**Консультация с использованием**

**информационно-телекоммуникационных технологий**

**Введение**

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование разработки | «Поиск наибольшего и наименьшего значения функций  (Задание 12 ЕГЭ)» |
| Целевая группа | Руководители методических объединений учителей математики, учителя математики |
| Область применения разработки | Обеспечение выполнения плана мероприятий по реализации в Алтайском крае проекта «Мобильная сеть учителей математики» в 2021 году (Приказ АИРО им. А.М. Топорова от 19.01.2021 г. № 12) |

1. **Основания для разработки**

|  |  |
| --- | --- |
| Документ (документы), на основании которых выполняется работа | План мероприятий по реализации в Алтайском крае проекта «Мобильная сеть учителей математики» в 2021 году (Приказ АИРО им. А.М. Топорова от 19.01.2021 г. № 12)План работы мобильной сети учителей математики Алтайского края |

1. **Назначение разработки**

|  |  |
| --- | --- |
| Цель | Содействие развитию профессиональной (предметной) компетентности учителей математики – формирование конкретных знаний, умений и навыков в области решения задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции |

**Поиск наибольшего и наименьшего значения функций (Задание 12 ЕГЭ)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **СТРУКТУРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ КОНСУЛЬТИРОВАНИЯ** | **СОДЕРЖАНИЕ** |
|  | **Ключевые слова** | Производная, стационарные и критические точки, наибольшее и наименьшее значение функции, алгоритм |
|  | **Аннотация к содержанию консультации** | Содержание консультации раскрывает опыт работы учителя математики по формированию и развитию у обучающихся умений решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функций. В консультации приведены различные примеры решений таких задач по определенному алгоритму |
|  | **Запрос на консультирование** | Как сделать решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений различных функций наглядным и доступным для обучающихся? Как составить доступный алгоритм при решении задач данного вида? |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Текст консультации**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | *“Есть немало вещей, понять которые невозможно, но при этом вполне можно иметь с ними дело – если умеючи...”* *М. Фрай* |

Задачи на исследование функций включены в первую часть ЕГЭ по математике профильного уровня. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции традиционно представляет собой трудность для учащихся при подготовке к ЕГЭ. Сложности при решении таких задач для сегодняшних выпускников касаются того, что ими не выработан определенный алгоритм при работе с данным видом задач.Для успешного решения задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функций, требуется не только владеть определенным математическим инструментарием, но и уметь фокусировать свое внимание на тщательном прочтении вопроса задачи.Напомню некоторые теоретические вопросы, необходимые при решении задач данного типа.Теоремы:1. Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нём и своего наибольшего и своего наименьшего значений.
2. Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.
3. Если наибольшее (или наименьшее) значение достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.

Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции *y = f(x)* на отрезке [*a*; *b*]1. Найти область определения функции *D(f).*
2. Найти производную *f‘ (x).*
3. Найти стационарные и критические точки функции, лежащие внутри отрезка [*a*; *b*], решив уравнение *f‘(x)*=0.
4. Найти *f(a), f(b)* и значения функции в стационарных точках, принадлежащих отрезку [*a*; *b*] и составить таблицу значений функции.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *х* | *а* | *b* | $$x\_{1}$$ | $$x\_{n}$$ |
| *у* |  |  |  |  |

1. Вернуться к вопросу задачи, прочитав какое значение функции, требуется найти.
2. Выбрать среди полученных значений выбрать нужное и записать ответ.

Ниже приведены примеры решения задач по описанному алгоритму.**№ 1. Задача 77421 (Решу ЕГЭ)**Найдите наименьшее значение функции $y=x^{3}-27x $ на отрезке $\left[0;4\right]$.Решаем задачу, используя приведенный выше алгоритм.1. *D*$\left(f\right)$*: R.*
2. $Найдем производную заданной функции у^{,}$ =$3x^{2}-27$
3. Найдем стационарные точки функции, лежащие на заданном отрезке $3x^{2}-27=0$

 $x^{2}=9$ $x\_{1}=3, x\_{2}=-3 не принадлежит отрезку \left[0;4\right]$.1. Составим таблицу значений функции

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *х* | 0 | 4 | 3 |
| *у* | 0 | –44 | –54 |

Таким образом, $у\_{наим}=-54 (достигается в точке х=3)$.**Ответ: –54.****№ 2. Задача 77470 (Решу ЕГЭ)**Найдите наибольшее значение функции $y=\frac{х^{2}+25}{х} $на отрезке $\left[-10;-1\right]$Решаем задачу, используя приведенный выше алгоритм.1. *D*$\left(f\right)$: все числа, кроме 0.
2. Найдем производную заданной функции $у^{,}=\left(\frac{х^{2}+25}{х}\right)^{,}=\left(х+\frac{25}{х}\right)^{,}=$

 = $\left(1-\frac{25}{х^{2}}\right)=\frac{х^{2}-25}{х^{2}}$.1. Найдем стационарные точки функции, лежащие на заданном отрезке

$ \frac{х^{2}-25}{х^{2}}$=0$х\_{1}=-5, х\_{2}=5 не принадлежит отрезку \left[-10;-1\right]$.1. Составим таблицу значений функции

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *х* | –10 | –5 | –1 |
| *у* | –12,5 | –10 | –26 |

 Таким образом, $у\_{наиб}=-10 (достигается в точке х=-5)$.**Ответ: –10.****№ 3. Задача 26691 (Решу ЕГЭ)**Найти наименьшее значение функции $y=\left(x-8\right)е^{x-7}$ на отрезке $\left[6;8\right]$.Решаем задачу, используя приведенный выше алгоритм.1. *D*$\left(f\right)$: *R*.
2. Найдем производную заданной функции $у^{,}=\left(x-8\right)^{,}е^{х-7}+$

$+\left(x-8\right)\left(е^{х-7}\right)^{,}=е^{х-7}+\left(x-8\right)е^{х-7}=е^{х-7}\left(1+x-8\right)$=$е^{х-7}\left(x-7\right)$.1. Найдем стационарные точки, лежащие на заданном отрезке

$$е^{x-7}\left(x-7\right)=0$$ *х* = 71. Составим таблицу значений функции

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *х* | 6 | 7 | 8 |
| *у* | $-1<$-2$е^{-1}<0$ | –1 | 0 |

Таким образом, $у\_{наим}=-1 (достигается в точке x=7)$.**Ответ: –1.****№ 4. Задача 26616 (Решу ЕГЭ)**Найдите наименьшее значение функции $y=4x-4ln\left(x+7\right)+6$ на отрезке $\left[-6,5;0\right]$.Решаем задачу, используя приведенный выше алгоритм.1. *D*$\left(f\right)$: $\left(-7;+\infty \right)$.
2. Найдем производную заданной функции $у^{,}=4-\frac{4}{x+7}$
3. Найдем стационарные точки, лежащие на заданном отрезке

$ 4-\frac{4}{х+7}$=0 4*х*+24=0, *х*$\ne -7$ 4*х* = –24 *x* = –61. Составим таблицу значений функции

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *х* | –6,5 | –6 | 0 |
| *у* | $$-20+4ln0,5>-18$$ | –18 | –4*ln*7+6$>-18$ |

Таким образом, $у\_{наим}=-18 (достигается в точке x=-6)$.**Ответ: –18.****№ 5. Задача 22697 (Решу ЕГЭ)**Найдите наименьшее значение функции *у* = 7 *sin х* – 8*х* + 9 на отрезке[ $-\frac{3π}{2};0$].Решаем задачу, используя приведенный выше алгоритм.1. D$\left(f\right):R$
2. Найдем производную *у′* = 7 *cos х* – 8
3. Найдем стационарные точки, лежащие на заданном отрезке

 7 *cos х* – 8 = 0 *cos х* = $\frac{8}{7}$Решений нет, т.к. $\frac{8}{7}$ $>$1 . Стационарных точек нет.1. Составим таблицу значений функции

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *х* |  $-\frac{3π}{2}$ | 0 |
| *у* | 16+12$ π>9$ | 9 |

Таким образом, $у\_{наим}=9 (достигается в точке x=0)$.**Ответ: 9.****№ 6. Задача 77456 (Решу ЕГЭ)**Найти наибольшее значение функции *у* = 3*х* – 2$x^{\frac{3}{2}}$ на отрезке [0$;7$].Решаем задачу, используя приведенный выше алгоритм.1. *D*$\left(f\right):R$2. Найдем производную *у′* = 3-3$x^{1/2}$1. Найдем стационарные точки, лежащие на заданном отрезке

 3-3$x^{1/2}$= 0$\sqrt{x}$=1*x* = 11. Составим таблицу значений функции

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *х* | 0 | 1 | 7 |
| *у* | 0 | 1 | $0<$21 – 2$∙7^{3/2}<1$ |

Таким образом, $у\_{наиб}=1 (достигается в точке x=1$).**Ответ: 1.**Подведем некоторые итоги.Каковы сложности в применении данного подхода? Насколько легко он воспринимается учащимися? Можно ли оценить степень его эффективности? Проанализируем рассмотренный алгоритм с точки зрения ответов на поставленные вопросы.1. Описанный способ решения имеет значимую составляющую: работа по алгоритму.1. Пошаговое алгоритмизированное решение данных заданий помогает четко составить план решения задач данного типа.
2. Решая задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции по заданному алгоритму, легко подготовить обучающихся к сдаче экзаменов и вселить в них уверенность, что они со всем справятся.
 |
| **Список литературы и других источников по теме** | 1. [alexlarin.net](https://alexlarin.net/) - Ларин Александр Александрович. Математика. Репетитор.
2. [fipi.ru](http://yandex.ru/clck/jsredir?bu=5z3n36&from=yandex.ru%3Bsearch%2F%3Bweb%3B%3B&text=&etext=2202.WpI1Fpre4hL0zH5G6Htq5HFqbGxpZnFiZW9teXV0ZWI.5a1c8f5b5fe575f870b2236568e3b029abdfb6fe&uuid=&state=jLT9ScZ_wbo,&&cst=AiuY0DBWFJ5Hyx_fyvalFJCYZnAipb25wiTJaNgp60eaGtJOuJxt7IL2oVbv5VESOFGs07sSsFNYfRgGWMHoFWIo7oE7uds3bwUaX7CLn1gWemnLTgb8-Jpxf2gCAdIDMQECQznTAsyrR8hwV4GhmWmgUWnGoz0WDfJfuUyi2OPCds4ScHQPxoUAyVtIey8ARQAPlzAwyKUXFN5rQ-CoiGnqwWDIFsgnQB-ULoDxWanBUJs7HFcC3WWuWgmPELImiXUIFDqTP0MFhUv4jIFbTSxXrw1i6pkrmBNbK3hmLbeNkUTKGR8i8pY3E_zcxl8CGsbbMm2zc4w8jOKootJ28nmpFTjDua06EQtMOC-wG7b3ormr_62AZ87s80qzN1lzlQxIANYA1_dA1treZmEGnEdBmoZ6gEkxOGjWcBUt_0SA7DIanCLICZ81P-sYqhYck0bN-dDBqawvbawRaMbw4sIe5fVjJnCgNOM95-hjig-8LAtl09TqbNuIGO-IL9eTvHCd_n7m5GBIvJPGxAAY5g,,&data=UlNrNmk5WktYejR0eWJFYk1LdmtxazVKcXJKTHpxci0xUmcxdDRLbWNpMDdFdzVwOUxsa01CTERQUkEtSmF0MjUybGw3WHJpRGtDWVBqaHcyLWxnRHFHNHVmY3Z4VUdJ&sign=729caa4fef66dcfeff282ca2761064df&keyno=0&b64e=2&ref=orjY4mGPRjk5boDnW0uvlrrd71vZw9kpVBUyA8nmgRFSkmcF3yD8E0CH-oI8WbAilAmZyRZlWWk19sDe1iELLF__Ie6qKR6sqdn8IW1a1RDECG3JHcDA5A,,&l10n=ru&rp=1&cts=1583084970632%40%40events%3D%5B%7B%22event%22%3A%22click%22%2C%22id%22%3A%225z3n36%22%2C%22cts%22%3A1583084970632%2C%22fast%22%3A%7B%22organic%22%3A1%7D%2C%22service%22%3A%22web%22%2C%22event-id%22%3A%22k79bx11krd%22%7D%5D&mc=4.20184123230257&hdtime=80089.005) - **Сайт ФИПИ.**
3. [https://4ege.ru/](https://4ege.ru/%20) - Сайт подготовки к ЕГЭ и ОГЭ.
4. <https://ege.sdamgia.ru> **- Сайт "Решу ЕГЭ".**
5. ЕГЭ 2018. Математика. 50 вариантов. Профильный уровень. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ / Под ред. Ященко И.В.
 |
| **Автор-составитель** | Полякова Елена Олеговна, учитель математики МБОУ «Павловская СОШ» Павловского района, тьютор Мобильной сети учителей математики |