:

-1,25 – 21,62%,

10,25 – 14,57%,

1,25 – 9,32%.

Ответ «-1,25» получен из-за ошибки при выполнении деления целых чисел ($-41 : 4$).

В ответе «10,25» утерян знак «-», что возможно из-за незнания правила деления чисел с разными знаками или из-за неумения грамотно выполнять равносильные преобразования при решении уравнений, или из-за невнимательности (отсутствия самоконтроля). Неверный ответ «1,25», скорее всего, – результат двух ранее указанных ошибок.

Задание 12. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 4$, $\sin \alpha = \frac{5}{7}$, а $S = 10$.

Ответ: 7

Массовые неверные ответы:

4 – 7,05%,

1 – 6,78%,

28 – 5,15%,

1,75 – 4,16%,

14 – 4,16%,

5 – 4,16%.

Неправильные ответы получены, скорее всего, или из-за неумения выражать из несложных формул, описывающих зависимости между величинами, требуемые величины, или из-за арифметических ошибок.

Задание 13. Укажите решение неравенства $7x - x^2 \geq 0$.

1) $[0; 7]$

3) $[0; +\infty)$

2) $(-\infty; 0] \cup [7; +\infty)$

4) $[7; +\infty)$

Ответ: 1.

Массовые неверные ответы:

2 – 45,94%,

4 – 33,95%,

3 – 19,34%.

Ответ «2» получен, скорее всего, по причине ошибочной расстановки знаков на числовых промежутках в случае решения неравенства методом интервалов или ложного изображения параболы (ветви направили вверх). Ответ «4», вероятнее всего, получен в результате не только неверного деления обеих частей неравенства на x , ошибочно считая при этом x положительным, но и неправильного дальнейшего решения полученного неравенства. Вариант ответа «3», по всей видимости, является результатом подмены в

исходном неравенстве выражения x^2 выражением $2x$ и дальнейшим решением полученного линейного неравенства.

Задание 15. В треугольнике ACB угол C равен 90° , $\cos B = \frac{9}{14}$,
 $AB = 42$. Найдите BC .

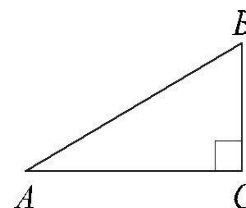
Ответ: 27.

Массовые неверные ответы:

21 – 24,47%,

48 – 9,57%,

9 – 8,04%.



Ответ «21», скорее всего, получен в результате ссылки на чертеж, из которого делается вывод о том, что в данном прямоугольном треугольнике BC вдвое меньше AB . Причиной остальных неверных ответов является несформированность понятия «косинус острого угла прямоугольного треугольника».

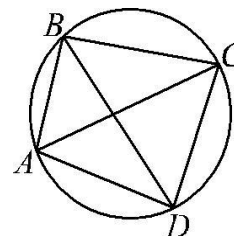
Задание 16. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 38° , угол CAD равен 54° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: 92.

Массовые неверные ответы:

88 – 20,85%,

76 – 18,84%.



Ответ «88», вероятнее всего, получен из-за незнания свойства четырёхугольника, около которого можно описать окружность. Учащиеся, получившие ответ «76», приняли диагональ BD данного четырёхугольника за биссектрису угла B .

Содержательный анализ выполнения заданий 2 части КИМ ОГЭ по математике в 2023 году

Для содержательного анализа результатов, полученных экзаменуемыми в ходе решения заданий второй части, используется статистика выполнения заданий этой части в первичных баллах варианта №353, а также развернутые ответы других вариантов с типичными ошибками (варианты №№349, 351).

Задание 20.

Решите уравнение $(x - 2)(x^2 + 8x + 16) = 7(x + 4)$.

Ответ: -5 ; -4 ; 3 .

Исследование результатов выполнения задания показал, что большая часть (92,06%) девятиклассников, выполнявших вариант №353, не приступали к решению данного задания или выполнили это задание неправильно, получив 0 баллов. Верный ответ дала лишь незначительная часть – 7,62%. Необходимо заметить, что ожидаемый процент выполнения данного задания составляет 30–50.

Исследование результатов выполнения задания №20 (табл. 9) позволяет заключить, что фактический результат выполнения этого задания во всех вариантах, получился почти в 4 раза ниже ожидаемого.

В основе выполнения задания №20 лежат умения:

- раскладывать квадратный трехчлен на множители;
- выносить за скобки общий множитель;
- решать уравнения, в которых одна часть – произведение многочленов, другая часть – ноль ($f(x)g(x) = 0$, где $f(x)$ и $g(x)$ – многочлены);
- и др.

Типичные ошибки (вариант №353):

- деление обеих частей уравнения на выражение с переменной и, как следствие, потеря одного из корней уравнения:

$$\begin{aligned} & \overset{20}{(x-2)(x^2+8x+16)} = 7(x+4) \\ & (x-2)(x+4)^2 = 7(x+4) \\ & \cancel{(x-2)(x+4)} = 7 \\ & x^2+4x-2x-8-7=0 \\ & x^2+2x-15=0 \\ & a=1 \quad b=2 \quad c=-15 \\ & D = b^2 - 4ac \\ & D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64 = 8^2 \\ & x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \\ & x_1 = \frac{-2-8}{2} = \frac{-10}{2} = -5 \\ & x_2 = \frac{-2+8}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ & \text{Ответ: } x_1 = -5 \quad x_2 = 3 \end{aligned}$$

- применение правила произведения многочленов, равного нулю, для разности многочленов, равной нулю:

$$\begin{aligned} 20. \quad & (x-2)(x^2+8x+16) = 7(x+4) \\ & (x-2)(x+4)^2 = 7(x+4) \\ & (x-2)(x+4)^2 - 7(x+4) = 0 \\ & x-2=0 \quad x=-4 \quad -7x-28=0 \\ & x=2 \quad \quad \quad -7x=28 \\ & \quad \quad \quad \quad \quad x=-4 \end{aligned}$$

- неумение выполнять тождественные преобразования выражений (например, вынесение общего множителя за скобку):

$$\begin{aligned}
 20) (x-2)(x^2+8x+16) &= 7(x+4) \\
 (x-2)(x^2+8x+16) - 7(x+4) &= 0 \\
 (x-2)(x+4)^2 - 7(x+4) &= 0 \\
 (x+4)^2(-7(x-2)) &= 0 \\
 (x+4)^2 = 0 & \quad (-7(x-2)) = 0 \\
 x_1 = -4 & \quad -7(x-2) = 0 \\
 x_2 = 2 & \quad -7x - 14 = 0 \\
 & \quad -7x = 14 \quad | \cdot (-1) \\
 & \quad x = -2 \\
 \text{Ответ: } & -2; 2
 \end{aligned}$$

- арифметические ошибки;
- и др.

Анализ типичных ошибок, характерных для задания №20, позволяет сделать вывод о том, что допущенные ошибки являются следствием формализма со стороны учащихся в выполнении тождественных преобразований и соответственно в решении уравнений. Для устранения обнаруженных проблем учителю необходимо наряду с типичными заданиями, направленными на формирование элементарных умений выполнять действия с выражениями, решать стандартные линейные, квадратные и другие уравнения; включать в учебный процесс такие задания, уравнения, которые стимулировали бы узнавание изучаемых конструкций, применение правил, алгоритмов в разнообразных ситуациях. Эти задания, уравнения должны сопровождаться тестами, позволяющими, в итоге, добиться от учащихся уверенного владения аппаратом тождественных преобразований, решения уравнений, несмотря на возможные «помехи» и «ловушки». Кроме того, важной составляющей сформированного умения решать уравнения (и не только) является умение осуществлять непрерывный самоконтроль выполняемых действий. По крайней мере, при решении уравнений, это умение может помочь учащимся обнаружить неверно найденные корни и продумать другой, возможно правильный, вариант решения.

Задание 21.

Два велосипедиста одновременно отправляются в 112-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 9 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

Ответ: 12 км/ч.

Предложенная девятиклассникам текстовая задача №21 варианта №353 является типичной для учащихся, но при этом к её решению приступили 20,3% экзаменуемых, работающих с этим вариантом, и только 10,15% из них смогли получить за неё 2 балла. На основании таблицы 9 можно констатировать – фактический результат пока не доходит до нижней границы ожидаемого процента выполнения данного задания (15%).

Текстовая задача требовала составления математической модели в виде дробно-рационального уравнения. Задачи на составление математической модели традиционно вызывают трудности у обучающихся. Многие выпускники вообще не приступали к решению текстовых задач. Те, кто решали, в большинстве случаев, не понимали условие задачи, неверно определяли искомую величину, неправильно составляли математическую модель, с ошибкой решали составленное дробно-рациональное уравнение, допускали оплошности вычислительного характера, не выполняли логическую проверку полученного

ответа, не писали пояснения к действиям, отвечали на другой вопрос задачи. Кроме того, ошибки, зачастую, были не единичными, а носили комплексный характер, т.е. при решении проявлялось несколько ошибок.

Приведём примеры **типичных ошибок** (варианты №351, 353):

- неправильно составленная модель: от меньшего времени вычиталось большее время, а также наличие ошибок (не вычислительного характера) при решении дробно-рационального уравнения:

	v	t	S
1в	$x + 9 \text{ км/ч}$	$\frac{112}{x+9} \text{ ч}$	112 км
2в	$x \text{ км/ч}$	$\frac{112}{x} \text{ ч}$	112 км

$\left. \begin{array}{l} \frac{112}{x+9} \text{ ч} \\ \frac{112}{x} \text{ ч} \end{array} \right\} 4 \text{ ч}$

$$\frac{112}{x+9} - \frac{112}{x} = \frac{4}{1} \quad | \cdot (x+9)$$

$$\frac{112x}{x(x+9)} - \frac{112x + 1008}{x(x+9)} - \frac{4x^2 + 36x}{x(x+9)} = 0$$

$$\frac{112x - 112x - 1008 - 4x^2 + 36x}{x(x+9)} = 0$$

$$-4x^2 + 36x + 1008 = 0 \quad | : (-4)$$

$$x^2 - 9x - 252 = 0$$

$$D = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-252) = 81 - 4 \cdot (-252) = 81 + 1008 = \sqrt{1089} = 33$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{9 - 33}{2} = \frac{-24}{2} = -12 \rightarrow \text{не подходит так как } v \text{ не бывает отрицательным}$$

$$x_2 = \frac{9 + 33}{2} = \frac{42}{2} = 21 \rightarrow v \text{ второго велосипедиста и времени вычисления в км/ч}$$

Ответ: 21

- неверное решение дробно-рационального уравнения, являющегося математической моделью текстовой задачи, а также невыполнение логической проверки полученного ответа:

	S	v	t
1 вел.	112 км	$x + 9 \text{ км/ч}$	$\frac{112}{x+9} \text{ ч}$
2 вел.	112 км	$x \text{ км/ч}$	$\frac{112}{x} \text{ ч}$

+ 4 часа

$$\frac{112}{x} - \frac{112}{x+9} = 4$$

$$\frac{112}{x} - \frac{112}{x+9} - 4 = 0$$

$$1008 - 112 - 4x - 36 = 0$$

$$860 - 4x = 0$$

$$-4x = -860$$

$$x = \frac{860}{4} = 215$$

Ответ: 215 км/ч.

- ответ на другой вопрос задачи (в примере найдена скорость второго, а не первого велосипедиста):

$$21. \quad x + 5 \quad -I$$

$$x - II$$

$$\frac{180}{x-5} - \frac{180}{x} = 3 \quad \left| \cdot x(x-5) \right.$$

$$180x - 180(x-5) = 3x(x-5)$$

$$180x - 180x + 900 = 3x^2 - 15x$$

$$-3x^2 + 15x + 900 = 0 \quad | : (-3)$$

$$x^2 - 5x - 300 = 0$$

$$a = 1 \quad \left| \begin{array}{l} D = b^2 - 4ac \\ D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-300) = 1225, \sqrt{1225} = 35 \end{array} \right.$$

$$b = -5 \quad \left| \begin{array}{l} D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-300) = 1225, \sqrt{1225} = 35 \end{array} \right.$$

$$c = -300 \quad \left| \begin{array}{l} D > 0, 2 \text{ корня} \end{array} \right.$$

$$x_1 = \frac{5 + 35}{2} = 20$$

$$x_2 = \frac{5 - 35}{2} = -15 \quad \text{не удовл.}$$

Ответ: 20 км/ч.

- непонимание задачной ситуации и бездумное оперирование числовыми данными:

180 км всего

1 велоседист на 5 км дальше } на 3 часа раньше }

$$2 велоседист$$

$$1) 180 : 15 = 12 \text{ часов}$$

$$2) 180 : 20 = 9 \text{ часов}$$

$$3) 12 - 9 = 3 \text{ часа}$$

$$4) 20 - 15 = 5 \text{ км}$$

Ответ: 12 км/ч

Если обратиться к сложившейся на сегодняшний день методике обучения решению задач в школьном математическом образовании, то можно сделать вывод о том, что она зачастую основана на решении типовых задач с помощью готовых алгоритмов. В условиях такого обучения у учащихся вырабатываются штампы, шаблоны, образцы, опираясь на которые они относят ту или иную задачу к определенному типу, вспоминают соответствующие пошаговые ориентиры и только затем приступают к решению. В таком случае при работе над задачей обучающимся становится важным, чтобы она имела стандартную формулировку, в противном случае, они либо отказываются решать задачу, объясняя тем, что такие задачи не решали, либо предлагают бессмысленные решения, механически перенося заученные алгоритмы с одного типа задач на другие типы.

В настоящее время в условиях реализации ФГОС методика обучения решению текстовых задач претерпела изменения, связанные с освоением учащимися учебного действия моделирования, а умение решать задачи выступает одним из критериев сформированности умения моделировать. При таком обучении школьник не боится приступать к решению незнакомых, нестандартных, нетипичных задач, т.к. у него есть главное средство для решения задач – моделирование. Моделируются условия задачи: все связи между величинами визуализируются через схему, таблицу, рисунок и др. Учителю необходимо акцентировать внимание на том, например, что в таблице каждая строка,

каждый столбец выражает связь между величинами. Для составления математической модели задачи любую неизвестную величину (не обязательно ту, которую требуется найти по вопросу задачи) обозначают за x , остальные величины выражают через известные и x . Реализовав связи между компонентами задачи (в любом порядке), составляют уравнение (или систему уравнений, если ввести несколько переменных). Далее происходит исследование полученной модели, её упрощение и решение, а затем интерпретация полученных ответов. Важно научить составлять: математические модели простейших ситуаций, а также разные математические модели одной задачи. Кроме того, не менее значимым является умение школьника расшифровывать готовые математические модели в соответствии с заданными ситуациями. Научить обучающихся составлять и интерпретировать математические модели – это важные условия ликвидации выявленных дефицитов в подготовке учащихся.

Задание 22.

Постройте график функции $y = \frac{2|x|-1}{|x|-2}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Ответ: $k = -4$; $k = 0$; $k = 4$.

Данная задача является сложной. Закономерно, что отмечается невысокий процент приступивших к выполнению задания №22 варианта №353 – 7,82%. Полностью смогли справиться с этим заданием данного варианта только 1,19% выпускников. Фактический процент выполнимости задания №22 (2,33%) в рассматриваемом варианте КИМ не попадает в ожидаемый интервал (3-15%). Опираясь на таблицу 7, можно заметить, что выполнимость задания №22 по всем вариантам (1,27%) также не попадает в ожидаемый интервал.

Сравнивая полученные результаты выполнения задания №22 этого года с ОГЭ-2022 можно сделать вывод об отрицательной динамике сформированности у школьников умения строить и читать графики функций.

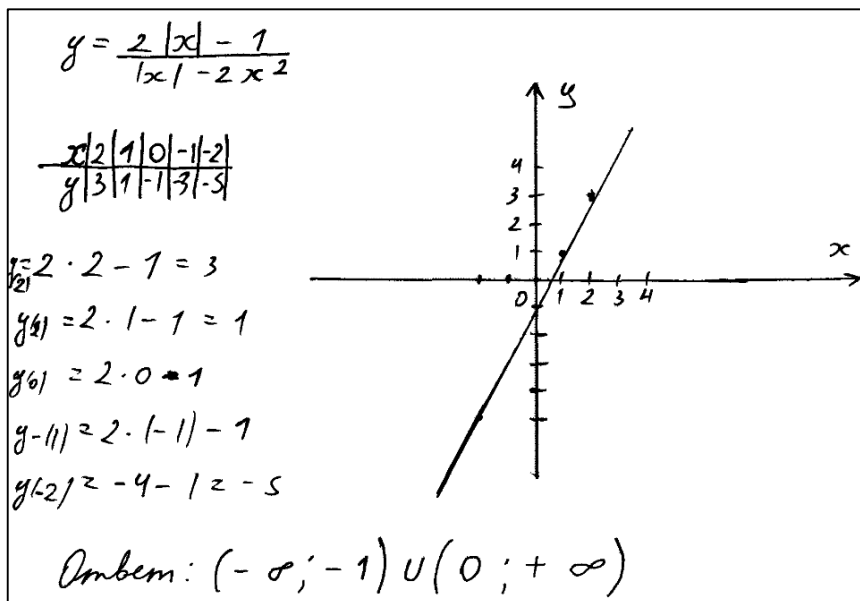
При построении графика функции и нахождении значений заданного параметра обучающиеся допускали следующие ошибки:

- не находили допустимые значения для переменной x ;
- обнаруживали трудности при упрощении дроби;
- допускали ошибки вычислительного характера;
- не приводили таблицу значений для построения графика;
- неверно строили график (отсутствовало соблюдение масштаба, «выколотых» точек и др.);
- допускали небрежность в построении графика;
- находили не все значения параметра.

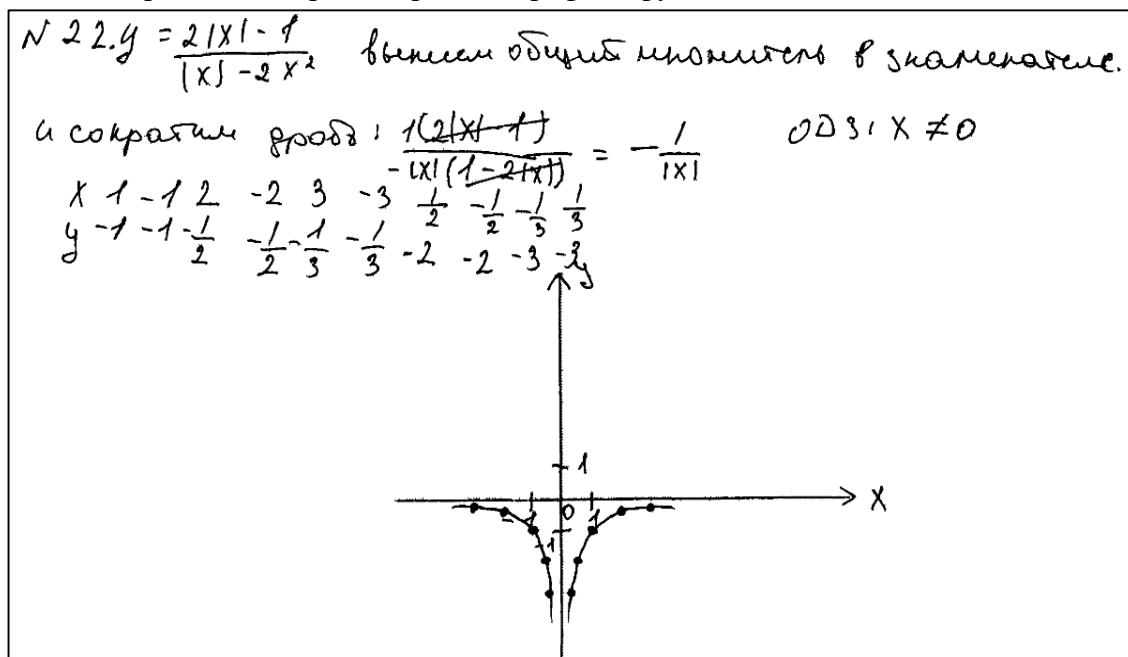
Заметим, что предложенная в 2023 году в задании №22 функция не является стандартной и нечасто встречается в школьных учебниках. Преобразования, которые необходимо выполнить для приведения данной функции к элементарному виду, требуют высокой математической культуры. Можно допустить, что перечисленные факты в совокупности могли повлиять на малое количество обучающихся, приступивших к выполнению этого задания.

Ниже приведены примеры **типичных ошибок** при выполнении задания №22 (вариант №353):

- строили график по произвольным точкам, не выполнив заранее упрощения дроби, которое позволяло бы привести функцию к знакомому виду:



- неверно определяли область определения заданной функции или не учитывали область определения при построении графика функции:



- потеря случая, когда прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки, совпадая с осью Ox , т.е. значение k равно нулю не включено в ответ:

$$y = \frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}$$

$$y = \begin{cases} \frac{2x-1}{x-2x^2}, & \text{если } x \geq 0 \\ \frac{-2x-1}{-x-2x^2}, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \frac{2x-1}{x(1-2x)}, & \text{если } x \geq 0 \\ \frac{-2x-1}{x(-1-2x)}, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \frac{2x-1}{-x(2x-1)}, & \text{если } x \geq 0 \\ \frac{-(2x+1)}{-x(2x+1)}, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \frac{1}{-x}, & \text{если } x \geq 0 \\ \frac{-1}{-x}, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$x - 2x^2 \neq 0$
 $x(1-2x) \neq 0$
 $x \neq 0 \quad 1-2x \neq 0$
 $-2x \neq -1$
 $x \neq 0,5$
 $-x - 2x^2 \neq 0$
 $x(-1-2x) \neq 0$
 $x \neq 0 \quad -1-2x \neq 0$
 $-2x \neq 1$
 $x \neq -0,5$

$y = kx \quad y = kx$
 $-2 = k \cdot 0,5 \quad -2 = k \cdot (-0,5)$
 $k = -4 \quad k = 4$

ответ: $k = -4 ; k = 4$

Для преодоления затруднений, возникающих у девятиклассников при выполнении задания №22, учителю важно в ходе работы с функциональной линией максимально использовать графическое представление функций, подкрепляя все определения понятий и формулировки свойств графическими примерами. Большую роль в формировании графической культуры обучающихся играют средства ИКТ, привлечение которых позволит не только визуально иллюстрировать процессы различных функциональных зависимостей, но и организовать решение исследовательских задач с параметрами, а также самопроверку и самоконтроль осуществляемых действий. Методически грамотное использование средств ИКТ позволит экономить время на уроке, создавать условия для формирования и развития правильных (культурных) представлений, относящихся к функциональной линии.

Анализ заданий №22 открытого банка ОГЭ позволяет выделить задачи на построение графиков: функций, содержащих знак модуля; кусочных функций; дробно-рациональных функций и определение того, при каких значениях прямая, заданная параметрически, имеет конкретное количество точек; а также задачи с параметром. Для выполнения задания №22 на 2 балла необходимо учить школьников записывать все этапы построения того или иного графика функции, начиная с записи названия графика. Задания типа №22 (ОГЭ) лучше всего рассматривать не со всеми обучающимися, а с наиболее подготовленными школьниками во время занятий на элективных курсах или в

индивидуальном порядке, что, несомненно, позволит повысить уровень математической подготовки учащихся, желающих изучать математику в 10-11 классах на профильном уровне и обеспечить благоприятные условия для продолжения образования в старшей школе.

Задание 23.

Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите BH , если $PK = 13$.

Ответ: 13.

Процент выполнимости задания №23 из рассматриваемого варианта №353 составляет 4,34, что меньше нижней границы ожидаемого интервала (30-50%) более, чем в 6,5 раз. Учитывая, что данная планиметрическая задача лишь ненамного превышает обязательный базовый уровень, можно сделать вывод о том, что 3,2% девятиклассников, получивших высший балл за данную задачу, – крайне низкий процент. Такая ситуация является следствием неосвоенности девятиклассниками понятия окружности и математических утверждений, связанных с ней.

Типичные ошибки (варианты №№349, 351):


- подмена данных из условия задачи и, как следствие, неверное изображение рисунка, например:

№23. $\triangle ABC$ - прямоугольный; $\angle B = 90^\circ$;
 $BH \perp AC$; $\omega(O; r)$; $r = BH$, $\omega(O; r) \cap AB = P$;
 $\omega(O; r) \cap BC = K$; $PK = 13$ см.
 Найти BH .

Решение:
 Проведём радиусы к точкам P и K . $\Rightarrow OP \perp AB$; $OK \perp BC$
 Рассмотрим четырёхугольник $PVKO$:
 $\angle B = 90^\circ$ - по условию; $\angle P = \angle K = 90^\circ \Rightarrow \angle POK = 360^\circ - 2 \cdot 90^\circ = 90^\circ$
 $PVKO$ - прямоугольник

В представленном решении точки P и K используются как точки касания окружности со сторонами треугольника, в то время, как по условию задачи – это точки пересечения окружности со сторонами треугольника;

- не обоснованы/не доказаны ключевые этапы решения (например, не доказано, что PK является диаметром окружности):

	<p>Дано: $\triangle ABC$ - треуголь BH - высота $KP = 14$ BH - диаметр окр</p> <p>Решение: $BH = KP = 14$ KP - диаметр Ответ: 14</p>	<p>Найти: BH - ?</p>
---	--	-----------------------------------

- решение, основывающееся на вольном использовании математических фактов и утверждений;
- небрежные чертежи или вовсе чертежи отсутствуют.

Задание 24.

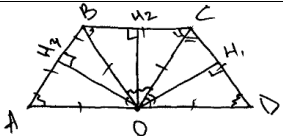
Биссектрисы углов C и D трапеции $ABCD$ пересекаются в точке P , лежащей на стороне AB . Докажите, что точка P равноудалена от прямых BC , CD и AD .

С геометрическим заданием №24 на доказательство в варианте №353 справились лишь 1,89% участников ОГЭ, при этом высший балл получили 1,59%. Этот факт позволяет заметить, что большинство девятиклассников, выполнявших данный вариант и справившихся с задачей №24, получили полный балл.

Процент выполнения задания как данного варианта, так и общий процент выполнения по всем вариантам (табл. 7), более, чем в 8 раз ниже ожидаемого процента его выполнения (15-30%), что подчёркивает слабую геометрическую подготовку школьников.

Типичные ошибки (вариант №351):

- произвольная трапеция воспринимается и изображается равнобедренной, и, как следствие, предлагается абсолютно неверное решение:

<p>№24.</p>  <p>Доказ-во: расстояния от O до AB, BC, CD = OH_1, OH_2, OH_3 = $h_{\triangle AOB}$, $h_{\triangle BOC}$, $h_{\triangle COD}$.</p> <p>1) $\angle BOA = \angle BOD = \angle ABO$, $\angle BCO = \angle OCD$ (т.к. BO и CO - биссектр.) 2) $\angle CBO = \angle BDA$ (т.к. накр. лежа. при $BC \parallel AD$ и сек. BD) $\angle BCD = \angle CDP$ (т.к. накр. лежа. при $BC \parallel AD$ и сек. CD)</p>	<p>Дано: $ABCD$ - трапеция. BO, CO - биссектр. OH_1, OH_2, OH_3 - высоты, проведенные. Док-ть: $OH_1 = OH_2 = OH_3$.</p>
--	--

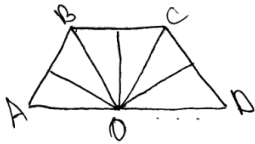
3) $CD = DO$, т.к. углы при основании $\triangle COD$ равны
 $CO = BO$, т.к. трапец.
 $BO = AO$, т.к. углы при основании $\triangle ABO$ равны
 \Downarrow
 $CD = OD = AO = AB \Rightarrow \angle ABO = \angle BOA = \angle OCD = \angle COD \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OBC = \angle BCO = \angle ABO = \angle BOA = \angle OCD = \angle COD.$

4) $\angle OAB = 180 - (\angle ABO + \angle BOA)$
 ~~$\angle OAC = 180 - (\angle OBC + \angle BCO)$~~
 $\angle OBC = 180 - (\angle COA + \angle OCD)$
 $\angle BOC = 180 - (\angle OBC + \angle BCO)$

$\Rightarrow \angle OAB = \angle OAC = \angle BOC$

\Downarrow
 $\triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD$ (по двум сторонам и углу между ними)
 \Downarrow
 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle BOC} = S_{\triangle COD} \Rightarrow h_{\triangle AOB} = h_{\triangle BOC} = h_{\triangle COD}$
 ~~$= h_{\triangle COD}$~~
 \Downarrow
 $OK_1 = OK_2 = OK_3$ з.т.д.

- решение, основывающееся на вольном использовании математических фактов и утверждений:



Доказ:
 $ABCD$ - трапеция
 $CO - \text{бис-са} \angle C$
 $BO - \text{бис-са} \angle B$
 Доказ-тв:
 O равноудалена от AB, BC, CD

Доказ-во:
 1) Т.к. бис-сы углов B и C пересекаются в точке O , значит точка O лежит AD перпендикулярно.
 2) Проведем бис-сы из O
 $\triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD \Rightarrow O$ равноудалена от AB, BC, CD
 з.т.д.

- и др.

Задание 25.

Окружности радиусов 33 и 99 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Ответ: 99.

Геометрическая задача №25 высокого уровня сложности ежегодно остается наиболее мало решаемой. Так, процент её выполнения в варианте №353 составил 0,12%, а

выполнимость по всем вариантам – 0,17%. Это более, чем в 17 раз меньше нижней границы планируемого результата (3-15%).

Обратим внимание, что данные таблицы 7 позволяют заметить, что 3,6% девятиклассников группы «5» решили задачу №25 верно и полученный результат оказался немного выше нижней границы ожидаемого интервала (3%) по решению данной задачи.

Ввиду низкого процента выполнимости задания №25 сложно выделить типичные ошибки, т.к. наблюдаются, преимущественно, индивидуальные затруднения обучающихся. Но несмотря на это есть некоторые моменты, на которые стоит обратить отдельное внимание. Это недочеты, которые касаются данной задачи и других геометрических задач в ОГЭ: невычитывание условия задачи, небрежное построение чертежа, неправильный перенос данных задачи на чертеж и в краткую запись условия, фривольное использование математических фактов и утверждений, а также отсутствие обоснования некоторых шагов приведенных рассуждений, неумение построить логическую цепочку рассуждений, вычислительные ошибки.

Таким образом, выполнимость и решаемость геометрических заданий №№23-25 по результатам ОГЭ 2023 г. остается, по-прежнему, на низком уровне. Большая часть экзаменующихся (более 91%) не приступали к выполнению геометрических задач второй части, что свидетельствует о слабой геометрической подготовке выпускников основной школы в регионе. Проведенный анализ выполнения геометрических заданий повышенного и высокого уровней сложности даёт основание сделать вывод о том, что планиметрия остаётся проблемной областью не только для учащихся с базовой подготовкой, но и для более подготовленных школьников. Одной из причин слабой геометрической подготовки школьников является тот факт, что изучение геометрии намного хуже алгоритмизируется, чем изучение алгебры, т.к. количество геометрических конфигураций, возникающих даже в несложных задачах с двумя-тремя объектами, огромно. Не случайно у школьников создаётся ложное представление о том, что геометрия «необозрима» и потому намного сложнее алгебры. К сожалению, эта убежденность часто подпитывается и учителями, которые полагают, что изучать алгебру намного легче и продуктивнее, поскольку алгебраических заданий на экзамене больше, чем геометрических.

Для формирования и развития умений решать геометрические задачи важно использовать общепринятые и современные дидактические подходы в методике обучения геометрии: реализация задачного подхода, принципа аналогии (например, при изучении площадей и объемов фигур, аксиом), использование метода «ключевых задач», развитие наглядных геометрических представлений и т.д.

Учителю необходимо обращать внимание на знание и умение использовать фундаментальные метрические формулы, а также свойства основных планиметрических фигур, которые требуют обязательного доказательства школьниками в сотрудничестве с учителем. Кроме того, целесообразно своевременно проводить диагностику проблемных мест в геометрической подготовке обучающихся с целью выявления сущности математической ошибки и причины её возникновения. Так, в качестве средства предупреждения ошибок можно использовать провоцирующие геометрические задачи с допущенными логическими упущениями, ляпами в построении чертежей, недочётами в обосновании и т.д. Ещё одним средством предотвращения ошибок служит наличие у школьников хорошей привычки работать с учебником. Для выработки такой привычки учителю целесообразно организовывать учебную деятельность школьников так, чтобы они сами в учебнике находили определения, свойства, признаки и другие утверждения,

способствующие разумному поиску решения той или иной задачи, а не фривольному использованию данных предложенной задачи.

Значимую роль в обучении решению геометрических задач играет их решение по готовым чертежам. Доказано, что решение задач по готовым чертежам развивает познавательные учебные действия школьников, формирует умение читать чертёж, содействует освоению приёмов работы с геометрическим чертежом, готовит учащихся к самостоятельному решению более сложных задач, развивает геометрические представления и конструктивные умения.

Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ ОГЭ по математике

Детально проанализируем результаты выполнения девятиклассниками тех математических заданий КИМ ОГЭ 2023, правильность решения которых обусловлена наличием у экзаменуемых не только предметных умений, но и метапредметных умений таких, как: владеть основами самоконтроля, самооценки; устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения, умозаключения и делать выводы; создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение; владеть письменной речью.

Обратимся к заданиям №№1-5 ОГЭ 2023, которые относятся к одному гипертексту. Для их решения, помимо предметных умений, в первую очередь, необходимы умения: вычитывать текст задачи и понимать его (выделять ключевые фразы, основные вопросы из текста); работать с информацией, представленной в разных видах – текстом, рисунком, схемой, таблицей; применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы; осуществлять самоконтроль и т.д.

Результаты выполнения этих заданий представлены диаграммой на рисунке 3:

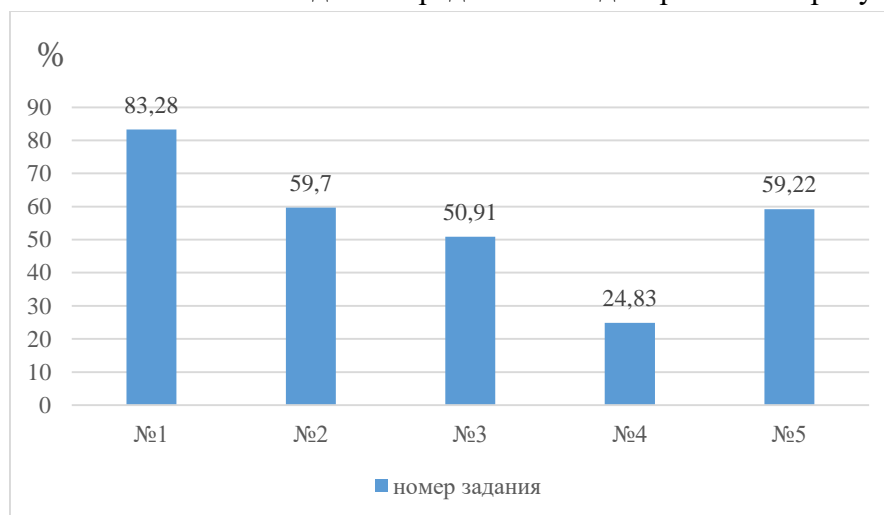


Рис. 3. Результаты выполнения заданий №№1-5 ОГЭ-2023 по математике

Приведённые на диаграмме данные говорят о том, что наиболее успешно учащиеся справились с **заданием 1**. Средний процент выполнения этого задания ненамного отличается от аналогичного прошлогоднего показателя и составил 83,28%. Группы учащихся «2» и «3» выполнили данное задание соответственно 60,55% и 88,02%, что говорит о том, что у большинства девятиклассников сформировано умение соотносить

текстовую и графическую информации, используемые в простейших практических ситуациях, и делать соответствующие выводы.

Задание 2 (вариант №353). Сколько километров проедут Гриша с дедушкой от деревни Осиновка до села Николаево, если они поедут по шоссе через деревню Старая.

Массовые неверные ответы:

34 – 28,79%,

36 – 15,4%,

25 – 8,16%

Ответы «34» и «36», скорее всего, получены в результате неверного прочтения информации, отображённой на данном рисунке. Ответ «25» учащиеся, вероятнее всего, получили либо в результате невычитанного условия «..., если они поедут по шоссе через деревню Старая» и, как следствие, нахождения расстояния через прямоугольный треугольник с катетами 20 и 15, либо в результате ошибки, допущенной в задании №1 (вместо Зябликово обозначили Николаевку, а вместо Осиновки – Зябликово).

Итак, для решения задания №2 учащимся требовалось вычитать данные из условия задачи, найти нужный путь движения по рисунку, а затем отыскать необходимое расстояние непосредственным подсчетом клеток. Затруднение, с которым столкнулись некоторые девятиклассники, скорее всего, состояло в неумении правильно вычитать текст задачи и соотнести его с данным рисунком.

Задание 3. Найдите расстояние от деревни Зябликово до села Николаево по прямой. Ответ дайте в километрах.

Массовые неверные ответы:

15 – 31,08%,

25 – 8,11%,

23 – 7,16%.

Ответы «15» и «25» могли быть получены в связи с неверно выполненным заданием №1, в котором неправильно было определено соответствие между цифрами на плане и названием населенных пунктов. Ответ «23», скорее всего, является результатом неверного прочтения условия задачи, исходя из которого движение «по прямой» заменено движением «по прямолинейному шоссе».

Таким образом, результаты выполнения задания №3 показали, что у почти половины девятиклассников недостаточно сформированы умения смыслового чтения, которые надо было проявить в «зашумлённой» практической ситуации.

Рисунок 3 ясно указывает на то, что наибольшие затруднения экзаменуемые (24,83%) испытывали при выполнении задания 4 из блока заданий №№1-5. Для выполнения данного задания необходимо было правильно вычитать информацию из текста, составить модель к задачной ситуации, решить её, с учётом вопроса преобразовать полученный ответ. Иными словами, от учащихся требовалось исполнение нескольких действий как предметных, так и метапредметных в задачной ситуации, отягощённой несколькими условиями.

Задание 5. В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Осиновка, селе Николаево, деревне Зябликово и деревне Старая.

Наименование продукта	д. Осиновка	с. Николаево	д. Зябликово	д. Старая
Молоко (1 л)	44	48	54	60

Хлеб (1 батон)	26	19	23	18
Сыр «Российский» (1 кг)	310	330	340	290
Говядина (1 кг)	370	320	330	360
Картофель (1 кг)	24	26	25	27

Гриша с дедушкой хотят купить 3 л молока, 2 батона хлеба и 3 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине?

Массовые неверные ответы:

260 – 11,57%,

250 – 8,54%,

246 – 5,41%.

Ответ «260» дали, скорее всего, те ребята, которые неверно вычитали или не поняли текст сюжета задачи, принимая Николаевку за конечный пункт движения, где в магазине должны были быть куплены продукты. Ответы «250» и «246», вероятнее всего, являются результатом вычислительных ошибок, допущенных при решении составленных моделей.

Для решения задания №5 необходимы были умения работать с информацией, представленной текстом и таблицей; составить математическую модель; выполнять действия с числами. Результаты его выполнения показали, что 59,22% девятиклассников смогли справиться с данным заданием.

Для решения практического задания №14 требовалось либо перевести текст задачи на математический язык, а затем составить или решить математическую модель, либо создать графическую модель (чертёж), анализируя которую можно получить ответ. Выделенные действия смогли осуществить чуть больше половины экзаменуемых (59,22%).

Таким образом, проведенный содержательный анализ заданий №№1-5, 14 обнаруживает низкую сформированность метапредметных умений девятиклассников, испытывающих трудности в вычитывании и смысловом прочтении текста, представленного в «зашумленной» практической ситуации; при работе с разными видами информации, содержащими задачные ситуации, отягощённые несколькими условиями; в переводе описанной практической ситуации на математический язык, составлении и решении модели, выборе ответа. Иными словами, у экзаменуемых на недостаточном уровне находятся читательская и математическая грамотности, что мешает продвижению в предметном содержании, освоение которого невозможно без одновременного становления метапредметных умений, которые открывают новые горизонты в постановке учебных задач и являются условием достижения предметных результатов. Всё это объясняет стабильно низкие результаты выполнения заданий второй части, решение которых невозможно без способности и готовности большинства обучающихся к самостоятельному поиску методов решения задач, умений устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения, умозаключения и делать выводы; создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; связно и логично излагать свое решение в письменном виде, доказывать и обосновывать его основные шаги.

Выводы об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий участниками ОГЭ по математике

Перечень элементов содержания / умений, навыков, видов познавательной деятельности, освоение которых всеми школьниками региона в целом можно считать достаточным.

Полный анализ данных таблицы 9 показал, что у участников ОГЭ 2023 в Алтайском крае на достаточном уровне сформированы умения¹³:

- использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (соотносить текстовую и графическую информации, используемые в простейших практических ситуациях, и делать соответствующие выводы);
- выполнять вычисления и преобразования (действия с рациональными числами);
- сравнивать действительные числа;
- находить вероятность случайного события в стандартных ситуациях;
- выполнять действия с геометрическими фигурами в несложных, типичных ситуациях;
- решать задачи на клетчатом поле на отыскание площади многоугольника.

Перечень элементов содержания / умений, навыков, видов познавательной деятельности, освоение которых всеми школьниками региона в целом, а также школьниками с разным уровнем подготовки нельзя считать достаточным¹⁴.

Ниже перечислены умения школьников, сформированность которых нельзя считать достаточной:

- вычислять и использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (строить и исследовать простейшие математические модели в задачной ситуации, отягощённой несколькими условиями);
- решать текстовые задачи повышенного уровня сложности;
- выполнять преобразования алгебраических выражений;
- решать алгебраические уравнения разного уровня сложности;
- решать квадратные неравенства;
- осуществлять практические расчёты по формулам;
- выполнять преобразования алгебраических выражений, строить и читать графики функций;
- выполнять действия с геометрическими фигурами: находить значения геометрических величин в планиметрических задачах базового, повышенного и высокого уровней сложности, предполагающих действия с геометрическими фигурами: многоугольники, окружность, касательные, центральные и вписанные углы, вписанные в окружность и описанные около окружности многоугольники, биссектриса угла треугольника и др.;

¹³ Перечисленные умения относятся к заданиям первой части КИМ ОГЭ, выполнимость которых составила не менее 60%.

¹⁴ Перечисленные умения относятся к заданиям первой части КИМ ОГЭ, выполнимость которых составила не более 50%, и к заданиям второй части.

- проводить доказательные рассуждения при решении планиметрических задач повышенного уровня сложности.

Выводы о вероятных причинах затруднений и типичных ошибок обучающихся Алтайского края.

К основным возможным причинам затруднений и типичных ошибок обучающихся Алтайского края на основании результатов ОГЭ-2023 по математике можно отнести:

- незнание фактического математического материала (понятий, определений, утверждений) или неумение его применить в конкретной задачной ситуации;
- недостаточная культура тождественных преобразований выражений, решения уравнений и неравенств;
- слабая культура развития функциональных представлений и понятий;
- неумение решать геометрические задачи;
- устойчивая привычка решения в основном типовых задач, которая нередко приводит к отказу от решения задач с нестандартной, непривычной формулировкой;
- слабо развитая математическая грамотность, которая подразумевает умения жизненную проблему превратить в математическую, для решения которой необходимо применить математический аппарат, а также умение интерпретировать полученные результаты относительно жизненной проблемы;
- недостаточно развитая читательская грамотность, проявляющаяся в слабом владении навыками смыслового чтения, что не позволяет проанализировать условие задачи, понять смысл задачной ситуации, правильно выделить вопрос, построить адекватную математическую модель и т.д.;
- несформированность действий самоконтроля и самооценки;
- недостаточная сформированность умений выстраивать цепочки логических рассуждений; оформлять письменные решения задач с полным обоснованием;
- отсутствие привычки пользоваться справочными материалами, включая справочный материал КИМов ОГЭ.

Прочие выводы:

- 1) Использованные на экзамене КИМы ОГЭ не только соответствуют целям и задачам проведения экзамена, но и позволяют дифференцировать выпускников 9 классов с различным уровнем подготовки по основным разделам курса математики на базовом и повышенном уровнях.
- 2) Минимальное количество баллов, необходимых для подтверждения освоения предмета, в 2023 г. набрали 84,34% выпускников и при этом более 73% учащихся вообще не принимались за выполнение второй части работы.
- 3) Низкий процент выполнения заданий второй части КИМ ОГЭ оказался, как и в прошлом году, в несколько раз меньше ожидаемых процентов выполнения соответствующих заданий, что позволяет прийти к выводу о том, что учителя математики крайне мало уделяют времени обучению подготовленных детей решению задач повышенного и высокого уровней сложности.

- 4) Для поступления в профильные классы учащиеся по математике должны были набрать не менее 18 баллов¹⁵, из которых не менее 5 баллов по геометрии. Количество баллов, позволяющее продолжить обучение в профильных классах в 2023 г., получили 15,09% девятиклассников.
- 5) Устоявшийся в регионе знаниевый подход к обучению математике, когда ученикам в готовом виде передаются знания и способы математических действий, при этом обучение решению задач сводится к тренировкам в их решении, является одной из причин низкого математического образования в основной школе.
- 6) Акцентирование внимания в учебном процессе только на предметные результаты оставляет без должного внимания освоение метапредметных умений таких, как умение учиться, читательская грамотность (в том числе вычитывание и понимание текста), функциональная математическая грамотность, дефицит которых влечёт неуспешность школьников в освоении предметных умений.
- 7) Отсутствие системы работы со стороны учителя с учащимися, мотивация к обучению у которых является низкой.
- 8) Наличие сложного контингента обучающихся в ряде школ края (242 школы, имеющие низкие образовательные результаты обучающихся).
- 9) Дефицит педагогических кадров – учителей математики не может создать нормальных рабочих условий, обеспечивающих требуемое качество школьного математического образования в регионе, для педагогов.

¹⁵ Приказ №433 Министерства образования и науки Алтайского края от 11.04.2023.

Часть 2. Основные результаты ЕГЭ по математике в Алтайском крае в 2023 г.

I. Анализ результатов ЕГЭ-2023 по математике (базовый уровень)

Характеристика участников ЕГЭ¹⁶ по математике (базовый уровень)

Число участников ЕГЭ по математике (база) в Алтайском крае за последние три года представлено в таблице 1.

Таблица 1

Количество¹⁷ участников ЕГЭ-2023 по математике (базовый уровень, за 3 года)

2019 г.		2022 г.		2023 г.	
чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
6489	49,95	6448	59,24	6321	60,73

На основе приведенных в таблице 1 данных следует отметить, что количество участников ЕГЭ по математике (базовый уровень) в 2023 году уменьшилось на 127 человек по сравнению с 2022 годом и на 168 человек по сравнению с 2019 годом, так как происходит уменьшение общего числа выпускников.

ЕГЭ по математике базового уровня выпускники выбирали в 2023 году чаще, чем в 2019 и 2022 годах. Если в 2019 году ЕГЭ по математике (базовый уровень) выбирали 49,95% выпускников, в 2022 – 59,24%, то в 2023 году это число составило 60,73%.

В таблице 2 отражено распределение числа одиннадцатиклассников, сдававших ЕГЭ базового уровня в 2023 году, в зависимости от типа образовательных организаций.

Таблица 2

Количество участников ЕГЭ-2023 по математике (базовый уровень) по типам¹⁸ ОО

	чел.
Всего ВТГ	6301
Из них:	
- выпускники СОШ	4387
- выпускники СОШ с углубленным изучением отдельных предметов	314
- выпускники гимназий	752
- выпускники лицеев	595
- выпускники Лицей-интернат	56
- выпускники Кадетская школа-интернат	18
- выпускники Общеобразовательная школа-интернат с первоначальной летной подготовкой	24
- выпускники специальная (коррекционная) общеобразовательная школа	2

¹⁶ Использован массив действительных результатов основного периода ЕГЭ (без учета аннулированных результатов).

¹⁷ Количество участников основного периода проведения ГИА.

¹⁸ Перечень категорий ОО может быть уточнен / дополнен с учетом специфики региональной системы образования

	чел.
Всего ВТГ	6301
- выпускники специальная (коррекционная) школа-интернат	4
- выпускники открытая (сменная) общеобразовательная школа	128
- выпускники техникумов	21

Основные результаты ЕГЭ-2023 по математике (базовый уровень)

На рисунке 1 представлена диаграмма распределения баллов участников ЕГЭ-2023 по математике (базовый уровень).



Рис. 1. Диаграмма распределения в Алтайском крае участников ЕГЭ по математике (базовый уровень) по первичным баллам в 2023 г.



Рис. 2. Результаты ЕГЭ по математике (базовый уровень) в 2023 году в Алтайском крае

В таблице 4 отражены результаты ЕГЭ по математике на базовом уровне трех последних лет.

Таблица 3

Динамика результатов ЕГЭ по математике (базовый уровень) за последние 3 года

№ п/п	Участников, набравших балл	2019 г.	2022 г.	2023 г.
1.	«2», %	2,90	3,97	2,06
2.	«3», %	26,78	22,37	25,58
3.	«4», %	37,07	41,65	45,02
4.	«5», %	33,26	32,02	27,34

На основе приведенных в таблице 3 показателей отметим, что основная масса участников ЕГЭ 2023 года по учебному предмету математика (базовый уровень) получила отметку «4» – это 45,02%, отметку «3» – 25,58% и «5» – 27,34% от всех участников. Число «2» составило 2,06%.

Значимых изменений в результатах ЕГЭ 2023 года по учебному предмету математика (базовый уровень) относительно результатов ЕГЭ 2022 г. – нет. Наблюдается незначительное уменьшение количества участников ЕГЭ, получивших оценку «2» и «5»: с 3,97% до 2,06% и с 32,02% до 27,34% соответственно. При этом возросло число участников, получивших оценку «3» с 22,37% до 25,58%, оценку «4» с 41,65% до 45,02%.

Возможные причины относительной стабильности результатов – целенаправленная подготовка к выполнению заданий, встречаемых в КИМ (изменения в содержание КИМ отсутствуют по сравнению с прошлым годом); переход части учеников, которые могли бы сдавать профильную математику, в группу, сдающих базовый экзамен.

В таблице 4 представлены результаты ЕГЭ-2023 по математике (базовый уровень) по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки в зависимости от типа образовательной организации.

Таблица 4

Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки с учетом типа ОО¹⁹

	Количество участников экзамена, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
		«2»	«3»	«4»	«5»
СОШ	4387	2,23	27,72	45,57	24,48
СОШ с УИОП	314	0,32	21,66	44,90	33,12
Гимназии, лицеи	1347	0,37	17,82	44,84	36,97
Интернаты	74	1,35	8,11	45,95	44,59
Вечерние и открытые (сменные) ОШ	128	13,28	50,78	32,03	3,91
Другие	51	0,00	19,61	52,94	27,45

Анализ результатов сдачи ЕГЭ по математике (базовый уровень) в разрезе ОО показывает, что высокий уровень подготовленности наблюдается у выпускников

¹⁹ Перечень категорий ОО дополняется / уточняется в соответствии со спецификой региональной системы образования

интернатов (90,54% сдали экзамен на 4 и 5), далее идут выпускники гимназий и лицеев (81,81% сдали на 4 и 5), СОШ с УИОП (78,02% сдали на 4 и 5), СОШ (70,05% сдали на 4 и 5). Вечерние и открытые (сменные) ОШ имеют низкие результаты сдачи ЕГЭ: 3,91% – «5», 32,03% – «4», основная часть сдает на «3» – 50,78% и 13,28% – «2».

Возможные причины высоких результатов выпускников интернатов, гимназий и лицеев, СОШ с УИОП объясняется высоким уровнем подготовки учителей ОО, отбором учеников, который проводится в некоторые ОО.

Вероятные причины низких показателей выпускников вечерних и открытых (сменных) ОШ объясняются низкой мотивацией к учебе, наличием таких форм обучения как заочная и экстернат.

Анализ результатов выполнения заданий КИМ ЕГЭ по математике (базовый уровень) в 2023 году

Приведём содержание одного из вариантов КИМ, предложенного одиннадцатиклассникам Алтайского края на ЕГЭ по математике в 2023 г. (база) – вариант №325.

Вариант №325 ЕГЭ 2023 по математике (базовый уровень)

1. Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 600 рублей, а стоимость одного номера журнала в киоске 28 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?
2. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

- А) масса молекулы водорода
- Б) масса Земли
- В) масса активного вещества в таблетке
- Г) масса взрослого слона

ЗНАЧЕНИЯ

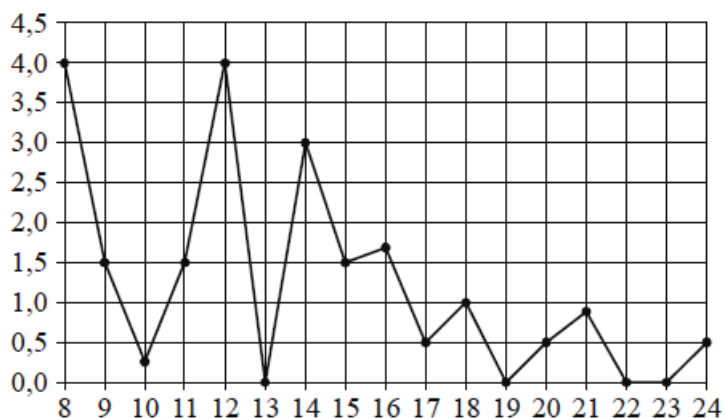
- 1. 500 мг
- 2. $5,9726 \cdot 10^{24}$ кг
- 3. $3,3464 \cdot 10^{-27}$ кг
- 4. 5 т

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

3. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линиями.



Определите по рисунку наибольшее суточное количество осадков в Томске за данный период. Ответ дайте в миллиметрах.

4. Закон Гука можно записать в виде $F = kx$, где F – сила (в ньютонах), с которой растягивают пружину, x – абсолютное удлинение пружины (в метрах), а k – коэффициент упругости (в Н/м). Пользуясь этой формулой, найдите x (в метрах), если $F=35$ Н и $k=7$ Н/м.

5. В сборнике билетов по географии всего 25 билетов, в 20 из них встречается вопрос по теме «Реки и озёра». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Реки и озёра».

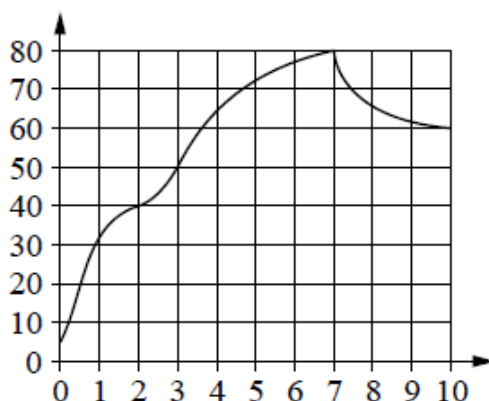
6. В городском парке работает 5 аттракционов: карусель, колесо обозрения, автодром, «Ромашка» и «Весёлый тир». В кассах продаётся 6 видов билетов, каждый из которых на один или на два аттракциона. Сведения о стоимости билетов представлены в таблице.

Набор билета	Набор аттракционов	Стоимость (руб.)
1	«Веселый тир», автодром	550
2	«Ромашка», колесо обозрения	450
3	«Веселый тир», «Ромашка»	300
4	Колесо обозрения, карусель	300
5	«Ромашка»	150
6	Карусель, автодром	200

Какие билеты должен купить Андрей, чтобы посетить все пять аттракционов и потратить не больше 900 рублей?

В ответе запишите какой-нибудь один набор номеров билетов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

7. На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси – температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику температуры на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- А) 0-1 мин.
- Б) 2-3 мин.
- В) 4-6 мин.
- Г) 7-9 мин.

- 1. температура падала
- 2. температура находилась в пределах от 40°C до 50°C
- 3. самый быстрый рост температуры
- 4. температура росла и на всём интервале была выше 60°C

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

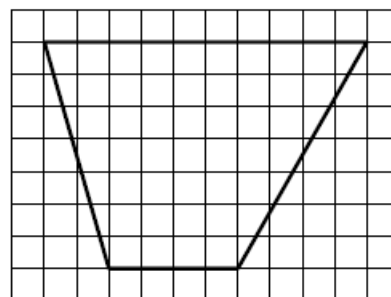
А	Б	В	Г

8. Школа приобрела стол, доску, магнитофон и принтер. Известно, что принтер дороже магнитофона, а доска дешевле магнитофона и дешевле стола. Выберите все утверждения, которые верны при указанных условиях.

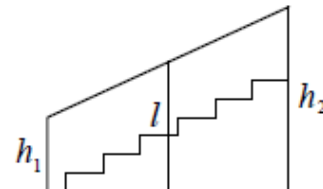
- 1) Принтер дороже доски.
- 2) Доска – самая дешёвая из покупок.
- 3) Принтер и доска стоят одинаково.
- 4) Магнитофон дешевле доски.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

9. План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



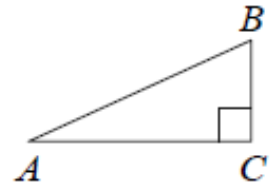
10. Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту l этого столба, если наименьшая высота h_1 перил равна 2 м, а наибольшая высота h_2 равна 3 м. Ответ дайте в метрах.



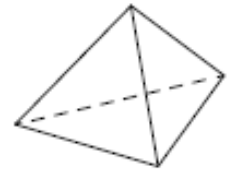
11. Высота бака цилиндрической формы равна 50 см, а площадь его основания равна 160 квадратным сантиметрам. Чему равен объём этого бака (в литрах)? В одном литре 1000 кубических сантиметров.



12. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB=10$, $AC=\sqrt{91}$.
Найдите $\sin A$.



13. Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 10, а боковые рёбра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



14. Найдите значение выражения $1 - \frac{1}{3} \cdot 1,2$.

15. В городе 50000 жителей, причем 20% из них – пенсионеры. Сколько пенсионеров в этом городе?

16. Найдите значение выражения $\frac{3^5}{3^3 \cdot 3}$.

17. Решите уравнение $x^2 + 6 = 5x$.

Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из них.

18. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

А) $\frac{x}{x-1} < 0$

Б) $2^{-x} > 2$

В) $\frac{1}{x(x-1)} > 0$

Г) $\log_2 x > 0$

РЕШЕНИЯ

1) $(1; +\infty)$

2) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

3) $(-\infty; -1)$

4) $(0; 1)$

Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

19. Найдите четырёхзначное число, кратное 15, произведение цифр которого больше 0, но меньше 25. В ответе запишите какое-нибудь одно такое число.

20. Смешали 4 кг 40-процентного раствора вещества с 10 кг 5-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

21. Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на всех этажах одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 110 квартир?

**Статистический анализ выполнения заданий КИМ ЕГЭ по математике
(базовый уровень) в 2023 году**

В таблице 5 представлены результаты выполнения экзаменационной работы участниками ЕГЭ по математике (база) в 2023 году по региону.

Таблица 5

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации ²⁰				
			средний	в группе с баллом «2»	в группе с баллом «3»	в группе с баллом «4»	в группе с баллом «5»
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Базовый	92,13	54,41	93,72	0	0
2	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Базовый	95,67	77,78	96,42	0	0
3	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Базовый	97,25	71,65	98,33	0	0
4	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Базовый	87,87	19,54	90,76	0	0
5	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Базовый	83,7	20,31	86,37	0	0
6	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Базовый	87,56	51,34	89,09	0	0
7	Уметь выполнять действия с функциями	Базовый	89,78	36,4	92,04	0	0

²⁰ Вычисляется по формуле $p = \frac{N}{nt} \cdot 100\%$, где N – сумма первичных баллов, полученных всеми участниками группы за выполнение задания, n – количество участников в группе, t – максимальный первичный балл за задание.

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации ²⁰				
			средний	в группе с баллом «2»	в группе с баллом «3»	в группе с баллом «4»	в группе с баллом «5»
8	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Базовый	93,68	57,09	95,23	0	0
9	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Базовый	79,55	11,88	82,41	0	0
10	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Базовый	71,54	9,58	74,15	0	0
11	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Базовый	46,2	1,53	48,08	0	0
12	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Базовый	44,84	0,77	46,71	0	0
13	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Базовый	18,09	0	18,85	0	0
14	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Базовый	61,51	14,18	63,51	0	0
15	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Базовый	80,08	8,81	83,09	0	0
16	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Базовый	68,35	16,48	70,55	0	0
17	Уметь решать уравнения и неравенства	Базовый	61,57	3,07	64,04	0	0
18	Уметь решать уравнения и неравенства	Базовый	34,29	7,28	35,43	0	0
19	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Базовый	34,66	3,45	35,98	0	0
20	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Базовый	19,1	1,92	19,83	0	0

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации ²⁰				
			средний	в группе с баллом «2»	в группе с баллом «3»	в группе с баллом «4»	в группе с баллом «5»
21	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Базовый	27,08	1,53	28,16	0	0

Результаты экзамена показывают затруднения участников экзамена при выполнении заданий 11, 12, 18, 19, 21, значительные затруднения при выполнении заданий 13 и 20. Все эти задания выполнены менее чем 50% участниками экзамена. 13 и 20 задания выполнены менее чем 20%. Среди тех, кто получил «2» наибольшее затруднение вызвали задания 4, 5, 7, 9-21. К этим заданиям они приступали реже, чем в 50% случаях. Задания 9-13 проверяли умения выполнять действия с геометрическими фигурами и практически не решались участниками ЕГЭ на базовом уровне.

Задание 18 проверяло умение решать уравнения и неравенства; 19 – умение выполнять вычисления и преобразования; 20, 21 – умения строить и исследовать простейшие математические модели.

Успешно выполнены задания 1, 2, 3, 8 – процент их выполнения составляет более 90%. Задания 4, 5, 6, 7, 15 выполнили более 80% участников ЕГЭ (базовый уровень). Эти задания проверяли сформированность умений выполнять вычисления и преобразования, использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, строить и исследовать простейшие математические модели, выполнять действия с функциями. Среди тех, кто получил «2» более 70% успешно справлялись с заданиями 2 и 3, которые проверяют умения использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Следует отметить, что имеются задачи, к выполнению которых не приступила значительная доля участников экзамена. Так, к выполнению задания 11 не приступило 22,19% участников экзамена, задания 12 – 23,21%, задания 13 – 27,10%, задания 19 – 29,97%, задания 20 – 34,66%, задания 21 – 36,66% участников экзамена.

В целом, из года в год наибольшее затруднение у выпускников 11 класса вызывают задачи по геометрии. Именно эти задачи имеют наименьший процент выполнения, к ним чаще всего не приступает значительная часть участников экзамена. Часть отметок «2» объясняется тем, что не решается нужное количество задач из раздела «Геометрия».

Содержательный анализ выполнения заданий КИМ ЕГЭ-2023 по математике (базовый уровень) в 2023 году

Для выявления возможных причин погрешностей при выполнении «проблемных» заданий обратимся к вееру ответов участников экзамена открытого варианта 325. Этот вариант решали 599 участников экзамена.

Задание 11. Высота бака цилиндрической формы равна 50 см, а площадь его основания равна 160 квадратным сантиметрам. Чему равен объём этого бака (в литрах)? В одном литре 1000 кубических сантиметров.

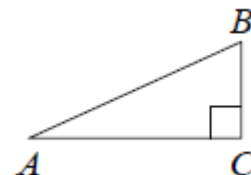
К заданию 11, которое проверяет умения выполнять действия с геометрическими фигурами, приступили 77,81% участников экзамена, процент выполнения задания составил

46,2%.

В варианте 325 верный ответ «8» получили 298 человек, что составляет 49,75%. «Массовых» неверных ответов не наблюдалось. Ответ «8000» получили 10 участников экзамена.

Ошибка, приведшая учащихся к неправильному ответу 8000, указывает на невнимательность к тому, в каких единицах требуется записать ответ.

Задание 12. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB=10$, $AC=\sqrt{91}$.
Найдите $\sin A$.



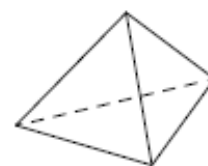
К заданию 12, которое проверяет умения выполнять действия с геометрическими фигурами, приступили 76,78% участников экзамена, процент выполнения задания составил 44,84%.

В варианте 325 верный ответ «0,3» получили 244 человек, что составляет 40,73%. «Массовые» неверные ответы: «30» получили 17 участников экзамена, «0,5» получили 28 человек.

Типичная ошибка, приведшая учащихся к неправильному ответу 30, указывает на незнания понятия синуса острого угла прямоугольного треугольника.

Неверный ответ 0,5 может быть результатом приближенного оценивания угла A по рисунку (около 30 градусов).

Задание 13. Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 10, а боковые рёбра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



К заданию 13, которое проверяет умения выполнять действия с геометрическими фигурами, приступили 72,9% участников экзамена, процент выполнения задания составил 18,09%.

В варианте 325 верный ответ «180» получили 102 человека, что составляет 17,03%. «Массовые» неверные ответы: «130» получили 54 участника экзамена, «60» получили 58 человек, «65» – 49 человек.

Типичная ошибка, приведшая учащихся к неправильному ответу 130, указывает на незнание формулы площади боковой поверхности пирамиды и простому перемножению чисел, присутствующих в задаче. Ответ 65, вероятнее всего, получают делением 130 на 2. А вот ответ 60 наиболее близок к правильному, но найдена площадь только одной из трех боковых сторон.

Задание 18. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

А) $\frac{x}{x-1} < 0$

Б) $2^{-x} > 2$

В) $\frac{1}{x(x-1)} > 0$

Г) $\log_2 x > 0$

РЕШЕНИЯ

1. $(1; +\infty)$
2. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$
3. $(-\infty; -1)$
4. $(0; 1)$

Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

К заданию 18, которое проверяет умения решать уравнения и неравенства, приступили 90,16% участников экзамена, процент выполнения задания составил 34,29%.

В варианте 325 верный ответ «4321» получили 151 человека, что составляет 25,21%. «Массовые» неверные ответы: «3214» получили 36 участников экзамена, «3124» – 31 человек, «3421» – 3 человек.

Причиной неверных ответов является неумение решать неравенства данного типа.

Задание 19. Найдите четырёхзначное число, кратное 15, произведение цифр которого больше 0, но меньше 25. В ответе запишите какое-нибудь одно такое число.

К заданию 19, которое проверяет умения выполнять вычисления и преобразования, приступили 70,03% участников экзамена, процент выполнения задания составил 34,66%.

В варианте 325 верный ответ «1125», или «1215», или «2115» получили 230 человека, что составляет 38,40%. «Массовый» неверный ответ – «1515» получили 37 участников экзамена.

Типичная ошибка, приведшая учащихся к неправильному ответу, заключается в том, что произведение цифр числа 1515 равно 25, а по условию меньше 25.

Задание 20. Смешали 4 кг 40-процентного раствора вещества с 10 кг 5-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

К заданию 20, которое проверяет умения строить и исследовать простейшие математические модели, приступили 65,34% участников экзамена, процент выполнения задания составил 19,10%.

В варианте 325 верный ответ «15» получили 110 человека, что составляет 18,36%. «Массовые» неверные ответы: «45» получили 76 участников экзамена, «35» получили 25 человек.

Ответы 45 и 35 вероятнее всего были получены сложением и вычитанием процентов: $40 + 5 = 45$ и $40 - 5 = 35$.

Наиболее вероятными причинами неверных ответов в данном случае являются:

- непонимание условия задачи,
- неумение строить математическую модель,
- вычислительные ошибки.

Задание 21. Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на всех этажах одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на

этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 110 квартир?

К заданию 21, которое проверяет умения строить и исследовать простейшие математические модели, приступили 63,34% участников экзамена, процент выполнения задания составил 27,08%.

В варианте 325 верный ответ «11» получили 229 человека, что составляет 38,23%. «Массовые» неверные ответы: «22» получили 38 участников экзамена, «5» получили 26 человек, «10» – 23 человека.

Наиболее вероятными причинами неверных ответов в данном случае являются:

- непонимание условия задачи,
- неумение строить математическую модель.

Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ ЕГЭ по математике (базовый уровень)

Задание 11. Высота бака цилиндрической формы равна 50 см, а площадь его основания равна 160 квадратным сантиметрам. Чему равен объём этого бака (в литрах)? В одном литре 1000 кубических сантиметров.

К заданию 11, которое проверяет умения выполнять действия с геометрическими фигурами, приступили 77,81% участников экзамена, процент выполнения задания составил 46,2%. Ошибка, приведшая учащихся к неправильному ответу, указывала на невнимательность к тому, в каких единицах требуется записать ответ.

Ошибки, допущенные при решении задачи, показывают, что выпускники не овладели универсальным учебным познавательным действием (метапредметный результат освоения основной образовательной программы): анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях.

Задание 19. Найдите четырёхзначное число, кратное 15, произведение цифр которого больше 0, но меньше 25. В ответе запишите какое-нибудь одно такое число.

К заданию 19, которое проверяет умения выполнять вычисления и преобразования, приступили 70,03% участников экзамена, процент выполнения задания составил 34,66%. Ошибки, допущенные при решении задачи, показывают, что выпускники не овладели универсальными учебными познавательными действиями:

- способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях.

Задание 20. Смешали 4 кг 40-процентного раствора вещества с 10 кг 5-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

К заданию 20, которое проверяет умения строить и исследовать простейшие математические модели, приступили 65,34% участников экзамена, процент выполнения задания составил 19,10%.

Ошибки, допущенные при решении задачи, показывают, что выпускники не овладели универсальным учебным познавательным действием: способность и готовность к

самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания.

Задание 21. Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на всех этажах одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 110 квартир?

К заданию 21, которое проверяет умения строить и исследовать простейшие математические модели, приступили 63,34% участников экзамена, процент выполнения задания составил 27,08%.

Ошибки, допущенные при решении задачи, показывают, что выпускники не овладели универсальными учебными познавательными действиями:

- способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности.

Выводы об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий участниками ЕГЭ по математике (базовый уровень)

Перечень умений, усвоение которых всеми школьниками Алтайского края в целом можно считать достаточными:

- выполнять вычисления и преобразования;
- выполнять действия с функциями;
- использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Перечень умений, усвоение которых всеми школьниками Алтайского края в целом, школьниками с разным уровнем подготовки нельзя считать достаточным:

- выполнять действия с геометрическими фигурами;
- строить и исследовать простейшие математические модели.

Отметим, что есть изменения успешности выполнения заданий. Задания на умения использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни в 2023 году были решены более успешно, чем в 2022 году.

II. Анализ результатов ЕГЭ-2023 по математике (профильный уровень)

Характеристика участников ЕГЭ²¹ по математике (профильный уровень)

Число участников ЕГЭ по математике (профиль) в Алтайском крае за последние три года представлено в таблице 1.

Таблица 1

Количество²² участников ЕГЭ-2023 по математике (профильный уровень, за 3 года)

2021 г.		2022 г.		2023 г.	
чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
5659	45,06	4480	41,16	3983	38,27

В 2023 году произошло некоторое снижение доли участников ЕГЭ по математике профильного уровня по сравнению с прошлым годом. Разница составила 2,9%. Количество участников ЕГЭ по математике профильного уровня в 2023 году уменьшилось на 497 человек по сравнению с 2022 годом.

При этом в 2022 году также имело место уменьшение доли участников ЕГЭ по математике профильного уровня по сравнению с 2021 годом на 3,9%. Количество участников ЕГЭ по математике профильного уровня в 2022 году уменьшилось на 1179 человек по сравнению с 2021 годом. Причиной всему этому служит уменьшение количества выпускников школ в Алтайском крае, ухудшение демографической ситуации.

В таблице 2 отражено распределение числа одиннадцатиклассников, сдававших ЕГЭ профильного уровня в 2023 году, в зависимости от типа образовательных организаций.

Таблица 2

Количество участников ЕГЭ-2023 по математике (профильный уровень) по типам²³ ОО

	чел.	%
Всего ВТГ	3829	100,00
- Средняя общеобразовательная школа	2218	57,93
- Средняя общеобразовательная школа с углубленным изучением отдельных предметов	241	6,29
- Гимназия	615	16,06
- Лицей	585	15,28
- Лицей-интернат	67	1,75
- Кадетская школа-интернат	12	0,31
- Общеобразовательная школа-интернат с первоначальной летной подготовкой	78	2,04
- Специальная (коррекционная) общеобразовательная школа	1	0,03
- Специальная (коррекционная) школа-интернат	3	0,08
- Открытая (сменная) общеобразовательная школа	5	0,13
- Техникум	4	0,10

²¹ Использован массив действительных результатов основного периода ЕГЭ (без учета аннулированных результатов).

²² Количество участников основного периода проведения ГИА.

²³ Перечень категорий ОО может быть уточнен / дополнен с учетом специфики региональной системы образования.

В структуре по типам образовательных организаций участников ЕГЭ по математике профильного уровня существенных изменений по сравнению с прошлым годом не произошло. Например, число выпускников средних общеобразовательных школ увеличилось на 0,28%, число выпускников лицеев возросло на 0,49%, число выпускников гимназий уменьшилось на 0,69%. По-прежнему, в экзамене приняла участие незначительная часть учащихся специальной (коррекционной) школы-интерната, техникума и специальной (коррекционной) общеобразовательной школы.

Основные результаты ЕГЭ по математике (профильный уровень)

На рисунке 1 представлена диаграмма распределения тестовых баллов участников ЕГЭ-2023 по математике (профильный уровень).

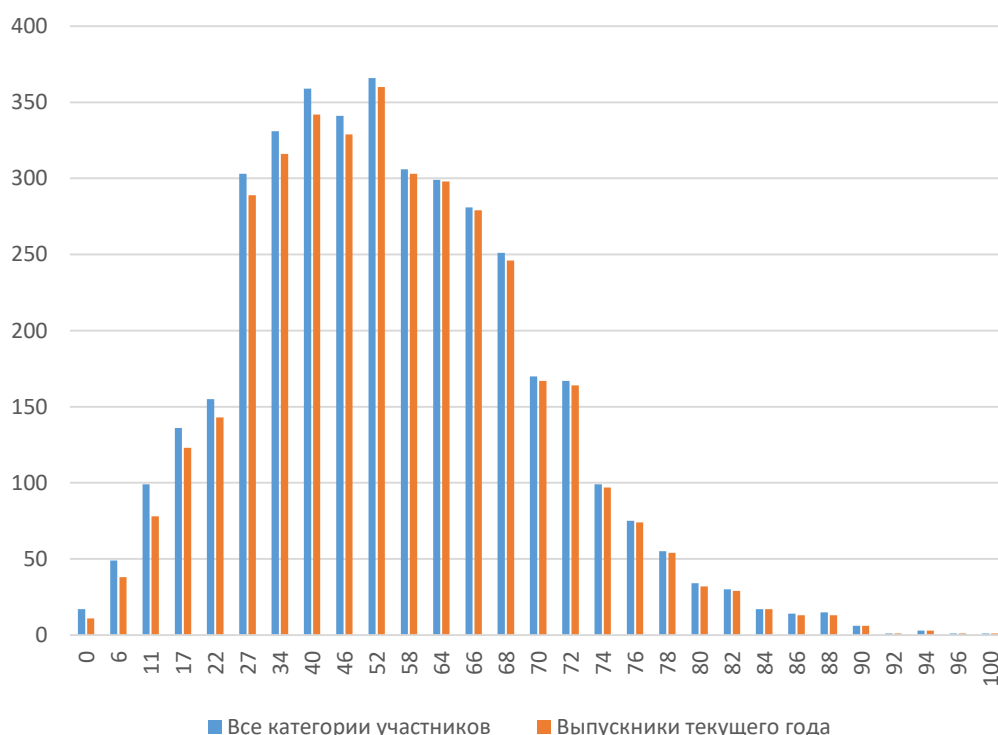


Рис. 1. Диаграмма распределения тестовых баллов участников ЕГЭ по математике (профильный уровень) в 2023 г.

Наблюдается смещение вправо максимума на диаграмме распределения участников экзамена по тестовым баллам (рис. 1) с 46 баллов в 2022 г. до 52 баллов в 2023 г.

В таблице 3 отражены результаты ЕГЭ по математике на базовом уровне трех последних лет.

Таблица 3

Динамика результатов ЕГЭ по математике (профильный уровень) за последние 3 года

№ п/п	Участников, набравших балл	2021 г.	2022 г.	2023 г.
1.	ниже минимального балла ²⁴ , %	5,73	11,74	11,45
2.	от минимального балла до 60 баллов, %	53,51	49,12	50,39
3.	от 61 до 80 баллов, %	35,43	36,59	35,95
4.	от 81 до 99 баллов, %	5,34	2,50	2,19
5.	100 баллов, чел.	0	2	1
6.	Средний тестовый балл	54,32	51,00	50,14

В целом результаты ЕГЭ по математике профильного уровня в Алтайском крае в 2023 году незначительно ниже, чем в 2022. Об этом, в частности, свидетельствуют:

- незначительное уменьшение показателя среднего балла (50,14 в 2023 году по сравнению с 51 в 2022 г.);
- незначительное уменьшение процентной доли не преодолевших минимального балла (11,45% в 2023 г. по сравнению с 11,74% в 2022 г.);
- незначительное снижение доли участников, набравших от 81 до 99 баллов в 2023 году (2,19%) по сравнению с 2022 годом (2,5%).

Отметим, что 1 участник ЕГЭ-2023 по математике (профильный уровень), набрал 100 баллов. В 2022 году таких учащихся было 2.

В таблице 4 представлены результаты ЕГЭ-2023 по математике (профильный уровень) по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки в зависимости от типа образовательной организации.

Таблица 4

Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки с учетом типа ОО²⁵

	Доля участников, получивших тестовый балл				Количество участников, получивших 100 баллов
	ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 99 баллов	
СОШ	13,49	55,78	29,56	1,17	0
СОШ с УИОП	9,96	48,96	39,42	1,66	0
Гимназии, лицеи	4,67	41,58	49,5	4,17	0,08
Интернаты	5,06	36,71	54,43	3,8	0
Вечерние и открытые (сменные) ОШ	40	40	20	0	0
Другие	9,3	63,95	26,74	0	0

²⁴ Здесь и далее: минимальный балл – установленное Рособрнадзором минимальное количество баллов ЕГЭ, подтверждающее освоение образовательной программы среднего общего образования (по учебному предмету «русский язык» для анализа берется минимальный балл 24).

²⁵ Перечень категорий ОО дополняется / уточняется в соответствии со спецификой региональной системы образования

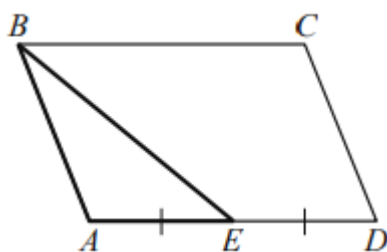
Доля участников, получивших от 61 до 80 баллов, является наибольшей среди выпускников гимназий и лицеев (49,5%) и выпускников интернатов (54,43). При этом доля участников, получивших от 81 до 99 баллов, наибольшая среди выпускников гимназий и лицеев (4,17%). Доля участников, набравших балл ниже минимального, оказалась наибольшей среди выпускников вечерних, открытых (сменных) общеобразовательных школ (40%).

Анализ результатов выполнения заданий КИМ ЕГЭ по математике (профильный уровень)

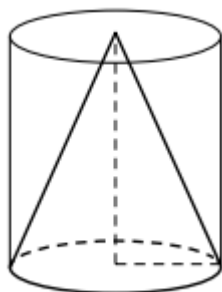
Приведём содержание одного из вариантов КИМ, предложенного одиннадцатиклассникам Алтайского края на ЕГЭ по математике в 2023 г. (профиль) – вариант №319.

Часть 1

1. Площадь параллелограмма ABCD равна 60. Точка E — середина стороны AD. Найдите площадь треугольника ABE.

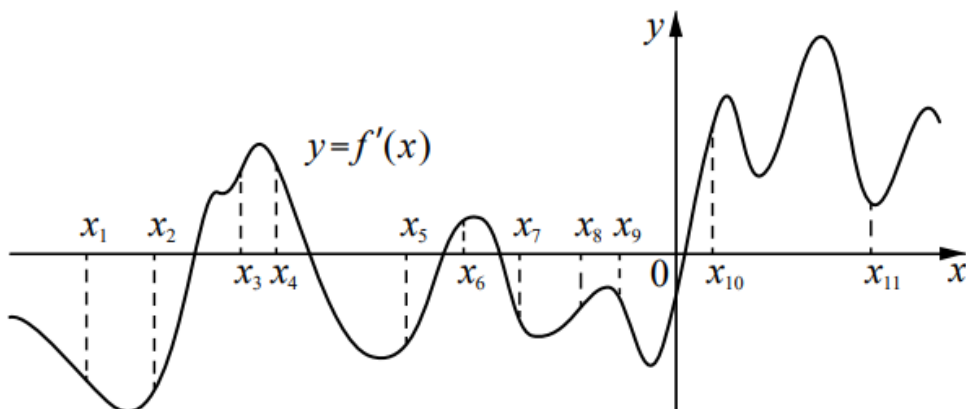


2. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем цилиндра равен 30. Найдите объем конуса.

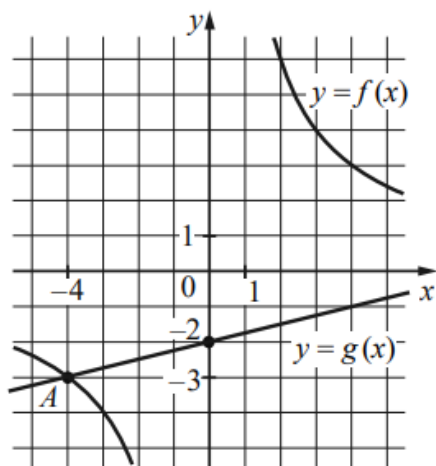


3. На конференцию приехали учёные из трёх стран: 9 из Португалии, 7 из Финляндии и 4 из Болгарии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым окажется доклад учёного из Португалии.
4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,06. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
5. Найдите корень уравнения $3^{x+2} = 81$.
6. Найдите значение выражения $\log_{0,7}10 - \log_{0,7}7$.

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено одиннадцать точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?



8. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$, где $f_0 = 160$ Гц — частота исходного сигнала, c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 8$ м/с и $v = 11$ м/с — скорости источника и приёмника относительно среды. При какой скорости распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет равна 170 Гц? Ответ дайте в м/с.
9. Заказ на изготовление 192 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 4 детали больше?
10. На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



11. Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 6x + 3$ на отрезке $[0; 40]$.

Часть 2

12. а) Решите уравнение

$$2 \sin^3 x = \sqrt{2} \cos^2 x + 2 \sin x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$.

13. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AB . Точка P делит ребро AB в отношении $AP : PB = 1 : 3$, а точка Q — середина

ребра A_1C_1 . Через середину M ребра BC провели плоскость α , перпендикулярную отрезку PQ .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро AC пополам.

б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит ребро A_1C_1 , считая от точки A_1 , если известно, что $AB = AA_1$, $AB : BC = 2 : 5$.

14. Решите неравенство $\log_4((x - 5)(x^2 - 2x - 15)) + 1 \geq 0,5\log_2(x - 5)^2$.

15. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1400 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2120 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2026 году?

16. Биссектрисы углов BAD и BCD равнобедренной трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . На боковых сторонах AB и CD отмечены точки M и N соответственно так, что $AM = MO$, $CN = NO$

а) Докажите, что точки M , O и N лежат на одной прямой.

б) Найдите отношение $AM : MB$, если $AO = CO$ и $BC : AD = 17 : 31$.

17. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy - 2x + 12) \cdot \sqrt{y - 2x + 12} = 0 \\ y = ax - 10 \end{cases}$$

18. Из пары натуральных чисел $(a; b)$ за один ход можно получить пару $(a + 2; b - 1)$ или $(a - 1; b + 2)$ при условии, что оба числа в новой паре положительны. Сначала есть пара $(5; 7)$.

а) Можно ли за 50 таких ходов получить пару, в которой одно из чисел равно 100?

б) За какое число ходов получится пара, сумма чисел в которой равна 400?

в) Какое наибольшее число ходов можно сделать так, чтобы после каждого хода оба числа в паре не превосходили 100?

**Статистический анализ выполнения заданий КИМ ЕГЭ по математике
(профильный уровень) в 2023 году**

Таблица 5

Но- мер зада- ния в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации ²⁶				
			средн ий	в группе не преодоле вших минимал ьный балл	в группе от минима льного до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1	Треугольник / Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Базовый	81,87	43,56	80,4	96,53	100
2	Прямые и плоскости в пространстве. Многогранники. Тела и поверхности вращения. Измерение геометрических величин / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Базовый	83,5	40,2	83,96	97,52	97,62

²⁶ Вычисляется по формуле $p = \frac{N}{nm} \cdot 100\%$, где N – сумма первичных баллов, полученных всеми участниками группы за выполнение задания, n – количество участников в группе, m – максимальный первичный балл за задание.

Но- мер зада- ния в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации ²⁶				
			средн ий	в группе не преодоле вших минимал ьный балл	в группе от минима льного до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
3	Элементы теории вероятностей / Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Базовый	83,55	49,31	83,5	94,97	98,81
4	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей / Уметь моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Повышенн ый	60,07	6,34	51,62	88,94	92,86
5	Уравнения / Уметь решать уравнения и неравенства	Базовый	95,3	79,01	96,34	99,43	100
6	Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем / Уметь выполнять вычисления и преобразования	Базовый	58,29	8,51	43,79	93,55	100
7	Производная. Исследование функций. Первообразная и интеграл / Уметь выполнять действия с функциями	Базовый	72,63	21,39	67,92	95,82	100
8	Уравнения. Неравенства / Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Повышенн ый	74,89	20,4	72,77	95,82	100
9	Уравнения. Неравенства / Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Повышенн ый	62,76	8,12	54,15	92,13	96,43

Но- мер зада- ния в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации ²⁶				
			средн ий	в группе не преодоле вших минимал ьный балл	в группе от минима льного до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
10	Функция, график функции. Основные элементарные функции / Уметь выполнять действия с функциями	Повышенн ый	71,72	13,47	66,68	97,94	97,62
11	Производная. Исследование функций / Уметь выполнять действия с функциями	Повышенн ый	44,3	4,16	26,51	80,3	91,67
12	Уравнения. Неравенства / Уметь решать уравнения и неравенства	Повышенн ый	32,36	0,1	6,47	75,66	96,43
13	Прямые и плоскости в пространстве. Многогранники. Тела и поверхности вращения. Измерение геометрических величин. Координаты и векторы / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Повышенн ый	0,97	0,13	0,15	1,13	22,22
14	Уравнения. Неравенства / Уметь решать уравнения и неравенства	Повышенн ый	12,25	0	0,41	28,17	91,67
15	Целые числа. Дроби, проценты, рациональные числа. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений / Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Повышенн ый	5,97	0	0,31	12,37	64,88
16	Планиметрия / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Повышенн ый	1,84	0	0,26	3,35	24,21

Но- мер зада- ния в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации ²⁶				
			средн ий	в группе не преодоле вших минимал ьный балл	в группе от минима льного до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
17	Уравнения. Неравенства. Элементарное исследование функций. Основные элементарные функции / Уметь решать уравнения и неравенства	Высокий	2,84	0	0,08	4,18	61,31
18	Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем / Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Высокий	7,25	0,84	2,84	12,97	51,79

Сравнение результатов экзамена 2023 года с результатами 2022 года позволяет сделать некоторые выводы, поскольку содержание заданий не изменилось, а произошла перегруппировка заданий. Работа начинается с заданий по геометрии, затем следует блок заданий по элементам комбинаторики, статистике и теории вероятностей, а затем идут задания по алгебре и началам математического анализа.

Результаты выполнения заданий с кратким ответом в каких-то заданиях повысились, а в каких-то понизились, в каких-то остались примерно на том же уровне. Процент выполнения всех базовых заданий выше 50%.

В качестве позитивных изменений следует отметить, что по сравнению с прошлым годом средний процент выполнения задания 10 (в прошлом году это задание было под номером 9) вырос с 66,26% до 71,72%. Так же существенно повысился процент выполнения задания 7 (в прошлом году это задание было под номером 6) с 52,98% в 2022 до 72,63%.

Следует отметить, что в 2023 году значительно увеличился процент выполнения некоторых геометрических задач, чего не наблюдалось ранее. Например, процент выполнения задания 2 – стереометрической задачи (в прошлом году это задание было под номером 5) повысился с 61,22% в 2022 году до 83,5 в 2023 году.

Тем не менее, приведенная выше таблица показывает, что наиболее слабые результаты участников экзамена остаются при выполнении заданий 4, 6, 9 и 11.

При этом, значительное снижение процента выполнения по сравнению с 2022 годом можно отметить для задания 11: с 75,01% в 2022 году до 44,3% в 2023 году.

Наибольший процент неправильных решений (решение на 0 баллов) имеют задачи 6 (39,35%) и 11 (48,82%).

Задачи 4, 6, 9 и 11 являются почти нерешаемыми участниками группы, не набравшими минимальный балл (от 4,36% до 22,38%).

Из заданий с развернутым ответом учащиеся группы, не набравших минимального балла, приступили к задачам, но набрали 0 баллов: 12 (16,63%), 14 (12,28%), 18 (19,8%).

В группе участников ЕГЭ, набравших баллов от минимального до 60, с нулевой решаемостью нет ни одного задания.

Следует отметить высокий процент выполнения заданий №12 (96,43%) и №14 (91,67%) в группе учащихся, набравших от 81 до 100 баллов.

Традиционно учащиеся всех групп имеют низкий процент выполнения геометрических заданий с развернутым ответом (№13, №16) и задачи с параметром (№17).

Все задания базового уровня имеют процент выполнения выше 50, что соответствует норме. Задания повышенного и высокого уровней имеют процент выполнения выше 15, за исключением задач №13-18.

Содержательный анализ выполнения заданий 1 части КИМ ЕГЭ-2023 по математике (профильный уровень) в 2023 году

Для выявления возможных причин погрешностей при выполнении «проблемных» заданий обратимся к вееру ответов участников экзамена открытого варианта.

Задание 4. Приступили к решению задачи 97,82% участников экзамена. Верный ответ «0,067» получили 248 человек, что составляет 59,33%. «Массовые» неверные ответы: «0,0096» (получили 16 участников экзамена), «0,03» (12 человек), «0,0676» (11 человек).

Наиболее вероятными причинами неверных ответов являются:

- не сформировано умения составить событие по условию задачи и вычислить его вероятность;
- неумение использовать формулу полной вероятности;
- неумение моделировать реальную ситуацию на языке теории вероятностей;
- вычислительные ошибки.

Задание 6. Приступили к решению задачи 97,64% участников экзамена. Верный ответ «-1» получили 282 человека, что составляет 67,46%. «Массовые» неверные ответы: «1» (получили 55 участников экзамена), «3» (55 человек).

Типичная ошибка, приведшая учащихся к неправильному ответу 1, указывает на неправильное оперирование арифметическими действиями над логарифмами. Неверный ответ 3 получен, вероятнее всего, в результате разности подлогарифмических выражений, т.е. у учащихся не сформировано понятие логарифма.

Задание 9. Приступили к решению задачи 93,25% участников экзамена. Верный ответ «12» получили 271 человек, что составляет 64,83%. «Массовые» неверные ответы: «16» (получили 38 участников экзамена), «8» (14 человек).

Наиболее вероятными причинами неверных ответов являются:

- неверное составление математической модели задачи;
- неумение использовать алгебраический метод решения текстовых задач;
- неумение решать дробно-рациональные уравнения;
- вычислительные ошибки.

Задание 11. Приступили к решению задачи 93,12% участников экзамена. Верный ответ «-29» получили 181 человек, что составляет 43,3%. «Массовые» неверные ответы: «3» (получили 70 участника экзамена), «16» (20 человек), «6» (12 человек), «-13» (11 человек).

Наиболее вероятными причинами неверных ответов являются:

- неумение находить производную функции;

- незнание алгоритма исследования функции на наибольшее и наименьшее значения;
- подмена понятия «наименьшее значение функции» понятием «точка экстремума»;
- вычислительные ошибки.

Содержательный анализ выполнения заданий 2 части КИМ ЕГЭ-2023 по математике (профильный уровень) в 2023 году

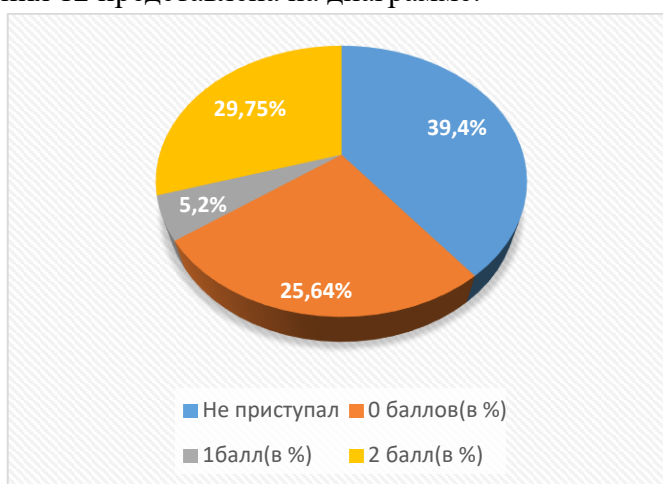
Анализ ответов обучающихся на задания с развернутым ответом позволил выделить следующие наиболее типичные ошибки по каждому из заданий.

Задание 12.

а) Решите уравнение $2 \sin^3 x = \sqrt{2} \cos^2 x + 2 \sin x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$.

Решаемость задания 12 представлена на диаграмме:



Типичные ошибки:

– Уравнение в задании 12 в 2023 году решалось методом группировки слагаемых с последующим вынесением общего множителя за скобки. В целом, можно констатировать слабое владение учащимися этим методом решения уравнения, несформированность необходимых алгоритмов.

– Типичными для 2023 года стали ошибки при группировке слагаемых уравнения, при разложении на множители. Неоднократно встречались работы, в которых учащиеся после разложения на множители сократили на один из множителей, что привело к потере корней (ниже приведен пример).

$$\begin{aligned}
 (12) \text{ а) } & 2 \sin^3 x = \sqrt{2} \cos^2 x + 2 \sin x \\
 & 2 \sin^2 x \cdot \sin x - 2 \sin x = \sqrt{2} \cos^2 x \\
 & \sin x \cdot (2 \sin^2 x - 2) = \sqrt{2} \cos^2 x \\
 & \sin x \cdot (2 \cdot (1 - \cos^2 x) - 2) = \sqrt{2} \cos^2 x \\
 & \sin x \cdot (-2 \cos^2 x - 2) = \sqrt{2} \cdot (1 + \cos^2 x) \\
 & \sin x \cdot (-2 \cos^2 x - 2) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (1 + \cos^2 x) \\
 & \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\
 & x_1 = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k = -\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z} \\
 & x_2 = \pi + \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi k = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k
 \end{aligned}$$

– Типичной для 2023 года стала ошибка – деление обеих частей уравнения на выражение с переменной, которое в этой задаче может быть равно нулю. Учащиеся часто делили обе части уравнения на $\cos^2 x$, теряя при этом корни $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$.

– Нередко, решая уравнение $\sin^2 x = 1$, учащиеся переходили к уравнению $\sin x = 1$, забывая про $\sin x = -1$.

– Ежегодно среди типичных ошибок участников ЕГЭ по математике при решении задачи 12 констатируется незнание формул раздела «Тригонометрия» школьного курса математики: корней простейших тригонометрических уравнений общего и частного вида, табличных значений тригонометрических и обратных тригонометрических функций и др. Наиболее типичными среди них в 2023 году были ошибки в формулах корней простейших тригонометрических уравнений общего или частного вида и табличных значений обратных тригонометрических функций. Например, $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$ или $\cos x = 0 \Rightarrow x = \pi k, k \in Z$.

– При отборе корней в пункте б) задачи 12 многие участники ЕГЭ не оформляют решение должным образом. Часто обоснование ответа не является полным или совсем отсутствовало. В зависимости от способа отбора корней из промежутка, часто встречалась одна из следующих ситуаций:

1) осуществляется перебор целых значений k , не обосновывая, почему других значений рассматривать не нужно;

2) на единичной окружности не выделен исследуемый промежуток или не указаны корни из этого промежутка.

Отсутствие обоснования решения при отборе корней, даже при правильном ответе, не позволяет эксперту оценить пункт б) задания 12 положительным баллом.

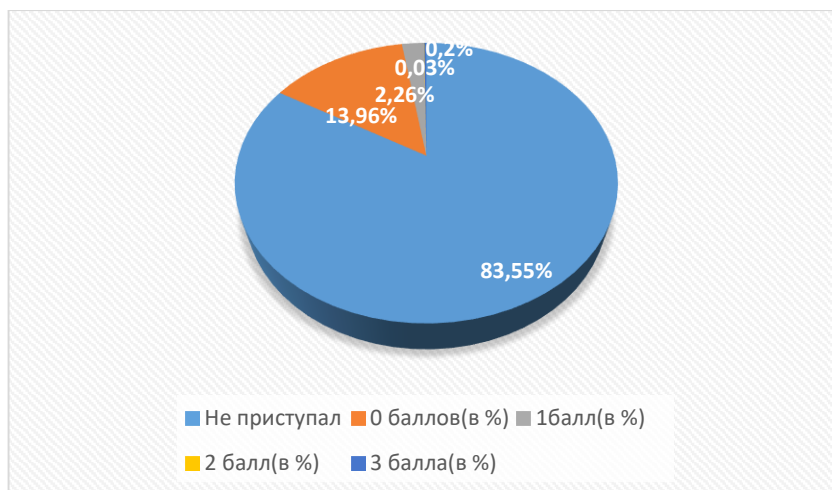
Следует отметить, что при решении задачи 12 на высоком уровне продолжает оставаться ситуация с обоснованным отбором корней из промежутка. Учащиеся в 2023 году традиционно активно и в основном успешно использовали различные способы отбора корней: перебор, с помощью двойного неравенства, используя единичную окружность или график функции.

Задание 13. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AB . Точка P делит ребро AB в отношении $AP:PB = 1:3$, а точка Q — середина ребра A_1C_1 . Через середину M ребра BC провели плоскость α , перпендикулярную отрезку PQ .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро AC пополам.

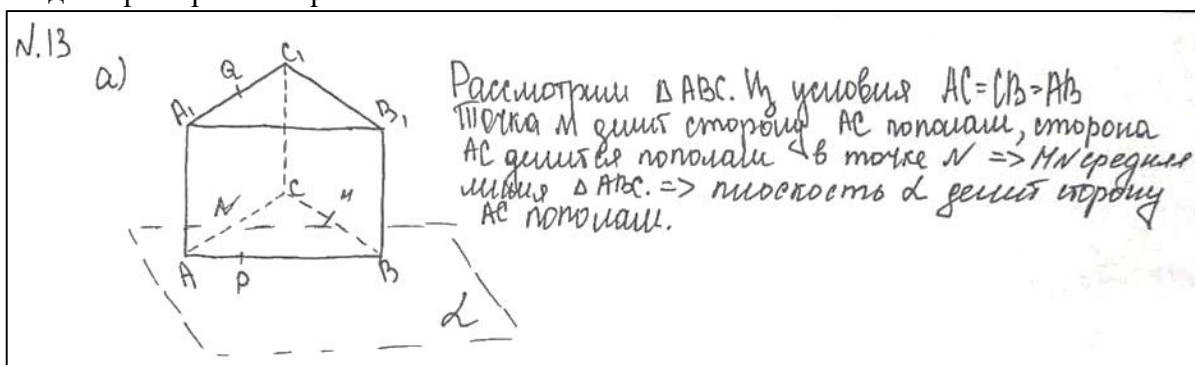
б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит ребро A_1C_1 , считая от точки A_1 , если известно, что $AB=AA_1$, $AB:BC = 2:5$.

Решаемость задания 13 представлена на диаграмме:



Типичные ошибки:

–Использование при решении задачи 13 ложных геометрических утверждений. Приведем пример такого решения.

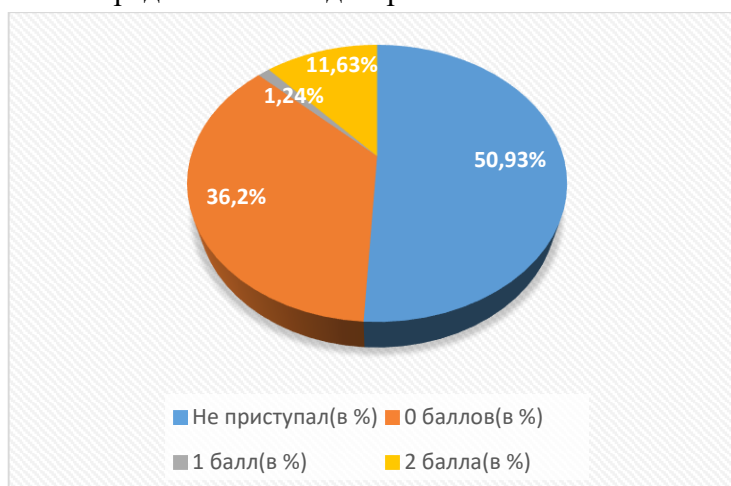


–Традиционным распространенным недостатком в решении задачи 13 остается отсутствие теоретических ссылок и обоснований логических переходов, недостаточная доказательность рассуждений, отсутствие аргументации решений. Учащиеся не всегда указывают используемую для вывода теорию: определения, теоремы, признаки, свойства и т.д.

Следует отметить, что также, как и в прошлые годы, одним из достоинств при решении стереометрической задачи в 2023 году было использование учащимися нестандартных (для школьного курса геометрии) способов решения (векторный метод, координатный метод, координатно-векторный метод).

Задание 14. Решите неравенство $\log_4((x - 5)(x^2 - 2x - 15)) + 1 \geq 0,5\log_2(x - 5)^2$.

Решаемость задания 14 представлена на диаграмме:



Типичные ошибки:

– В решении логарифмического неравенства задания 14 в 2023 году использовались арифметические свойства логарифмической функции. Одной из самых частых типичных ошибок у участников ЕГЭ стало потеря знака модуля под знаком логарифма при вынесении степени. Это сводило решение к 0 баллов.

$$\begin{aligned} \text{14. } \log_4((x-5)(x^2-2x-15)) + 1 &\geq 0,5 \log_2(x-5)^2 \\ \log_4((x-5)(x^2-2x-15)) + 1 &\geq \log_2(x-5) \end{aligned}$$

– Стала типичной для участников ЕГЭ 2023 года ошибка при решении неравенства вида $(x-5)^2 > 0$. Учащиеся указывали неверное решение $x \in \mathbb{R}$ или переходили к неверному неравенству $x - 5 > 0$. Эта ошибка также сводила решение к 0 баллов.

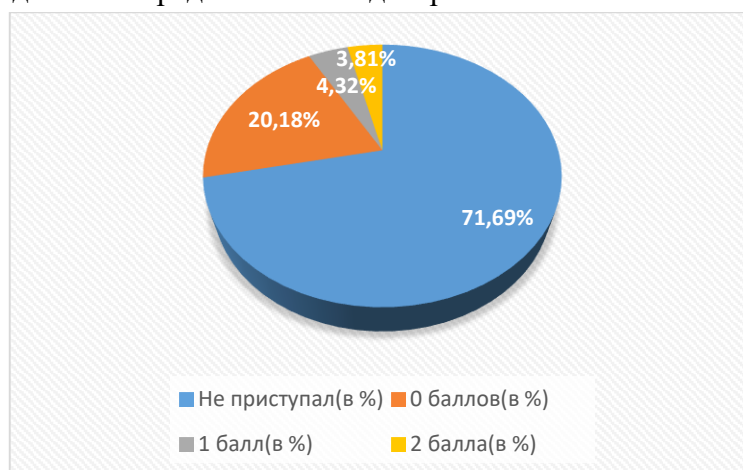
– Типичным для участников ЕГЭ 2023 года стало неправильное нахождение области допустимых значений исходного неравенства.

– Ошибки в действиях с логарифмами, неверное использование формулы перехода к новому основанию логарифма.

– В некоторых случаях учащиеся решение неравенства сводили к решению уравнения.

Задание 15. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1400 тыс. рублей. Условия его возврата таковы: — каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга; — в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года; — в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года; — к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью. Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2120 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2026 году?

Решаемость задания 15 представлена на диаграмме:



Типичные ошибки:

– Самой распространенной ошибкой при решении финансовой задачи является непонимание схемы выплат кредита, что влечет за собой неверную модель задач и оценку в 0 баллов. Для участников ЕГЭ 2023г. было характерным использование того факта, что

уменьшение всей суммы происходит на одно и тоже число по условию же уменьшение за первые 5 лет одно, за другие 5 лет другое. Приведем пример такого решения.

15. Сколько платок в 2026?

$S - 400$ тыс.
 $k - 1,3$.

год	долг с %	выплата	долг после выплаты
2025 S	$1,3S$	$1,3S - 0,9S$	$\frac{4}{10}S$
2026 $\frac{9}{10}S$	$1,3 \cdot 0,9S$	$1,17S - 0,81S$	$\frac{3}{10}S$
$\frac{8}{10}S$	$1,3 \cdot 0,81S$	$1,045S - 0,729S$	$\frac{2}{10}S$
$\frac{7}{10}S$	$1,3 \cdot 0,729S$	$0,91S - 0,65S$	$\frac{1}{10}S$
$\frac{6}{10}S$	$1,3 \cdot 0,65S$	$0,78S - 0,58S$	0
$\frac{5}{10}S$	$1,3 \cdot 0,58S$	$0,25S$	$\frac{4}{10}S$
$\frac{4}{10}S$	$1,3 \cdot \frac{4}{10}S$	$0,22S$	$\frac{3}{10}S$
$\frac{3}{10}S$	$1,3 \cdot 0,3S$	$0,19S$	$\frac{2}{10}S$
$\frac{2}{10}S$	$1,3 \cdot 0,2S$	$0,16S$	$\frac{1}{10}S$
$\frac{1}{10}S$	$1,3 \cdot 0,1S$	$0,13S$	0

910 тыс.

Платок в 2026 году - это $0,4S = 0,4 \cdot 400$ тыс. = 160 тыс. 160 тыс.

Ответ: 160 тыс.

– Чаще, чем в прошлые годы, стали иметь место неполные и недостаточно обоснованные решения задачи 15. Участники ЕГЭ зачастую не описывали введение новых переменных, некоторые промежуточные вычисления выполняют устно и т.д. Такое решение не может оценено полным баллом.

– Стала распространенной ошибка – попытка решить задачу методом подбора (полностью или частично). На конкретном примере участник ЕГЭ демонстрирует выполнение всех условий задачи. Такое решение оценивается в 0 баллов.

– Ошибки вычислительного характера. Приведем пример оригинального верного решения, но с вычислительной ошибкой. Решение оценивается 1 баллом.

$$\textcircled{1} (A-5x-4y) + (A-5x-4y) \cdot 0,3 - \frac{1}{5} - (A-5x-4y) \cdot 0,3 = 0 \text{ (м.к. платок)}$$

$$A-5x-5y=0$$

$$-5(x+y) = -400$$

$$x+y = 80$$

$$\boxed{x = 8-y} \text{ или } \boxed{y = 80-x}$$

$$\textcircled{2} 5x+5y+0,3(10A-40x-10y) = 910$$

$$5x+5y+1200-12x-45y = 910$$

$$-7x+0,5y = 910-1200 \quad -5,5x+2y+1200 = 910$$

$$-7x+0,5y = -290 \quad -5,5x+2y = 910-1200$$

делаем замену.

$$-7x+0,5(80-x) = -290 \quad -5,5x+2(80-x) = 910-1200$$

$$-7x+40-0,5x = -290 \quad -5,5x+160-2x = -310$$

$$-7,5x = -330 \quad -7,5x = -470$$

$$x = \quad \quad \quad x = 470 : 7,5$$

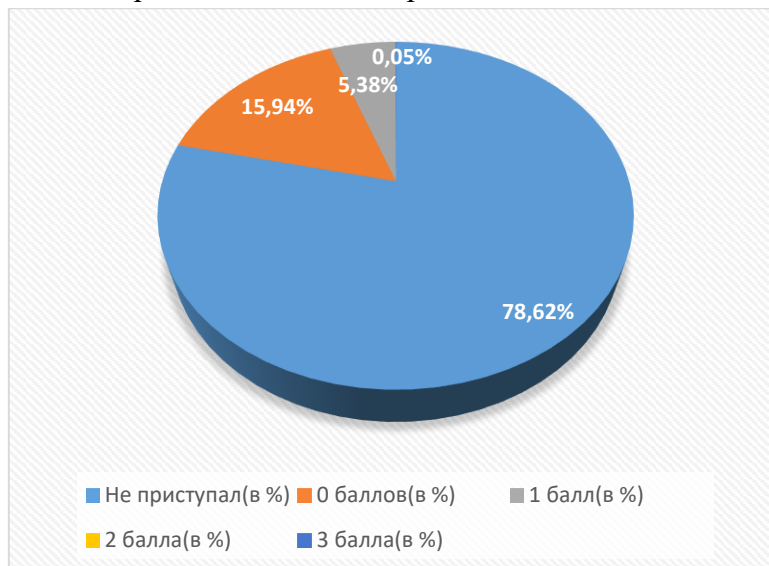
$$\quad \quad \quad x = 62,67 \text{ тыс. руб. } \cdot 25 \text{ руб.}$$

Ответ: 62 тыс. рублей.

Задание 16. Биссектрисы углов BAD и BCD равнобедренной трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . На боковых сторонах AB и CD отмечены точки M и N соответственно так, что $AM = MO$, $CN = NO$

- а) Докажите, что точки M , O и N лежат на одной прямой.
 б) Найдите отношение $AM : MB$, если $AO = CO$ и $BC : AD = 17 : 31$.

Решаемость задания 16 представлена на диаграмме:



Типичные ошибки:

– Использование при решении задачи 16 ложных геометрических утверждений. Для участников ЕГЭ 2023 года, например, свойственным было заблуждение, что биссектрисы трапеции являются ее диагоналями или прямую MN считали средней линией трапеции. Приведем фрагмент одного из решений, оцененное в 0 баллов.

116

Дано: $ABCD$ - равнобед. трап.; AC и BD - биссектр.; $AC \cap BD = O$;
 $M \in AB$, $AM = OM$; $N \in CD$, $CN = NO$
 б) $AO = CO$; $BC : AD = 4 : 17$

а) Док-ть: M, O, N - лежат на одной прямой
 б) Найти: отношение $AM : MB$ - ?

а) Решение: 1) $ABCD$ - равнобед (по усл.) $\Rightarrow AB = CD$
 2) O - середина AC и BD , т.к. по усл. $AO = CO$, исходя из того, что $AB = CD$
 $\Rightarrow AO = OB$
 3) т.к. $AM = OM$ и $CN = NO \Rightarrow \triangle AMO$ и $\triangle ONO$ - равнобед. и равны \Rightarrow
 $MO = ON$, а значит M, O и N лежат на одной прямой.

– К типичным ошибкам решения задачи 16 в 2023 году можно отнести домысливание условия задачи на свое усмотрение.

– Распространенным недостатком в решении планиметрической задачи с развернутым ответом (также, как и при решении стереометрической задачи с развернутым ответом) было отсутствие или недостаточность теоретических ссылок и обоснований логических переходов и выводов, недостаточная доказательность рассуждений, отсутствие или неполнота

аргументации решений. Учащиеся часто не указывают используемую для вывода теорию: определения, теоремы, признаки, свойства и т.д.

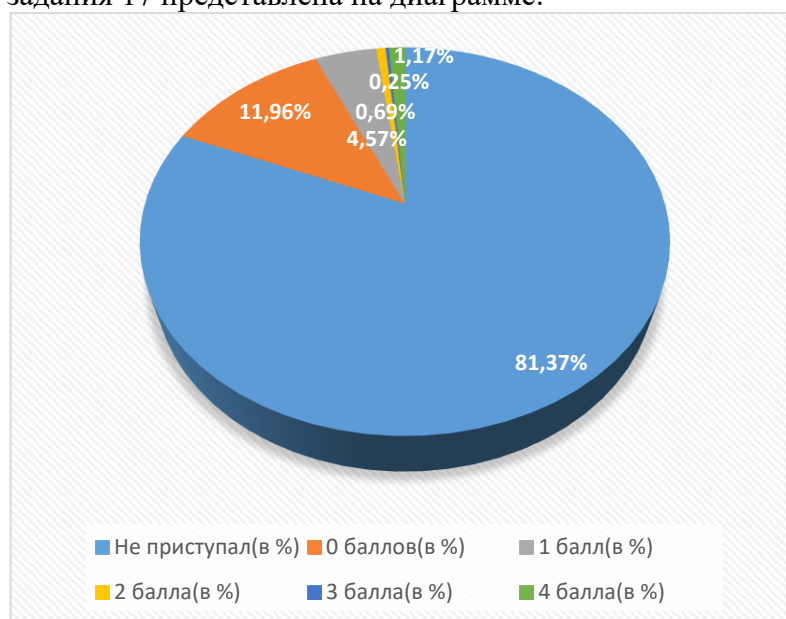
– Становится типичной ошибкой в последние годы неверное понимание условия задачи по причине невнимательного изучения условия или недостаточно развитого пространственного воображения (несоответствующий условию задачи чертеж, работа с другими геометрическими объектами и т.д.).

– Ошибки вычислительного характера.

Задание 17. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений не имеет решений:

$$\begin{cases} (xy - 2x + 12) \cdot \sqrt{y - 2x + 12} = 0 \\ y = ax - 10 \end{cases}$$

Решаемость задания 17 представлена на диаграмме:



Типичные ошибки:

– Многие участники ЕГЭ, приступившие к выполнению задания 17 исследовали только взаимное расположение гиперболы и прямых. В большинстве работ отсутствуют дополнительные пояснения.

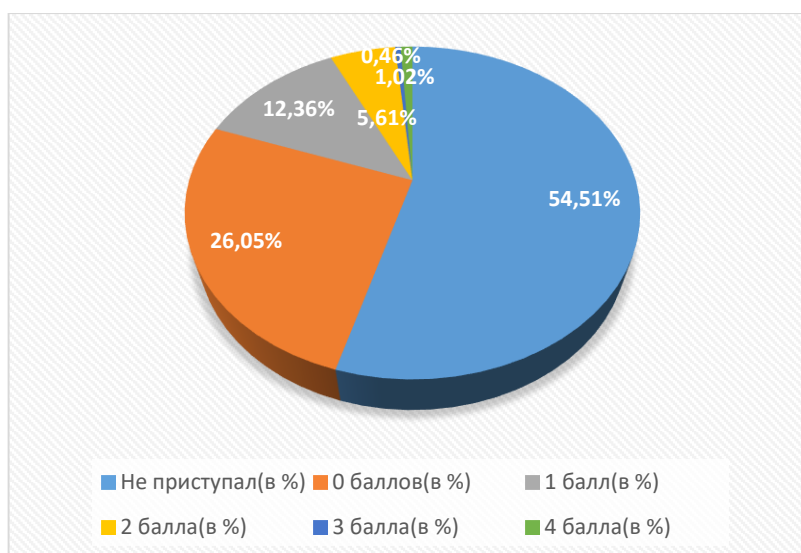
– Несформированность четкого алгоритма решения задачи с параметром, что приводит к потерям решений. В результате учащиеся приводят неполное или незавершенное решение задачи с параметром, исследовав не все случаи значений переменной или параметра, не проведя проверки найденных значений параметра.

– Формализм в построении идеи решения задачи, «узкий взгляд» на условие задачи, учет не всех нюансов задания.

Задание 18. Из пары натуральных чисел $(a; b)$ за один ход можно получить пару $(a + 2; b - 1)$ или $(a - 1; b + 2)$ при условии, что оба числа в новой паре положительны. Сначала есть пара $(5; 7)$.

- Можно ли за 50 таких ходов получить пару, в которой одно из чисел равно 100?
- За какое число ходов получится пара, сумма чисел в которой равна 400?
- Какое наибольшее число ходов можно сделать так, чтобы после каждого хода оба числа в паре не превосходили 100?

Решаемость задания 18 представлена на диаграмме:



Типичные ошибки:

– Непонимание или неверная трактовка условия задачи, упущение некоторых фактов из условия, поверхностный взгляд на условие задачи, склонность упростить его на свой взгляд.

– Доказательство пункта а осуществляется с применением перебора, который не учитывает условия $a > 0, b > 0$.

– Распространенной ошибкой при решении задачи 18 в 2023 году была подмена рассуждений в общем виде на рассмотрение отдельного частного случая в качестве примера, что не может служить обоснованием ответа «нет».

– Ошибки вычислительного характера.

Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ ЕГЭ по математике (профильный уровень)

Задание 9. Приступили к решению задачи 93,25% участников экзамена. Верный ответ «12» получили 271 человек, что составляет 64,83%. Ошибки, допущенные при решении задачи, показывают, что выпускники, не справившиеся с решением данной задачи, не овладели универсальным учебным познавательным действием: способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания.

Задание 15. Приступили к решению задачи 28,31% участников экзамена. 1 балл получили 4,32% учащихся, 2 балла получили 3,81% учащихся. Ошибки, допущенные при решении задачи, показывают, что выпускники не овладели универсальными учебными познавательными действиями:

- овладение видами деятельности по получению нового знания, его интерпретации, преобразованию и применению в различных учебных ситуациях;
- уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности.

Задание 18. Приступили к решению задачи 45,49% участников экзамена. 1 балл получили 12,36% учащихся, 2 балла получили 5,61% учащихся, 3 балла 0,46% учащихся, 4 балла 1,02% учащихся. Ошибки, допущенные при решении задачи, показывают, что выпускники не овладели универсальными учебными познавательными действиями:

- способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях.

Выводы об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий участниками ЕГЭ по математике (профильный уровень)

Элементы содержания и виды деятельности, усвоение которых всеми школьниками Алтайского края в целом можно считать достаточными:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных и числовых выражений, включающих степени, радикалы;
- решать рациональные, иррациональные, показательные уравнения, их системы;
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;
- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения;
- вычислять производные элементарных функций;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции;
- решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий;
- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках.

Элементы содержания и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками Алтайского края в целом, школьниками с разным уровнем подготовки нельзя считать достаточным:

- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных и числовых выражений, включающих логарифмы и тригонометрические функции;
- моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры;

- решать тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы;
- решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы;
- решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

Часть 3. Методические рекомендации²⁷ по совершенствованию методики преподавания учебного предмета «Математика»

Рекомендации учителям

Анализ результатов ГИА 2023 по математике позволяет сформулировать рекомендации, прежде всего, для учителей с целью улучшения качества математической подготовки школьников в Алтайском крае:

- Уделять особое внимание систематическому изучению геометрического содержания школьниками, которое начинается с 7 класса. Необходимо обратить внимание на:
 - построение геометрических чертежей, т.к. правильно построенный чертеж является залогом успешного решения задачи, а искажение геометрической конфигурации – серьезная проблема, которая будет мешать в поиске решения задачи;
 - доказательство утверждений, т.е. формирование умений аргументированно обосновывать каждый шаг со ссылками на соответствующие теоремы, определения и т.п., а также запись доказательства.

Обучение геометрии – это, прежде всего, обучение решению задач. Исходя из этого тезиса, учителю не надо торопиться в 7 классе требовать от всех учащихся доказывать теоремы (например, признаки равенства треугольников). Постепенно, овладевая геометрическими понятиями, свойствами и другими утверждениями, у ученика будет складываться понимание логического построения геометрии и тогда уже не лишним будет требовать от него выполнить доказательство той или иной теоремы.

Эффективным средством обучения решению геометрических задач служит использование в учебном процессе задач по готовым чертежам. В методике обучения геометрии доказано, что задачи на готовых чертежах помогают учащимся в освоении новых понятий и теорем; позволяют повторить и овладеть значительным объёмом материала за минимальный промежуток времени; учат грамотному рассуждению, нахождению в чертежах общего и отличительного, сопоставлению и противопоставлению, формулированию правильных выводов; повышают творческую активность учащихся; развивают логическое мышление. Учителю полезно для организации работы учащихся с задачами на готовых чертежах использовать пособие: Балаян Э.Н. Геометрия. Задачи на готовых чертежах для подготовки к ГИА и ЕГЭ. 7-9 классы. – Ростов-на-Дону, 2013. – 223 с. (URL: <https://djvu.online/file/eRfhUkvOqrndnW>).

С целью формирования самостоятельности, ответственности, действий самоконтроля и самооценки у школьников учитель должен научить каждого школьника пользоваться учебником как настольной книгой, позволяющей найти определения, свойства, признаки и другие геометрические утверждения, обеспечивающие разумный поиск решения той или иной задачи, а не фривольное использование данных предложенной задачи.

Целесообразно своевременно проводить диагностику проблемных мест в геометрической подготовке обучающихся с целью выявления сущности математической ошибки и причины её возникновения. Так, в качестве приёма предупреждения ошибок

²⁷ Составление рекомендаций проводится на основе проведенного анализа результатов ОГЭ, ЕГЭ (базовый и профильный уровни) и анализа выполнения заданий обучающимися в 2023 г.

можно использовать провоцирующие геометрические задачи с допущенными логическими упущениями, ляпами в построении чертежей, недочётами в обосновании и т.д.

- Для формирования и развития умений обучающихся выполнять тождественные преобразования, решать уравнения и неравенства учителю целесообразно наряду с типичными заданиями включать в учебный процесс такие задания, которые стимулировали бы узнавание изучаемых конструкций, применение правил, алгоритмов в разнообразных ситуациях. Количество заданий должно быть достаточным, чтобы у каждого учащегося сформировался опыт решения. Так, при решении рациональных уравнений методом введения новой переменной нельзя останавливаться на биквадратных уравнениях. Необходимо решать уравнения, в которых целое выражение надо обозначить новой переменной. Каждое третье (четвертое) уравнение должно «удивлять» учащихся при встрече с чем-то новым, отличным от предыдущего. Целесообразно научить учащихся в 8 классе решать квадратные уравнения устно через теорему Виета, использование вариаций коэффициентов, приём переноса старшего коэффициента. Также необходимо увеличивать уровень сложности решаемых уравнений.

Задания должны сопровождаться тестами, включающими различные возможные «помехи» и «ловушки», и позволяющими, в итоге, добиться от учащихся уверенного владения аппаратом тождественных преобразований, решения уравнений и неравенств. Важной составляющей сформированного умения решать уравнения (и не только) является умение осуществлять непрерывный самоконтроль осуществляемых действий. По крайней мере, при решении уравнений и неравенств, это умение может помочь учащимся обнаружить неверно найденные значения переменной и продумать другой, возможно правильный, вариант решения.

- Учителю необходимо отойти от сложившейся методики обучения решению математических задач, зачастую основанной на решении типовых задач с помощью готовых алгоритмов, в рамках которой ребёнок нацеливается на припоминание, а не на осознанный поиск решения задачи. Обучение решению текстовых задач должно быть направлено на освоение учениками способов решения целого класса задач в противовес запоминанию алгоритмов решения разных типов задач.

Современная методика обучения решению задач может быть построена через формирование у школьников учебного действия моделирования. Овладение школьниками общеучебным (универсальным) умением моделировать предполагает поэтапное овладение ими конкретными предметными умениями: представлять задачу в виде таблицы, схемы, числового выражения, формулы (уравнения), чертежа и уметь осуществлять переход от одной модели к другой. Важно, чтобы учитель через определенные задачи (с замысловатыми ситуациями) развивал у школьников специфические умения такие, как: анализировать текст задачи (правильно читать; выделять вопрос и условие; выполнять краткую запись), создавать математическую модель (составлять модель ситуации, представленной словесно; по краткой записи образовывать математическую модель; переконструировать модель в зависимости от изменения условия), решать математическую модель, интерпретировать полученный результат. Эти умения относятся к соответствующим одноименным этапам математического моделирования. Моделирование в обучении должно быть усвоено

учащимися и как способ познания, которым они должны овладеть, и как важнейшее учебное действие, являющееся составным элементом учебной деятельности.

Таким образом, моделирование – это метод и средство познания, а сюжетные задачи – это один из «полигонов», на котором развивается моделирование. Умение решать задачи выступает как один из критериев сформированности умения моделировать, а также служит мотивационной составляющей процесса обучения²⁸. Текстовые математические задачи есть основной класс задач, на которых раскрывается идея моделирования реальных процессов. Овладев действием моделирования, школьник будет обладать главным средством решения текстовых задач и не бояться приступать к решению незнакомых, нестандартных, нетипичных и др. задач.

- Усиление практико-ориентированности обучения математике должно являться одним из основных направлений в деятельности учителя в условиях реализации обновленных ФГОС ООО, т.к. формирование функциональной грамотности на сегодняшний день является ключевой задачей школьного образования. Значимая роль в этом направлении отводится практико-ориентированным, реальным, жизненным задачам. Такие задачи находятся на сайтах Академии Минпросвещения РФ (<https://apkpro.ru/fmc/>), ИСРО РАО (<https://clck.ru/aouAP>), ФИПИ (<https://fipi.ru/oge>), АИРО им. А.М. Топорова (<https://clck.ru/34oz4C> ; <https://clck.ru/34oz5g>), отделения по математике краевого УМО (<https://clck.ru/329vzL>) и др.

При решении практико-ориентированных задач основной акцент учителю необходимо делать не на «нарешивание», а на формирование умений анализировать условие задачи, переводить задачу на математический язык, строить и решать математическую модель, интерпретировать полученный ответ. Важно учить обучающихся выделять условие и заключение в тексте задачи, рассматривать различные способы решения, различные варианты изменения условия однотипных задач. Учить давать полные и точные пояснения и обоснования при решении, получать ответ на вопрос, заданный в условии задачи. Вести систематическую работу по формированию умений вычитывания и смыслового прочтения текста, представленного как в простых практических ситуациях, так и в «зашумлённых»; умений работать с разными видами информации, содержащими как простые задачные ситуации, так и ситуации, «отягощённые» несколькими условиями.

Таким образом, педагогу необходимо создавать такие учебные ситуации, которые направлены на формирование умений применять изученные математические понятия, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах, использовать методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, привлекая, при необходимости, информационные ресурсы. Иными словами, учитель математики должен целенаправленно формировать у учащихся функциональную грамотность средствами учебного предмета, уделяя особое внимание читательской и математической грамотности, что, в свою очередь, будет способствовать продвижению учащегося в предметном содержании.

- Нельзя пренебрегать проведением устного счёта, который является важной частью математического образования не только на уроке, но и во внеурочных и даже внешкольных формах. Устный счёт будет эффективным обучающим средством, если он способствует многократному повторению важных мыслительных действий и

²⁸ Возняк Г.М. Прикладные задачи в мотивации обучения // Математика в школе. – № 2. – 1990.

математических конфигураций. Чем чаще на этапе устного счёта повторяются одни и те же важные задачи, тем лучше. Идеальный устный счёт состоит из задач, от которых ожидается, что школьники их выполняют автоматически просто потому, что знают ответ. Известно, что навыки устного счёта развивают чувство числа, помогают увидеть путь решения задачи, провести прикидку и оценку результатов вычисления.

В организации устных вычислений большую помощь может оказать пособие «Устные вычисления и быстрый счёт. Тренировочные упражнения за курс 7-11 классов» под редакцией Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. (<https://clck.ru/357dpv>). Это пособие адресовано ученикам, учителям и методистам. Учителю предлагается материал, который может быть использован как при изложении новых тем, так и при организации тематического повторения. Ученику предоставляется возможность выработать навыки выполнения быстрых и качественных вычислений.

Полезными в развитии вычислительных навыков окажутся также пособия: Перельман, Я. Быстрый счёт. Тридцать простых приёмов устного счёта (<https://clck.ru/357e2T>); Рачинский, С.А. 1001 задача для умственного счёта в школе (<https://clck.ru/357e83>).

- Обучение математике необходимо осуществлять в деятельностных форматах, т.к. в педагогике доказано, что наиболее эффективно школьники осваивают культурные средства (новые понятия и способы предметных действий) учебного предмета в том случае, когда содержание образования носит деятельностный характер, а обучение представляет собой процесс усвоения понятий как способов деятельности. В деятельностном обучении знание всегда появляется как ответ на проблему, задачу. Именно в ходе решения задачи развивается мышление ребенка – он понимает подходят ли для решения старые способы или надо искать новые способы и т.д. В этом смысле знание возникает как функционирующее знание, оно неотделимо от действий и таким образом построенное обучение учебному предмету создает условия для одновременного формирования у ребенка предметных компетенций и метапредметных умений. А потому естественным эффектом деятельностного обучения является функциональная грамотность школьников. Более подробно с материалами, направленными на понимание деятельностного подхода можно ознакомиться на сайте лаборатории по сопровождению деятельностных практик АИРО им. А.М. Топорова (<https://labor-d.iro22.ru/index.php/kontakty>).
- Каждому учителю нужно овладеть инструментарием оценки учебно-предметных компетенций (SAM), т.к. этот инструментарий даёт возможность учителю осмыслить учебную ситуацию каждого школьника, принять взвешенные педагогические решения, вовремя скорректировать собственную методику обучения, рабочие программы по учебному предмету. Методика SAM позволяет учителю иметь не только количественную, но и качественную характеристику освоения школьниками ключевых понятий и способов предметных действий. Качественная характеристика включает 3 уровня освоения ребёнком «культурного средства» (новых понятий и способов предметных действий). Первый (самый низкий) уровень освоения – формальный, когда ребёнок совершает предметные действия, опираясь на образец, алгоритм, схему и т.д. Второй – рефлексивный. На этом уровне ребёнок выполняет предметные действия с пониманием. Третий (самый высокий) уровень – функциональный. Согласно этому уровню ребёнок, решая задачу, применяет тот или иной предметный способ действия вне контекста или как включенный в более сложное действие. Более подробно с

материалами, посвященными методике SAM можно ознакомиться на сайте лаборатории по сопровождению деятельностных практик АИРО им. А.М. Топорова (<https://labor-d.iro22.ru/index.php/kontakty>).

- Для получения оперативной информации о том, насколько успешно идет процесс учения и обучения, определения ближайших шагов в направлении улучшения учебного процесса (не процесса преподавания) целесообразно использовать технологию формирующего оценивания (А.Б. Воронцов). Формирующее оценивание направлено, прежде всего, на освоение предметного способа действия и помогает школьникам и учителю увидеть проблемы и трудности в освоении предметных способов действий, а также наметить план работы по ликвидации возникших проблем и трудностей. Основная цель формирующего оценивания – передача механизмов оценивания в руки ученика для оперативного выявления им собственных дефицитов, проблем, затруднений, ошибок в использовании тех или иных предметных и метапредметных способов действий с целью внесения определенных корректив в деятельность учителя и учащегося и постановку новых задач. Для знакомства и осмысления технологии формирующего оценивания будут полезны материалы семинара «Проблемы оценивания в деятельностном подходе», выступление А.Б. Воронцова: <https://youtu.be/88hzN6spV6o> (видео), <https://clck.ru/339Ld3> (презентация).
- Учитывая разный уровень математической подготовки обучающихся, их интересы, а также необходимость создания равных стартовых возможностей для изучения математики, полезно в учебном процессе использовать технологию уровневой дифференциации (В.В. Фирсов). Материалы для ознакомления с данной технологией можно получить по запросу на кафедре математического образования, информатики и ИКТ АИРО им. А.М. Топорова.
- Целенаправленную подготовку к ОГЭ и ЕГЭ по математике учителю следует планировать как обобщение и систематизацию знаний курса основной школы в рамках урочной деятельности в течение всего учебного года, а не как «наreshивание» большого количества заданий из открытых банков ОГЭ, ЕГЭ, которое приучает школьников к использованию только каналов памяти, ассоциативных связей вместо активизации мыслительных процессов. В связи с этим учителю при подготовке к уроку по той или иной теме целесообразно содержание урока дополнять соответствующими заданиями из КИМ, использовать имеющиеся в достаточном количестве дополнительные учебно-методические материалы. Проверочные и контрольные работы должны быть преимущественно направлены на диагностику знаний, умений, способов действий с целью своевременного внесения корректив в учебный процесс. Кроме того, важно при составлении содержания диагностических работ использовать разные формулировки заданий. Это позволит учителю получить объективную картину об уровне сформированности предметных грамотностей и метапредметных умений школьников.
- При повторении изученного материала в рамках подготовки обучающихся к ЕГЭ важно уделить основное внимание выполнению заданий именно первой части экзаменационной работы, т.к. это даст возможность обеспечить повторение значительно большего объема материала, сконцентрировать внимание школьников на обсуждении подходов к решению тех или иных задач, выбору способов их решения, сопоставлению этих способов, проверке полученных ответов на правдоподобие и т.п. Необходимо также усилить работу по повышению вычислительной культуры учащихся (например, с

помощью устной работы на уроках, математических диктантов и др.), что позволит им выполнять задания, избегая досадных ошибок при вычислениях.

- Использовать в своей профессиональной деятельности действующий ресурс в регионе Мобильная сеть учителей математики Алтайского края (<https://clck.ru/329vzL>) и, по возможности, стать активным участником этого педагогического сообщества.
- Учителям математики образовательных организаций, показывающих стабильно низкие результаты ОГЭ, ЕГЭ рекомендуется принять участие в комплексе специально запланированных в крае мероприятий, инициированных АИРО им. А.М. Топорова, кафедрой математического образования, информатики и ИКТ, отделением по математике краевого УМО, с целью преодоления профессиональных дефицитов при подготовке обучающихся к ОГЭ, ЕГЭ и соответственно с целью повышения качества образовательных результатов по математике.

Планируемые краевые мероприятия и образовательные события 2023 г.:

№	Дата (месяц)	Мероприятие (указать тему и организацию, которая планирует проведение мероприятия)	Категория участников
1.	Август 2023 г.	Установочный организационно-методический семинар (КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова)	учителя математики
2.	Август 2023 г.	Площадка мастер-классов «Функциональная грамотность – результат деятельностного обучения» (КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова)	Учителя начальной школы, учителя-предметники
3.	Октябрь 2023 г.	Анализ результатов ОГЭ-2023, ЕГЭ-2023 по математике и обсуждение методических рекомендаций на заседании секции отделения по математике краевого УМО в рамках научно-практической конференции краевых профессиональных сообществ (КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова)	учителя математики
4.	Октябрь-ноябрь 2023 г.	Вебинар «Анализ результатов в Алтайском крае ОГЭ по математике в 2023 г.: проблемы и перспективы» (КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова)	учителя математики
5.	Ноябрь 2023 г.	Вебинар «Анализ результатов в Алтайском крае ЕГЭ по математике в 2023 г.: проблемы и перспективы» (КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова)	учителя математики
6.	Февраль-май 2024 г.	Конкурс методических разработок учителей математики «Я реализую ФГОС» (КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова)	учителя математики
7.	В течение учебного года (по графику)	Курсы повышения квалификации для учителей, преподавателей математики образовательных организаций, в том числе для учителей математики школ с низкими образовательными результатами (КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова)	учителя математики
8.	Сентябрь 2023 г. – май 2024 г.	Окружные семинары, круглые столы, практикумы, тренинги и др. мероприятия,	учителя математики

	(по плану мобильной сети)	образовательные события, посвящённые избранным вопросам изучения школьного математического содержания в рамках Мобильной сети учителей математики Алтайского края» (КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова)	
9.	Сентябрь 2023 г. – май 2024 г.	Марафон образовательных событий по функциональной грамотности «Мы вместе!» для школьников (КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова)	Учителя-предметники, директора школ, зам.директоров школ, методисты

➤ Исходя из обнаруженных на основе анализа результатов ОГЭ-2023 проблем в математической подготовке девятиклассников в условиях дифференцирования работы с разными группами школьников рекомендуется:

– при работе с обучающимися, имеющими низкий уровень подготовки (группа «2»), в первую очередь, необходимо обратить внимание на отработку основных арифметических, алгебраических и геометрических понятий, базовых навыков счета, выполнения алгебраических преобразований, формирование умений решать простейшие геометрические задачи, формирование и развитие умений читать и понимать учебный математический текст, работать с информацией, представленной в различных формах. Целесообразно практиковать решение нестандартных задач (к примеру, таких, которые по фабуле приближены к жизненной ситуации), т.к. они стимулируют мыследеятельность и познавательную активность слабых школьников. Даже, если ребята не смогут сами найти решение, они охотно примут участие в обсуждении этих заданий, с интересом выслушают объяснения приемов их решения. Нестандартные задачи помогают корректировать умственные возможности и способности слабых обучающихся, создают ситуации для развития интереса, мышления, самостоятельности и творчества. Для включения обучающихся с недостаточной математической подготовкой в учебную деятельность учителю полезно разрабатывать и дозированно предлагать инструктивный материал, который включает достаточно подробные алгоритмы решения того или иного задания;

– при работе с обучающимися, имеющими средний уровень подготовки (группа «3»), нужно уделять больше внимания проработке и контролю усвоения ключевых математических понятий, формированию навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе, выполнения арифметических действий с рациональными числами; преобразования алгебраических выражений; решения простейших уравнений и неравенств; решения задач, требующих оценки/отыскания вероятности событий; решения простейших текстовых и практико-ориентированных задач, а также задач базового уровня по геометрии; создавать условия, чтобы от решения стандартных алгоритмических задач учащиеся переходили к решению задач похожего содержания, но иной формулировки и применению уже сформированных навыков в новой ситуации. Для работы с этой группой учащихся рекомендуется также использовать нестандартные задачи. С целью включения каждого школьника в учебную деятельность педагогу полезно разрабатывать и предлагать консультативный материал, включающий

вспомогательный материал для решения того или иного задания (например, материал может включать наводящие вопросы или формулировки теорем, формулы, на основании которых выполняется задание, и др.);

– при работе с обучающимися, имеющими уровень математической подготовки выше среднего (группа «4»), необходимо обратить внимание на более глубокое освоение понятийного аппарата, развитие технических навыков выполнения алгебраических преобразований, решения уравнений и неравенств; на решение практико-ориентированных заданий с реальными бытовыми ситуациями; заданий, требующих представления данных в виде таблиц, диаграмм, графиков; задач и заданий на развитие логического мышления, а также на решение геометрических задач различного уровня сложности. Одним словом, для учащихся этой группы полезно предлагать задания, которые не решаются непосредственным применением правил, алгоритмов, схем и ориентированы на рассуждения, построенные в логике «от искомого к условию», требующие предварительного преобразования, приводящего их к более простому, стандартному, известному виду. Зачастую такие задания содержат ловушки, противоречия, недостаточные, лишние данные и т.п. Инструктивный материал для этой группы учащихся предлагается эпизодически;

– при работе с обучающимися, имеющими высокий уровень математической подготовки (группа «5»), нужно больше внимания уделять развитию умений рационально выполнять вычисления, использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, строить и исследовать математические модели; а также уделять внимание решению задач, включающих в себя знания из разных тем курса алгебры (параметры, уравнения и неравенства с модулем, иррациональные уравнения и неравенства и т.д.); решению заданий на построение и чтение графиков функций, включая композиции различных функций, кусочные функции и др.; решению планиметрических задач, в которых требуется применение различных знаний курса геометрии и приёмов решения задач; включать в учебный процесс работу с заданиями, требующими логических рассуждений, обоснований, доказательств математических утверждений и их оценки; и т.п. Необходимо также этой группе ребят вкупе с группой «4» обеспечить возможность освоения дополнительного теоретического материала в рамках элективных курсов, факультативов по математике.

➤ Исходя из выявленных на основе анализа результатов ЕГЭ-2023 проблем в математической подготовке девятиклассников в условиях дифференцирования работы с разными группами школьников рекомендуется:

– для подготовки обучающихся с недостаточной математической подготовкой, в первую очередь, обратить внимание на выполнение заданий КИМ ЕГЭ, направленных на проверку умений решать простейшие планиметрические, стереометрические задачи; решать задачи на нахождение вероятности событий; решать типичные уравнения и неравенства; выполнять вычисления и преобразования; выполнять действия с функциями на базовом и повышенном уровнях; строить и исследовать простейшие математические модели. Включение соответствующих заданий в содержание уроков позволит совершенствовать базовую математическую подготовку школьников и обеспечит прохождение обучающимися аттестационного рубежа на экзамене;

– с целью успешного выполнения заданий №№11-16 из КИМ ЕГЭ необходим дифференцированный подход в работе с наиболее подготовленными выпускниками. Это

относится и к работе на уроке, а также к проведению проверочных и диагностических работ, и к работе во внеурочное время. Такой подход позволит учитывать образовательные потребности учащихся с разной математической подготовкой;

– благополучное решение задач повышенного и высокого уровней сложности №15 и №18 КИМ ЕГЭ в известной мере зависит от сформированности читательской грамотности школьников. Для развития читательских умений учителю необходимо уже с 5 класса осуществлять целенаправленную деятельность по работе с информационным математическим текстом, что будет способствовать формированию у обучающихся умений вычитывать информацию, выявлять главное и второстепенное, устанавливать связи между объектами, формулировать выводы и т.п.;

– для наиболее подготовленных школьников, планирующих выполнение заданий ЕГЭ высокого уровня сложности (№№17, 18), необходима организация кружковой, факультативной и др. работы под руководством специально подготовленных учителей, преподавателей. Такая работа стимулирует развитие мышления учащегося через решение нестандартных задач и задач повышенной сложности.

Для организации дифференцированного подхода в обучении математике целесообразно использовать методы дистанционного образования. В настоящее время в этом направлении делаются определённые шаги на федеральном, региональном, муниципальном уровнях. Актуальным является также введение механизмов компенсирующего математического образования как в формате очных занятий, так и через сеть интернет-курсов, позволяющих своевременно ликвидировать пробелы и незнание учебного материала школьниками.

Рекомендации методическим объединениям

- Провести анализ результатов ОГЭ-2023, ЕГЭ-2023 по математике и типичных затруднений в разрезе каждой школы образовательного округа. На основе выявленных в ходе анализа ОГЭ, ЕГЭ по математике дефицитов в учебно-предметных компетенциях и метапредметных грамотностях обучающихся составить содержание методической работы с учителями математики на 2023-2024 учебный год.
- Организовать проведение практических занятий, открытых уроков, обучающих семинаров, стажировок по проблемам изучения математических понятий и способов предметных действий в рамках изучения содержательно-методических линий: «Числа и вычисления», «Выражения и преобразования», «Уравнения и неравенства», «Функции и их графики», «Геометрические фигуры», «Геометрические величины», «Преобразования геометрических фигур», «Координаты и векторы», «Вероятность и статистика» с участием наиболее опытных педагогов с целью распространения лучших практик преподавания математики в школе, по выработке эффективных подходов к обучению, а также подготовке школьников к ГИА, включая работу не только со слабоуспевающими школьниками, но и с обучающимися, имеющими особый интерес к математике.
- Организовать наставничество на базе организаций, продемонстрировавших высокие результаты ОГЭ, ЕГЭ, над учителями математики, чьи выпускники показали низкие образовательные результаты.

- Инициировать и стимулировать учителей к участию в региональном профессиональном сообществе «Мобильная сеть учителей математики Алтайского края» (<https://clck.ru/qaHZB>).
- Организовать для школьников образовательные события по функциональной грамотности (<https://clck.ru/357hJR>) в рамках продолжающегося фестиваля «Мы вместе!» на базе школ/муниципалитетов/образовательных округов.
- Возможные темы для обсуждения на методических объединениях в 2023-2024 уч.г.:
 - Особенности преподавания учебного предмета «Математика» в 2023-2024 уч. г. в условиях реализации обновлённых ФГОС ООО, ФГОС СОО;
 - Анализ результатов ГИА 2023 по математике и обсуждение методических рекомендаций по совершенствованию математических компетенций и метапредметных грамотностей обучающихся;
 - Оценка и формирование функциональной математической грамотности: подходы и технологии;
 - Диагностика и формирование образовательных результатов при обучении математике;
 - Изучение математики на углубленном уровне в условиях реализации обновлённых ФГОС;
 - Методические аспекты обучения решению геометрических задач;
 - Сложные вопросы школьной математики: алгебра, геометрия, вероятность и статистика;
 - Организация работы с одарёнными детьми по математике.
- Проанализировать региональные, муниципальные, школьные ресурсы образовательных учреждений для построения профессиональных треков развития учителей, обучающиеся которых показали низкие результаты ГИА по математике.
 - ❖ Для совершенствования профессиональных компетенций учителей математики, обучающиеся которых показали низкие образовательные результаты в 2023 г., кафедрой математического образования, информатики и ИКТ АИРО им. А.М. Топорова планируется разработать КПК, реализующие новую модель учебно-профессиональной деятельности, и посвящённые совершенствованию предметных, методических и технологических компетенций педагогов.
 - ❖ Для совершенствования профессиональных компетенций учителей математики будут разработаны КПК по направлениям, посвящённым вопросам углубленного изучения математики в условиях реализации ФГОС, изучения вероятностно-статистической линии в школе, обучения решению геометрических задач, решению заданий с параметрами.
- При проведении анализа результатов ОГЭ и ЕГЭ по математике в 2023 г. и типичных затруднений в разрезе каждой школы образовательного округа особое внимание обратить на результаты выпускников:
 - не набравших в ОГЭ минимальное количество баллов по предмету, преодолевших минимальную границу с запасом в 1-2 балла, и, преодолевших с запасом в 1-2 балла границу, соответствующую высокому уровню подготовки.
 - не преодолевших в ЕГЭ минимальный балл, а также на результаты выпускников, набравших до 60 баллов, т.к. эти две группы обучающихся составляют более половины выпускников.

На основе затруднений в учебно-предметных компетенциях и метапредметных грамотностях обучающихся, выявленных в ходе анализа ОГЭ и ЕГЭ (базовый и профильный уровни) по математике, составить/скорректировать содержание методической работы с учителями математики на 2023-2024 учебный год.

- Организовать проведение практических занятий, открытых уроков, обучающих семинаров с участием наиболее опытных педагогов с целью распространения лучших практик преподавания математики в школе.
- Довести до учителей МОУО информацию об актуальных программах повышения квалификации для учителей математики, запланированных на 2023-2024 уч.г. АИРО им. А.М. Топорова.

КАУ ДПО «Алтайский институт развития образования
имени Адриана Митрофановича Топорова»
Кафедра математического образования, информатики и ИКТ

Аналитико-методические материалы по итогам ОГЭ и ЕГЭ
в 2023 году (математика) в Алтайском крае / Авт.-сост.
М.А. Гончарова, Н.В. Решетникова. – Барнаул: КАУ ДПО
«АИРО имени А.М. Топорова», 2023. – 85 с.

Авторы-составители:

***Гончарова Маргарита Алексеевна**, заведующий кафедрой математического
образования, информатики и ИКТ КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова,
канд. пед. наук, доцент*

***Решетникова Наталья Валерьевна**, доцент кафедры математического
образования, информатики и ИКТ КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова,
канд. пед. наук*

Адрес редакции, издателя: 656049, Сибирский федеральный округ, Алтайский край,
г. Барнаул, пр. Социалистический, 60; тел. (3852) 55-58-87 (приемная); сайт: iro22.ru,
электронная почта: info@iro22.ru