**Консультация с использованием**

**информационно-телекоммуникационных технологий**

**Введение**

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование разработки | «Решение экономических задач и задач на оптимизацию (ЕГЭ, профиль)» |
| Целевая группа | *Руководители методических объединений учителей математики, учителя математики* |
| Область применения разработки | *Обеспечение выполнения плана мероприятий по реализации в Алтайском крае проекта «Мобильная сеть учителей математики» в 2020 году (Приказ АИРО им. А.М. Топорова от 28.02.2020 г. № 40)* |

1. **Основания для разработки**

|  |  |
| --- | --- |
| Документ (документы), на основании которых выполняется работа | *План мероприятий по реализации в Алтайском крае проекта «Мобильная сеть учителей математики» в 2020 году (Приказ АИРО им. А.М. Топорова от 28.02.2020 г. № 40)*  *План работы мобильной сети учителей математики Алтайского края* |

1. **Назначение разработки**

|  |  |
| --- | --- |
| Цель | *Содействие развитию профессиональной (предметной) компетентности учителей математики – формирование конкретных знаний, умений и навыков в области решения экономических задач и задач на оптимизацию* |

**ТЕМА КОНСУЛЬТАЦИИ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **СТРУКТУРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ КОНСУЛЬТИРОВАНИЯ** | **СОДЕРЖАНИЕ** |
|  | **Ключевые слова** | Процент, дифференцированный платёж, аннуитетный платёж, фиксированный платёж, кредит, производная |
|  | **Аннотация к содержанию консультации** | Содержание консультации раскрывает опыт работы учителя математики по формированию и развитию у обучающихся умений решать экономические задачи и задачи на оптимизацию, используя табличную форму записи. В консультации приведены различные примеры решений таких задач |
|  | **Запрос на консультирование** | Как сделать решение экономических задачи и задач на оптимизацию наглядным и доступным обучающимся? |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Текст консультации**  Экономические задачи, а также задачи оптимизации производства товаров и услуг сравнительно недавно включены во вторую часть ЕГЭ по математике профильного уровня и вызывают значительные затруднения у абсолютного большинства выпускников. В действующих в 10-11 классах учебниках нет материала по решению задач с экономическим содержанием. Для успешного решения подобных задач требуется не только владеть определенным математическим инструментарием, но и уметь строить простейшие математические модели по заданным условиям. За правильное решение задания № 17 на ЕГЭ можно получить три балла.  **Немного теории**  **Один процент** – это одна сотая доля. Чтобы найти данное число процентов от числа, нужно проценты записать десятичной дробью, а затем число умножить на эту десятичную дробь.  При решении задач необходимо понимать механизм начисления процентов по вкладам или кредитам. Например, если банк выдаёт кредит (S) клиенту, то через год клиент должен банку не только сумму кредита, но и некий процент (r). Возникает необходимость введения нового коэффициента b, b=1+0,01r. С учётом этого, долг клиента банку через год можно записать следующим образом:  S (1 + 0,01r) = Sb  ***Аннуитетные платежи -*** постоянные ежемесячные или ежегодные платежи, которые не меняются на протяжении всего периода кредитования.  *Ф****иксированные платежи -*** платежи, которые чётко оговариваются в условии задачи.  ***Дифференцированные платежи*** - ежемесячные или ежегодные платежи, уменьшающиеся к концу срока кредитования и обеспечивающие уменьшение суммы долга на одну и ту же величину*.*  **Арифметическая прогрессия -** последовательность чисел, в которой каждое число, начиная со второго, получается из предыдущего добавлением к нему постоянного числа  Любой член арифметической прогрессии вычисляется по формуле:  = + (n-1)d  Формула суммы n-первых членов арифметической прогрессии:  Sn=  В консультации предложены задачи, для решения которых необходима зафиксированная выше теория. В открытых источниках предлагается достаточно много экономических задач. В консультации предлагается один из подходов к решению экономических и задач на оптимальный выбор с помощью таблиц. Решение может показаться громоздким, но оно имеет чёткую структуру и, как показала практика, понятно обучающимся.  **Примеры решения экономических задач**  ***Аннуитетные платежи***  **№1 (Задание 17 №**[**507278**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=507278))  *1 января 2015 года Павел Витальевич взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Павел Витальевич переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Павел Витальевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 125 тыс. рублей?*  ***Решение:***  Сумма кредита – 1000000 рублей  Процентная ставка: r = 1%  Введём коэффициент b=1,01  Ежегодная выплата х ≤ 125000 рублей  Количество месяцев - ?   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Месяц | Долг с % | Платёж | Долг после выплаты | | 0 |  |  | 1000000 | | 1 месяц | 1000000•1,01=1010000 | 125000 | 885000 | | 2 месяц | 885000•1,01=893850 | 125000 | 768850 | | 3 месяц | 768850•1,01=776538,5 | 125000 | 651538,5 | | 4 месяц | 651538,5•1,01=658053,9 | 125000 | 533053,9 | | 5 месяц | 533053,9•1,01=538384,44 | 125000 | 413384,44 | | 6 месяц | 413384,44•1,01=417518,28 | 125000 | 292518,28 | | 7 месяц | 292518,28•1,01=295443,46 | 125000 | 170443,46 | | 8 месяц | 170443,46•1,01=172147,89 | 125000 | 47147,89 | | 9 месяцев | 47147,89•1,01=47619,37 | 47619,37 | - |   ***Ответ: 9 месяцев.***  **№2 (Задание 17 №**[**507280**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=507280))  *31 декабря 2014 года Ярослав взял в банке некоторую сумму в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Ярослав переводит в банк 2 132 325 рублей. Какую сумму взял Ярослав в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?*  ***Решение:***  Сумма кредита - S  Процентная ставка: r = 12,5%  Введём коэффициент b=1,125  Ежегодная выплата х=2132325 рублей  Количество лет : 4 года   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Год | Долг с % | Платёж | Долг после выплаты | | 0 |  |  | S | | 1 год | Sb | x | Sb-x | | 2 год | (Sb-x)b=Sb2-xb | x | Sb2-xb-x | | 3 год | (Sb2-xb-x)b=Sb3-xb2-xb | x | Sb3-xb2-xb-x | | 4 год | (Sb3-xb2-xb-x)b=  Sb4-xb3-xb2-xb | x | Полная выплата -остаток 0 |   Sb4-xb3-xb2-xb=x  Sb4-(1+b+b2+b3)x=0  S=  ***Ответ:6409000 рублей.***  **№3 (Задание 17 №**[**508215**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=508215))  *31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?*  ***Решение:***  Сумма кредита – 4290000 рублей  Процентная ставка: r = 14,5%  Введём коэффициент b=1,145  Ежегодная выплата х рублей  Количество лет : 2 года   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Год | Долг с % | Платёж | Долг после выплаты | | 0 |  |  | S | | 1 год | Sb | х | Sb-x | | 2 год | b(Sb-x)= Sb2-xb | х | 0 |   Sb2\_ хb-x =0  Sb2-(b+1)x=0  х=    ***Ответ: 2622050 рублей.***  **№4 (Задание 17 №**[**507284**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=507284)**)**  31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?  ***Решение:***  Сумма кредита – 7007000 рублей  Процентная ставка: r = 20%  Введём коэффициент b=1,2  Ежегодная выплата - х рублей  3 равных платежа   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Год | Долг с % | Платёж | Долг после выплаты | | 0 |  |  | S | | 1 год | Sb | х | Sb-x | | 2 год | b(Sb-x)= Sb2-xb | х | Sb2-xb-x | | 3 год | b(Sb2-xb-x )=Sb3\_ хb2-xb | х | 0 |   Sb3-хb2-xb=x  Sb3-(b2+b+1)x=0  X=  2 равных платежа   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Год | Долг с % | Платёж | Долг после выплаты | | 0 |  |  | S | | 1 год | Sb | х | Sb-x | | 2 год | b(Sb-x)= Sb2-xb | х | - |   Sb2-xb=x  Sb2-(1+b)x=0  X=  За 3 года выплатил: 3\*3326400=9979200  За два года выплатил: 2\*4586400=9172800  Разница: 9979200-9172800=806400  ***Ответ: 806400 рублей.***  ***Замечание:*** *Обычно числа в задачах вида №№2-4 подобраны так, чтобы сумма кредита хорошо делилась на коэффициент при Х. Если так не происходит, необходимо проверить еще раз вычисления, велика вероятность арифметической ошибки!*  ***Фиксированные платежи***  **№5**  *31 декабря 2014 года Антон взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на определенное количество процентов), затем Антон переводит очередной транш. Антон выплатил кредит за два транша, переводя в первый раз 510 тыс. рублей, во второй – 649 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Антону?*  ***Решение:***  Сумма кредита – 1000000 рублей  Процентная ставка: r %  Введём коэффициент b=1+0,01r  Первый транш – 510000 рублей  Второй транш – 649000 рублей   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Год | Долг с % | Платёж | Долг после выплаты | | 0 |  |  | S | | 1 год | Sb | 510000 | Sb-510000 | | 2 год | b(Sb-510000) =Sb2-510000b | 649000 | - |   Sb2-510000b=649000  1000000b2-510000b-649000=0  1000b2-510b-649=0  D=51002+4•1000•649=260100+2596000=2856100  b1==1,1  b2==-0,59 не удовлетворяет условию задачи.  ***Ответ: 10%***  **№6 (Задание 17 №**[**513106**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=513106)**)**  *15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.*     |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **Дата** | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 | | **Долг (в процентах от кредита)** | 100% | 90% | 80% | 70% | 60% | 50% | 0% |     *В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?*  ***Решение:***  Сумма кредита – S рублей  Процентная ставка: 5%  Введём коэффициент b=1,05     |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Месяц | Долг с % | Платёж | Долг после выплаты | | 15.01 |  |  | S | | 15.02 | Sb | Sb-0,9S | 0,9S | | 15.03 | 0,9Sb | 0,9Sb -0,8S | 0,8S | | 15.04 | 0,8Sb | 0,8Sb -0,7S | 0,7S | | 15.05 | 0,7Sb | 0,7Sb -0,6S | 0,6S | | 15.06 | 0,6Sb | 0,6Sb -0,5S | 0,5S | | 15.07 | 0,5Sb | 0,5Sb | 0 |   Найдём общую сумму выплат:  (Sb+0,9Sb+0,8Sb+0,7Sb+0,6Sb+0,5Sb)-(0,9S+0,8S+0,7S+0,6S+0,5S)=  4,5Sb-3,5S=S(4,5b-3,5)=S(4,5\*1,05-3,5)=1,225S  ***Ответ: 22,5 процента.***  **№7 (Задание 17 №**[**514450**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=514450)**)**  15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:  — 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на *r* процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где *r* — целое число;  — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  — 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.   |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Дата | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 | | Долг (в млн рублей) | 1 | 0,6 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0 |    Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.  ***Решение:***  Сумма кредита – 1000000 рублей  Процентная ставка: r %  Введём коэффициент b=1+0,01r   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Месяц | Долг с % | Платёж | Долг после выплаты | | 15.01 |  |  | S | | 15.02 | Sb | Sb-0,6S | 0,6S | | 15.03 | 0,6Sb | 0,6Sb -0,4S | 0,4S | | 15.04 | 0,4Sb | 0,4Sb -0,3S | 0,3S | | 15.05 | 0,3Sb | 0,3Sb -0,2S | 0,2S | | 15.06 | 0,2Sb | 0,2Sb -0,1S | 0,1S | | 15.07 | 0,1Sb | 0,1Sb | 0 |   Найдём общую сумму выплат:  (Sb+0,6Sb+0,4Sb+0,3Sb+0,2Sb+0,1Sb)-(0,6S+0,4S+0,3S+0,2S+0,1S)=  2,6Sb-1,6S=S(2,6b-1,6)=1\*(2,6b-1,6)=2,6b-1,6  2,6b-1,6<1,2;2,6b<2,8 ;b<1,076 ;b=1,07 ;  r=7  ***Ответ: 7 процентов.***  **№8 (Задание 17 №**[**514486**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=514486)**)**  В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере *S* млн. рублей, где *S* — **целое** число. Условия его возврата таковы:  − каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;  − с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;  − в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей     |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 | Июль 2020 | | Долг  (в млн. рублей) | S | 0,8S | 0,6S | 0,4S | 0 |     Найдите наибольшее *S*, при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн. рублей.  ***Решение:***  Сумма кредита – S рублей  Процентная ставка: 25 %  Введём коэффициент b=1,25     |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Год | Долг с % | Выплата | Долг после выплаты | | 2016 |  |  | S | | 2017 | Sb | Sb-0,8S | 0,8S | | 2018 | 0,8Sb | 0,8Sb -0,6S | 0,6S | | 2019 | 0,6Sb | 0,6Sb -0,4S | 0,4S | | 2020 | 0,4Sb | 0,4Sb | 0 |   Найдём общую сумму выплат  (Sb+0,8Sb+0,6Sb+0,4Sb)-(0,8S+0,6S+0,4S)<50 млн.рублей  Sb\*2,8- S\*1,8= S(2,8b-1,8)=1,7\*S<50  S<29 , S=29 млн. рублей  ***Ответ:*** ***29 млн. рублей***  ***Дифференцированные платежи***  **№9 (Задание 17 №**[**517582**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=517582)**)**  *15-го января планируется взять кредит в банке на девять месяцев. Условия его возврата таковы:*  *— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;*  *— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;*  *— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.*  *Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r.*  ***Решение:***  Сумма кредита – S рублей  Процентная ставка: r %  Введём коэффициент b=1+0,01r   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Месяц | Долг с % | Платёж | Долг после выплаты | | 0 |  |  | S | | 1 | Sb | Sb |  | | 2 |  |  |  | | 3 |  |  |  | | 4 |  |  |  | | 5 |  |  |  | | 6 |  |  |  | | 7 |  |  |  | | 8 |  |  |  | | 9 |  |  |  |   Найдём общую сумму выплат  Sb(1+) - S)=1,25S  - =1,25S  - =1,25  45b=1,25\*9+36  b=1,05  r=5%  ***Ответ:5%.***  **№ 10 (Задание 17 №**[**520806**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=520806)**)**  *15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия возврата таковы:*  *— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;*  *— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;*  *— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;*  *— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.*  *Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?*  ***Решение:***  Сумма кредита – S рублей  Процентная ставка: 3 %  Введём коэффициент b=1,03  Количество месяцев: 21   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Месяц | Долг с % | Платёж | Долг после выплаты | | 0 |  |  | S | | 1 | Sb | Sb-(S-30) | S-30 | | 2 | (S-30)b | (S-30)b-(S-60) | S-60 | | 3 | (S-60)b | (S-60)b-(S-90) | S-90 | | 4 | (S-90)b | (S-90)b-(S-120) | S-120 | | 5 | (S-120)b | (S-120)b-(S-150) | S-150 | | 6 | (S-150)b | (S-150)b-(S-180) | S-180 | | … | … | … | … | | 20 | (S-570)b | (S-570)b-(S-600) | S-600 | | 21 | (S-600)b | (S-600)b | 0 |   Найдём общую сумму выплат  b(S+(S-30)+(S-60)+(S-90)+…+(S-600))-((S-30)+(S-60)+(S-90)+…+ (S-600))=1604  По формуле суммы арифметической прогрессии получаем:  b\*(S-300)\*21-(S-315)\*20=1604  21\*bS-6300 b -20S +6300=1604  S = (1604-6300+189)/1,63=1100 тыс. рублей  ***Ответ: 1 100 000 рублей***.  ***Замечание:*** *В задачах №№6-10 столбец «Платёж» = «Долг с %» - «Долг после выплаты». Обучающиеся хорошо понимают и легко находят разность суммы уменьшаемых и суммы вычитаемых в каждой строке.*  ***Нестандартные задачи***  **№11 (Задание 17 №**[**519662**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=519662)**)**  *В регионе A среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 43 740 рублей и ежегодно увеличивался на 25%. В регионе B среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 60 000 рублей. В течение трёх лет суммарный доход жителей региона B увеличивался на 17% ежегодно, а население увеличивалось на m% ежегодно. В 2017 году среднемесячный доход на душу населения в регионах A и B стал одинаковым. Найдите m.*  ***Решение:***  Пусть в регионе *В* проживало *n* человек.  Составим таблицу изменения среднемесячного дохода на душу населения по данным задачи.      **№12 (Задание 17 №**[**511880**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=511255))  *Близнецы Саша и Паша положили в банк по 50 000 рублей на три года под 10% годовых. Однако через год и Саша, и Паша сняли со своих счетов соответственно 10% и 20% имеющихся денег. Еще через год каждый из них снял со своего счета соответственно 20 000 рублей и 15 000 рублей. У кого из братьев к концу третьего года на счету окажется большая сумма денег? На сколько рублей?*  ***Решение:***  Сумма вклада, S=50000 рублей  Процентная ставка: 10 %  Введём коэффициент b=1,1  Количество лет: 3    **Саша**   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Год | Вклад с % | Действие | Вклад после действия | | 0 |  |  | S | | 1 год | Sb | -0,1Sb | 0,9Sb | | 2 год | 0,9Sb\*b=0,9Sb2 | -20000 | 0,9Sb2- 20000 | | 3 год | (0,9Sb2- 20000)\*b= 0,9Sb3\_ 20000b | Снял вклад |  |   0,9Sb3\_ 20000b = 0,9\*50000\*1,331–20000\*1,1 = 59895–22000 = 37895 рублей    **Паша**   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Год | Вклад с % | Действие | Вклад после действия. | | 0 |  |  | S | | 1 год | Sb | -0,2Sb | 0,8Sb | | 2 год | 0,8Sb\*b=0,9Sb2 | -15000 | 0,8Sb2- 15000 | | 3 год | (0,8Sb2- 15000)\*b = 0,8Sb3-15000b | Снял вклад |  |   0,8Sb3\_ 15000b = 0,8\*50000\*1,331–15000\*1,1 = 53240–16500 = 36740 рублей  37895 – 36740= 1155 рублей  ***Ответ: у Саши на 1155 рублей.***  ***Задачи на оптимальный выбор***  **№13 (Задание 17 №**[**515785**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=515785)**)**  *У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га.*  *Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 13 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?*  **Решение.**  Доход за 1 га картофеля на первом поле: 10\*300\*10000=30000000 руб.  Доход за 1 га картофеля на втором поле: 10\*200\*10000=20000000 руб.  Доход за 1 га свеклы на первом поле: 10\*200\*13000=26000000 руб.  Доход за 1 га свеклы на втором поле: 10\*300\*13000=39000000 руб.  Таким образом, первое поле выгодно полностью засадить картофелем, а второе — свеклой. Суммарно получаем:  30000000+39000000=69000000 руб.    ***Ответ: 69 млн. рублей.***  **№14 (Задание 17 №**[**513295**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=513295))  *Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 940 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 4000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 5000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?*  ***Решение:***  Общая площадь: 940м2   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | Площадь одного номера | Кол-во номеров | Полная площадь | Цена за один номер | Полный доход | | Стандартные номера | 30 | x | 30x | 4000 | 4000x | | Люкс | 40 | y | 40y | 5000 | 5000y |   Полный доход:  4000x+5000y, выражение должно принимать наибольшее значение.  Заметим, что 30x+40y940, т.е. x где y , т.е.y  f(y) = +5000y  f (y) =  Вычислим производную этой функции  =  Значит функция убывает на всей области определения, т.е. принимает своё наибольшее значение при y=0. Это означает, что стандартных номеров будет 940/30=31(ост.10), значит один стандартный номер можно заменить номером «люкс». При этом полный доход будет рублей.  ***Ответ: 125000 рублей.***  **№15 (Задание 17 №**[**509824**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=509824))  *Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара. За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 200 рублей. Антон готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?*  ***Решение:***  Оплата труда в неделю: 900000 рублей   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  | Часы в неделю | Единицы товара в неделю | Оплата за 1 час | Полная оплата | | 1 завод | x2 | x | 250 | 250 | | 2 завод | y2 | y | 200 | 200 |   Количество единиц товара в неделю на двух заводах: х + у.  Заметим, что 250+200900000, т.е. x где y  f(y) = +y  Вычислим производную этой функции  = +1 =  Найдём нули производной: =0  =0  0,64=(3600-)  1,44=3600  y=50  Функция принимает своё наибольшее значение при y=50 (точка максимума).  x==40  Найдём количество единиц товара:+50 = 90  ***Ответ: 90 единиц товара.***  **№ 16 (Задание 17 №**[**509205**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=509205) *)*  *Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 3t единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 4t единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей. Готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?*  ***Решение :*** Оплата труда в неделю: 5000000 рублей   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  | Часы в неделю | Единицы товара в неделю | Оплата за 1 час | Полная оплата | | 1 завод | x2 | 3x | 500 | 500 | | 2 завод | y2 | 4y | 500 | 500 |   Количество единиц товара:3x+4y  Заметим, что 500+5005000000, т.е. x где y  f(y) =3 +4y  Вычислим производную этой функции  = 3\*+4 =  Найдём нули производной: =0  =0  9=16(10000-)  25=1600000  y=80  Функция принимает своё наибольшее значение при y=80 (точка максимума).  x==60  Найдём количество единиц товара: 3+480 = 180+320 = 500  ***Ответ: 500 единиц товара.***  **№ 17 (Задание 17 №**[**509095**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=509095) *)*  *Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими видами начинки: ягодная и творожная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.*   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Вид начинки | Себестоимость (за 1 тонну) | Отпускная цена (за 1 тонну) | Производственные возможности | | ягоды | 70 тыс. руб. | 100 тыс. руб. | 90 (тонн в мес.) | | творог | 100 тыс. руб. | 135 тыс. руб. | 75 (тонн в мес.) |   *Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц*  ***Решение:***  Пусть x тонн выпускает фабрика блинчиков с ягодами, а y тонн – с творогом. Тогда по условию x  Прибыль:  30x+35y  Пусть производственная возможность равна 1, тогда + = 1  75x + 90y = 6750  x = 90 – 1,2y  f(y) = 30(90 – 1,2y)+35y  f(y) = 2700 - y  Вычислим производную этой функции  =  Функция убывает на всей области определения, т.е. принимает своё наибольшее значение при y=15. Тогда x = 90-1,2\*  При этом максимальная прибыль будет рублей.  ***Ответ: 2685000 рублей.***  **№ 18 (Задание 17 №**[**509124**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=509124))  *Консервный завод выпускает фруктовые компоты в двух видах тары — стеклянной и жестяной. Производственные мощности завода позволяют выпускать в день 90 центнеров компотов в стеклянной таре или 80 центнеров в жестяной таре. Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции в каждом из видов тары должно быть выпущено не менее 20 центнеров. В таблице приведены себестоимость и отпускная цена завода за 1 центнер продукции для обоих видов тары.*   |  |  |  | | --- | --- | --- | | **Вид тары** | **Себестоимость, 1 ц.** | **Отпускная цена,1 ц.** | | стеклянная | 1500 руб. | 2100 руб. | | жестяная | 1100 руб. | 1750 руб. |     *Предполагая, что вся продукция завода находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль завода за один день (прибылью называется разница между отпускной стоимостью всей продукции и её себестоимостью).*  ***Решение:***  Пусть x центнеров выпускает фабрика в стеклянной таре, а y центнеров – в жестяной. Тогда по условию имеем: x  Прибыль:  600x+650y  Пусть производственная возможность равна 1, тогда + = 1  80x + 90y = 7200  x = 90 – 1,125y  f(y) = 600(90 – 1,125y)+650y  f(y) = 54000 - 25y  Вычислим производную этой функции  =  Функция убывает во всей области определения, т.е. принимает своё наибольшее значение при y=20. Тогда x = 90-1,12  При этом максимальная прибыль будет рублей.  ***Ответ: 53500 рублей.***  **№19 (Задание 17 №**[**511234**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=511234))  *Два велосипедиста равномерно движутся по взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку этих дорог. Один из них движется со скоростью 40 км/ч и находится на расстоянии 5 км от перекрестка, второй движется со скоростью 30 км/ч и находится на расстоянии 3 км от перекрестка. Через сколько минут расстояние между велосипедистами станет наименьшим? Каково будет это наименьшее расстояние?*  ***Решение:***   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Скорость | Время | Расстояние | | 1 велосипедист | 40 | t | 40t | | 2 велосипедист | 30 | t | 30t |   Составим функцию квадрата расстояния между велосипедистами:  у(t) = , где t  у(t) = 25-400t+1600  у(t) = 2500  Вычислим производную этой функции  = 5000t - 580  Найдём нули производной: 5000t-580=0  t===  Функция принимает своё наименьшее значение при t=ч = (точка минимума).  Найдём расстояние между велосипедистами: = = ===0,6  ***Ответ: 0,6км, 6,96 минут.*** | |
| **Список литературы и других источников по теме** | 1. <https://ege.sdamgia.ru> **- Сайт "Решу ЕГЭ".** 2. [fipi.ru](http://yandex.ru/clck/jsredir?bu=5z3n36&from=yandex.ru%3Bsearch%2F%3Bweb%3B%3B&text=&etext=2202.WpI1Fpre4hL0zH5G6Htq5HFqbGxpZnFiZW9teXV0ZWI.5a1c8f5b5fe575f870b2236568e3b029abdfb6fe&uuid=&state=jLT9ScZ_wbo,&&cst=AiuY0DBWFJ5Hyx_fyvalFJCYZnAipb25wiTJaNgp60eaGtJOuJxt7IL2oVbv5VESOFGs07sSsFNYfRgGWMHoFWIo7oE7uds3bwUaX7CLn1gWemnLTgb8-Jpxf2gCAdIDMQECQznTAsyrR8hwV4GhmWmgUWnGoz0WDfJfuUyi2OPCds4ScHQPxoUAyVtIey8ARQAPlzAwyKUXFN5rQ-CoiGnqwWDIFsgnQB-ULoDxWanBUJs7HFcC3WWuWgmPELImiXUIFDqTP0MFhUv4jIFbTSxXrw1i6pkrmBNbK3hmLbeNkUTKGR8i8pY3E_zcxl8CGsbbMm2zc4w8jOKootJ28nmpFTjDua06EQtMOC-wG7b3ormr_62AZ87s80qzN1lzlQxIANYA1_dA1treZmEGnEdBmoZ6gEkxOGjWcBUt_0SA7DIanCLICZ81P-sYqhYck0bN-dDBqawvbawRaMbw4sIe5fVjJnCgNOM95-hjig-8LAtl09TqbNuIGO-IL9eTvHCd_n7m5GBIvJPGxAAY5g,,&data=UlNrNmk5WktYejR0eWJFYk1LdmtxazVKcXJKTHpxci0xUmcxdDRLbWNpMDdFdzVwOUxsa01CTERQUkEtSmF0MjUybGw3WHJpRGtDWVBqaHcyLWxnRHFHNHVmY3Z4VUdJ&sign=729caa4fef66dcfeff282ca2761064df&keyno=0&b64e=2&ref=orjY4mGPRjk5boDnW0uvlrrd71vZw9kpVBUyA8nmgRFSkmcF3yD8E0CH-oI8WbAilAmZyRZlWWk19sDe1iELLF__Ie6qKR6sqdn8IW1a1RDECG3JHcDA5A,,&l10n=ru&rp=1&cts=1583084970632%40%40events%3D%5B%7B%22event%22%3A%22click%22%2C%22id%22%3A%225z3n36%22%2C%22cts%22%3A1583084970632%2C%22fast%22%3A%7B%22organic%22%3A1%7D%2C%22service%22%3A%22web%22%2C%22event-id%22%3A%22k79bx11krd%22%7D%5D&mc=4.20184123230257&hdtime=80089.005) - **Сайт ФИПИ.** 3. [alexlarin.net](https://alexlarin.net/) -[Ларин Александр Александрович. Математика. Репетитор.](http://yandex.ru/clck/jsredir?bu=gjbi33&from=yandex.ru%3Bsearch%2F%3Bweb%3B%3B&text=&etext=2202.nszbSMtXqQ4Dd2CFyv1RTtAO2O7nciCZsVVzVsMkiGd6aWNnbmpuZHRiamZuYWp0.62f368b4bc9ec30801bac0188801ea611254095d&uuid=&state=jLT9ScZ_wbo,&&cst=AiuY0DBWFJ5Hyx_fyvalFJCYZnAipb25wiTJaNgp60eaGtJOuJxt7IL2oVbv5VESOFGs07sSsFNYfRgGWMHoFWIo7oE7uds3bwUaX7CLn1gWemnLTgb8-Jpxf2gCAdIDMQECQznTAsyrR8hwV4GhmWmgUWnGoz0WDfJfuUyi2OPCds4ScHQPxoUAyVtIey8ARQAPlzAwyKUXFN5rQ-CoiGnqwWDIFsgnQB-ULoDxWanBUJs7HFcC3WWuWgmPELImiXUIFDqTP0MFhUv4jIFbTSxXrw1i6pkrmBNbK3hmLbeNkUTKGR8i8pY3E_zcxl8CGsbbMm2zc4w8jOKootJ28nmpFTjDua06EQtMOC-wG7b3ormr_62AZ87s80qzN1lzlQxIANYA1_dA1treZmEGnEdBmoZ6gEkxOGjWcBUt_0SA7DIanCLICZ81P-sYqhYck0bN-dDBqawVbB_oqXJmXJYjP74J9J9Yo0qEAPVMJqRRdhxUoV1flNZlNen3SW0ef9tF_fKyceeIPXtH5pPJCA,,&data=UlNrNmk5WktYejY4cHFySjRXSWhXTExka3JwbmwybWdQdlJ3Q3l1cEdFdlFKaFRpbjlvUXFYd2kxVEVFWXgwRlV1WEptNUtjbDl5S2xVWDBrYVdheWtRWHdVUXhMMXVt&sign=3e592a1e4e75c7c8975adfa5138f0ad9&keyno=0&b64e=2&ref=orjY4mGPRjk5boDnW0uvlrrd71vZw9kpVBUyA8nmgRHBm4zc-TEO222O5yeWKl-_A8oseOM2ztsiHuuutJa2eDtwMz4isQAAdzN0WJCb07rySj68HO6hdskkX4lgVUNaor2rSKIRHlLXbTATWFbI9A,,&l10n=ru&rp=1&cts=1583085089984%40%40events%3D%5B%7B%22event%22%3A%22click%22%2C%22id%22%3A%22gjbi33%22%2C%22cts%22%3A1583085089984%2C%22fast%22%3A%7B%22organic%22%3A1%7D%2C%22service%22%3A%22web%22%2C%22event-id%22%3A%22k79bzl4wvg%22%7D%5D&mc=0.9182958340544896&hdtime=10189.125) 4. [https://4ege.ru/](https://4ege.ru/%20) - сайт подготовки к ЕГЭ и ОГЭ. 5. **Шестаков, С.А.** ЕГЭ 2018. Математика. Задачи с экономическим содержанием **– М. :** МЦНМО**, 2018.** 6. Под ред. Ященко И.В. «ЕГЭ 2018. Математика. 50 вариантов. Профильный уровень. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ». 7. Прокофьев А.А. «Рекомендации по подготовке к выполнению задания №17 (финансово-экономические задачи) ЕГЭ профильного уровня». |
| **Автор-составитель** | Борисова Наталья Геннадьевна, учитель математики МБОУ «Первомайская СОШ» Павловского района, тьютор Мобильной сети учителей математики |