**Консультация с использованием**

**информационно-телекоммуникационных технологий**

**Введение**

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование разработки | «Единичная окружность – это универсальная «шпаргалка» для всей тригонометрии» |
| Целевая группа | Руководители методических объединений учителей математики, учителя математики |
| Область применения разработки | Обеспечение выполнения плана мероприятий по реализации в Алтайском крае проекта «Мобильная сеть учителей математики» в 2021 году (Приказ АИРО им. А.М. Топорова от 19.01.2021 г. № 12) |

1. **Основания для разработки**

|  |  |
| --- | --- |
| Документ (документы), на основании которых выполняется работа | План мероприятий по реализации в Алтайском крае проекта «Мобильная сеть учителей математики» в 2021 году (Приказ АИРО им. А.М. Топорова от 19.01.2021 г. № 12)  План работы мобильной сети учителей математики Алтайского края |

1. **Назначение разработки**

|  |  |
| --- | --- |
| Цель | Содействие развитию профессиональной (предметной) компетентности учителей математики – формирование конкретных знаний, умений и навыков в области тригонометрии |

**Единичная окружность – это универсальная «шпаргалка» для всей тригонометрии**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **СТРУКТУРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ КОНСУЛЬТИРОВАНИЯ** | **СОДЕРЖАНИЕ** |
|  | **Ключевые слова** | Тригонометрический круг, линия синусов, линия косинусов, линия тангенсов, линия котангенсов |
|  | **Аннотация к содержанию консультации** | Содержание консультации раскрывает опыт работы учителя математики с тригонометрическим кругом, начиная с 9 класса и конкретизируя применение тригонометрического круга в процессе освоения умений решать тригонометрические уравнения и неравенства в 10-11 классах |
|  | **Запрос на консультирование** | Как приучить детей с пониманием использовать тригонометрический круг при решении тригонометрических уравнений и неравенств? |

|  |  |
| --- | --- |
| **Текст консультации**  Знания, приобретённые путём простого заучивания, почти неизбежно, бесследно исчезают. И наоборот, умственный материал, набираемый памятью постоянно, день за днём, надолго и прочно запоминается.  В программе школьного курса математики предусмотрен циклический подход к изучению тригонометрических понятий.  Особенностью тригонометрии является большое количество формул, и это часто пугает учащихся. Одно из умений, которым должен владеть выпускник средней школы – это умение решать тригонометрические уравнения. Тригонометрические уравнения и неравенства из года в год встречаются среди заданий централизованного тестирования.  Самое важное отличие тригонометрических уравнений от алгебраических состоит в том, что в алгебраических уравнениях конечное число корней, а в тригонометрических – бесконечное. Это сильно усложняет отбор корней, принадлежащих заданному промежутку.  Еще одной спецификой тригонометрических уравнений является различная форма записи ответа. Именно поэтому решению тригонометрических уравнений в школьном курсе должно уделяться большее внимание.  Тригонометрический круг – это универсальная «шпаргалка», которая помогает восстановить в памяти основные опорные знания:   * значения выражения углов градусного или радианного аргумента; * значения обратных тригонометрических функций; * определения знаков синуса, косинуса и тангенса угла; * решения простейших тригонометрических уравнений и неравенств; * отбор корней тригонометрических уравнений, принадлежащих заданному промежутку.   Эта «шпаргалка» всегда под рукой. Её значение трудно переоценить. И чтобы учащиеся полюбили единичную окружность, нужно научить их пользоваться ею, привить навык быстрого построения окружности и постоянно обращаться к ней при решении определенных задач.  С самого начала изучения тригонометрии, начиная с 9 класса, когда рассматриваются значения синуса, косинуса и тангенса углов от 0о до 180о, нужно чтобы ученики не бездумно пользовались таблицей значений синуса, косинуса и тангенса углов, а запоминали значения этих выражений с полуокружности (рис. 1).  C:\Users\user\Pictures\полуокружность.png  Рис. 1  Сначала на осях нужно отметить , затем параллельно осям провести хорды и получить точки на окружности. За единицу можно взять 4 клетки, тогда – 2 клетки. И запомнить, что число, следующее за – это . Отработать умение находить синус, косинус и тангенс углов 0о, 90о, 180о, 30о, 60о, 120о, 150о, как по порядку, так и в произвольном порядке.  Затем настойчиво вести тренировочную работу, во время которой ребята должны эту опорную «шпаргалку» восстановить заново и найти , , , , и т. д.  Важно, чтобы ребята не пользовались готовой картинкой, и не «тупо» записывали значения с таблицы, а всякий раз с пониманием чертили единичную окружность и наносили на ней углы и числа на осях в логической последовательности. В кабинете специально не нужны таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов, чтобы не было соблазна подсмотреть.  После того как учащиеся 3-4 раза проделают это самостоятельно, то у них начинает получаться представлять себе полуокружность перед глазами и назвать значение тригонометрических выражений для любого из этих углов.  Затем логично для запоминания нанести на полуокружность угол 45о и 135о (рис. 2).  C:\Users\user\Pictures\полуокружность 2.png  Рис. 2  Буквально через несколько уроков ученики перестают подписывать на окружности градусные меры углов и наносить значения , и . Остается только «скелет» (рис. 3).  C:\Users\user\Pictures\полуокружность 3.png  Рис. 3  В 10 классе вводится радианная мера углов и значения тригонометрических выражений для числового аргумента, и тогда работаем в том же порядке (рис. 4).  C:\Users\user\Pictures\окружность.png  Рис. 4  Важно научить ребят «шагать» по окружности, отсчитывая , , , , , … , , , , … , , … Для этого подойдет тренажёр (даже самодельный), где начальный луч *ОА* остаётся на месте, а другой луч показывает угол (рис. 5)  C:\Users\user\Pictures\тр 2.jpg C:\Users\user\Pictures\тр3.jpgC:\Users\user\Pictures\тренажер 1.jpg  Рис. 5  И опять нужна тренировка определения значений синуса и косинуса по тригонометрическому кругу, и, обязательно, в тетрадях и на доске только «скелет» единичной окружности (рис. 6).  C:\Users\user\Pictures\окружность 2.png  Рис. 6  Затем нужно отработать умение работать по линии тангенсов (рис. 7)  C:\Users\user\Pictures\окружность 3.png  Рис. 7  и линии котангенсов (рис. 8).  C:\Users\user\Pictures\окружность 5.png  Рис. 8  Все эти навыки нужны в дальнейшем при решении уравнений.  В учебнике Ш.А. Алимова в 10 классе, начиная с первых уроков, по теме «Тригонометрические тождества» предлагаются упражнения, в которых нужно решать уравнения , и т.д. Эти задания относятся к упражнениям повышенной сложности, но их никак нельзя пропускать. И решать их нужно с помощью окружности. Настойчиво заставляя учащихся к каждому уравнению делать иллюстрацию на окружности. Рисунок делают ребята не крупный, ведь на нём практически ничего не нужно подписывать, только показать соответствующую точку на окружности. Единичный отрезок равный 2 клеткам – оптимальный вариант. Окружность чертить нужно от руки, с каждым разом она получается всё ровнее. И только так приходит осознание, в каком случае в записи корней добавляется , а в каком .  Например,  C:\Users\user\Pictures\окружность 6.png  Рис. 9  На всём круге (рис. 9) только одна точка, где sin *x*=1, в таком случае к основному аргументу добавляем полный круг несколько раз,  Аналогично (рис. 10) для .  C:\Users\user\Pictures\окружность 7.png  Рис. 10  Чтобы попасть из одной точки в другую нужно пройти половину круга, значит  Следующий пример tg*x*= (рис. 11).  C:\Users\user\Pictures\окружность 8.png  Рис. 11  На окружности две точки, значит, к основному аргументу добавляем половину круга несколько раз, *x*= .  После того, как получено решение уравнения в общем виде полезно отработать умение находить отдельные корни при *n* = 0,  После введения каждой новой формулы в учебнике приводятся уравнения, где нужно её использовать. Итак, ещё до введения темы «Простейшие тригонометрические уравнения» учащиеся уже приобретут навык их решения.  А когда непосредственно переходим к теме «Тригонометрические уравнения» здесь уже нужно обязательно включать задания, в которых из всех решений тригонометрического уравнения нужно выделять корни, принадлежащие тому или иному интервалу. Для этого полезно поначалу окружность развернуть (рис. 12) и, перебирая различные целые числа, рассматривать корни.  C:\Users\user\Pictures\координатная прямая.png  Рис. 12  Например, .  Но обязательно соотнести и с самой окружностью.  C:\Users\user\Pictures\окружность 9.png  Рис. 13  То есть предоставить учащимся выбор как им понятнее отбирать корни. Но обычно, после нескольких упражнений они склоняются к окружности – это менее затратно по времени и более наглядно.  Основной упор на отбор корней тригонометрических уравнений приходится в 11 классе. При изучении свойств тригонометрических функций, на графике, конечно, очень наглядно можно показать все корни уравнения, принадлежащие отрезку.  Например, , где *x*ϵ (рис. 14).  C:\Users\user\Pictures\координатная плоскость.png  Рис. 14  ; ; ; ,  Но обязательно в сравнении показать корни по окружности (рис. 15).  C:\Users\user\Pictures\окружность 10.png  Рис. 15  Конечно, на графике видно очень хорошо, но учитывая, что каждый раз при построении графика нужно вычерчивать всё достаточно точно, то опять учащиеся склоняются к тому, что окружность более удобный способ.  Таким образом, целенаправленно работая в данном направлении, то есть, постоянно обращаясь к единичной окружности, можно у учащихся сформировать привычку обращаться к ней при решении многих задач тригонометрии, и, в частности при решении тригонометрических уравнений и отбора их корней на заданном промежутке. | |
| **Список литературы и других источников по теме** | 1. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М.В. Ткачева и др. – М.: Просвещение, 2018. 2. Геометрия. 7-9 классы: учебник для общеобразовательных учреждений / Л.А. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2020. |
| **Автор-составитель** | Токарева Галина Васильевна учитель математики МБОУ «Усть-Калманская средняя общеобразовательная школа» Усть-Калманского района Алтайского края, тьютор Мобильной сети учителей математики |