**Консультация с использованием**

**информационно-телекоммуникационных технологий**

**Введение**

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование разработки | *«Решение задач на оптимизацию (ЕГЭ, профиль)»* |
| Целевая группа | *Руководители методических объединений учителей математики, учителя математики* |
| Область применения разработки | *Обеспечение выполнения плана мероприятий по реализации в Алтайском крае проекта «Мобильная сеть учителей математики» в 2020 году (Приказ АИРО им. А.М. Топорова от 28.02.2020 г. № 40)* |

**Основания для разработки**

|  |  |
| --- | --- |
| Документ (документы), на основании которых выполняется работа | *План мероприятий по реализации в Алтайском крае проекта «Мобильная сеть учителей математики» в 2020 году (Приказ АИРО им. А.М. Топорова от 28.02.2020 г. № 40)**План работы мобильной сети учителей математики Алтайского края* |

**Назначение разработки**

|  |  |
| --- | --- |
| Цель | *Содействие развитию профессиональной (предметной) компетентности учителей математики – формирование конкретных знаний, умений и навыков в области решения экономических задач и задач на оптимизацию* |

**Решение задач на оптимизацию (ЕГЭ, профиль)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **СТРУКТУРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ КОНСУЛЬТИРОВАНИЯ** | **СОДЕРЖАНИЕ** |
| 1 | **Ключевые слова** | Процент, оптимизация, производная, наибольшее (наименьшее) значение функции |
| 2 | **Аннотация к содержанию консультации** | Содержание консультации раскрывает опыт работы учителя математики по формированию и развитию у обучающихся умений решать задачи на оптимизацию. В консультации приведены различные примеры решений таких задач |
| 3 | **Запрос на консультирование** | Как сделать решение задач на оптимизацию наглядным и доступным обучающимся? |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Решение задач на оптимизацию (ЕГЭ, профиль)***Памятка по решению задач на оптимизацию****1 этап. Составление математической модели***Проанализировав условия задачи, выделите оптимизируемую величину, т.е. величину, о наибольшем или наименьшем значении которой идет речь. Обозначьте ее буквой у (или *S, R, V* – в зависимости от содержания задачи).Одну из участвующих в задаче неизвестных величин, через которую нетрудно выразить оптимизируемую величину, примите за независимую переменную и обозначьте ее буквой *х* (или какой-либо другой буквой). Установите реальные границы изменения независимой переменной в соответствии с условиями задачи.Исходя из условия задачи, выразите *у* через *х*. Математическая модель задачи представляет собой функцию *у=f(х)* с областью определения *Х*, которую нашли на втором шаге.**2 этап. *Работа с составленной моделью***На этом этапе для функции *у = f(х)*, $х\in Х$ найдите *у* наименьшее или *у* наибольшее в зависимости от того, что требуется в условии задачи. При этом используются теоретические установки, необходимые для определения наибольшего и наименьшего значений функции.**3 этап. *Ответ на вопрос задачи***Здесь следует получить конкретный ответ на вопрос задачи, опираясь на результаты, полученные на этапе работы с моделью. Записать ответ в терминах предложенной задачи.Ниже приведены примеры задач.**Задача 1**. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 500 ц/га. Фермер может продать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свёклу – по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?**Решение.****1 этап.** Величина дохода фермера зависит от того, каким образом будет распределена площадь каждого поля между посадками картофеля и свеклы.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 поле = 10 га | 2 поле |
| картофель*х* га500ц/га | свекла(10 – *х*) га300 ц/га | Картофель*у* га300 ц/га | Свекла(10 – *у*) га500 ц/га |

Заметим, что *х* и *у* находятся в отрезке от 0 до 10.**2 этап**. В этом случае прибыль с первого поля составит*П*1(*х*) = 500*х*·5000 + 300(10 – *х*)·8000 = 100000*х* + 24000000 – возрастающая функция, которая принимает наибольшее значение при максимально возможном *х*. Максимальное значение *х* = 10,*П*1(10) = 1000000 + 24000000 = 25000000 руб.Аналогично поступим со вторым полем.*П*2(*у*) = 300*у*·5000 + 500(10 – *у*)·8000 = 1500000*у* + 40000000 – 4000000*у*=–2500000*у* + 40000000 – убывающая функция, которая принимает наибольшее значение при *у* = 0. *П*2(0) = 40000000 руб.**3 этап.** Таким образом, общая прибыль фермера равна25000000 + 40000000 руб.Ответ: 65 млн. рублей**Задача 2.** Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство x тысяч единиц продукции на таком заводе равны 0,5*х*2 + 2*х* + 6 млн рублей в год. Если продукцию завода продавать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит *рх* – (0,5*х*2 + 2*х* + 6). Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более, чем за 3 года?**Решение.****1 этап.** *рх* – (0,5*х*2 + 2*х* + 6) – прибыль фирмы за год. Рассмотрим функцию, обозначающую прибыль фирмы*Р*(*х*) = *рх* – (0,5*х*2 + 2*х* + 6) = – 0,5*х*2 + (*р* – 2)*х* – 6.**2 этап.** Графиком функции *Р*(*х*) = – 0,5*х*2 + (*р* – 2)*х* – 6 – является парабола с ветвями вниз. Наибольшее значение функции достигается при *х* = *р* – 2, то есть в вершине параболы.Значит, *Р*(*х* – 2) = –0,5(*р* – 2)2 + (*р* – 2)2 – 6 = 0,5(*р* – 2)2 – 6.Чтобы прибыль за три года была не меньше 78 млн рублей, необходимо, чтобы каждый год прибыль была не меньше 26 млн рублей. Наибольшее значение этой функции должно быть не меньше, чем 26.0,5(*р* – 2)2 – 6 ≥ 26(*р* – 2)2 ≥ 64Т.к. *р* ≥ 0, получим *р* – 2 ≥ 8.*р* ≥ 10.Наименьшее значение *р*, при заданных условиях равно10.**3 этап.** При цене на товар, равной 10 тыс. рублей, строительство завода окупится не более, чем за три года.Ответ: 10 тыс. рублей.**Задача 3.** В распоряжении начальника имеется бригада рабочих в составе 24 человек. Их нужно распределить на день на два объекта. Если на первом объекте работает *t* человек, то их суточная зарплата составляет 4*t*2 условных единиц. Если на втором объекте работает *t* человек, то их суточная зарплата составляет *t*2 у.е. (условных единиц). Как нужно распределить на эти объекты бригаду рабочих, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько у.е. в этом случае придется заплатить рабочим?**Решение.****1 этап.** Переменная *t* здесь — некий параметр, через который выражены количество работающих на объекте человек и их суточная зарплата.Пусть на первом объекте работает *х* человек. Тогда на втором 24 –*х* человек, поскольку всего в бригаде 24 рабочих. Запишем данные задачи в таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | I объект | II объект |
| Количество рабочих | *х* | 24–*х* |
| Оплата | 4*х*2 | (24–*х*)2 |

Пусть функция *Z*(*x*) – зависимость выплат на оплату труда рабочих от количества рабочих: *Z*(*x*) = 4*х*2 + (24 – *х*)2.**2 этап.** Найдем наименьшее значение функции *Z*(*x*). Раскроем скобки*Z*(*x*) = 5*х*2 – 48*х* + 576.*Z*(*x*) – квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены вверх. Наименьшее значение функции достигается в вершине параболы при *хв* = 4,8.Но число рабочих на первом объекте — целое, и оно не может быть равно 4,8. В таком случае, найдем значение функции в ближайших целых точках *Z*(4) = 464,*Z*(5) = 461 ≤ *Z*(4)**3 этап.** Оптимальное распределение рабочих по объектам – это 5 рабочих на первом объекте и 19 на втором. Затраты на оплату их труда в этом случае составляют 461 у.е.Ответ: 1 объект – 5 рабочих, 2 объект – 19 рабочих, выплата – 461 у.е.**Задача 4.** Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?**Решение.****1 этап**. На *n*-й год после покупки у Алексея на счете будет 7 + 2(*n –* 1) тыс. рублей или 5 + 2*n* тыс. рублей.Когда Алексей (через *n* лет после покупки) продал ценную бумагу и положил деньги на банковский счет, сумма на счете ежегодно увеличивается на 10% (то есть в 1,1 раза) в течение 30 – *n* лет.Значит через 30 лет после приобретения ценной бумаги эта сумма равна *Sn* = (5 + 2*n*)*∙1,*1*30 – n*.Рассмотрим функцию *S(x)* = (5 + 2*x*)*∙1,*1*30 – х*, совпадающую с *Sn* при целых значениях х, и найдем ее наибольшее значение на отрезке от 0 до 30.**2 этап.** Мы знаем, как найти наибольшее значение функции на отрезке. Взять производную, приравнять ее к нулю, найти точки экстремума, сравнить значения в точке максимума и на концах отрезка.Найдём производную данной функции и точки экстремума. *S׀(x)* = (5 + 2*x*) *׀∙1,*1*30 – х +* (*5 + 2х*)*∙* (*1,*1*30 – х*) *׀=*2*∙1,*1*30 – х –* (*5 + 2х*) *∙1,*1*30 – х ∙ln*1,1 *= 1,*1*30 – х* (*2 –* (*5 + 2x*)*∙ln*1,1).Приравняем производную к нулю. Поскольку *1,*1*30 – х >* 0, исследуем знак выражения *2 –* (*5 + 2x*)*∙ln*1,1 = *2 – 5ln*1,1 *– 2x∙ln*1,1.*S׀(x)* = 0 при $x\_{0}=\frac{2-5ln1,1}{2ln1,1}$ .*S׀(x)* > 0 если *x* < *x*0. *S׀(x)* < 0 если *x* > *x*0. Значит, точка $x\_{0}=\frac{2-5ln1,1}{2ln1,1}$ – точка максимума функции *S*(*x*).Хорошо, но чем это нам поможет? Ведь значение *х0* невозможно посчитать без калькулятора. Тупик? Зря вычисляли производную?Нет, не зря. Мы убедились, что функция стоимости ценной бумаги имеет точку максимума, причем единственную. И если в определенный момент не продать эту ценную бумагу, в итоге ее стоимость будет меньше максимально возможной.Как же вычислить этот момент? Найдем, после скольких лет хранения будет более выгодно продать ценную бумагу и положить деньги на счет, чем продолжать хранить. Проценты от ценной бумаги должны быть выше её стоимости от продажи, иначе хранить не выгодно.При хранении бумаги ее стоимость ежегодно увеличивается на 2 тысячи рублей. При продаже бумаги ­ увеличивается в 1,1 раза.Пусть в момент продажи стоимость ценной бумаги *S*(*k*) равна *S*(*k*) = 5 + 2*k*.Если продать бумагу и положить деньги в банк сумма будет равна 1,1(5 + 2*k*).Если продолжать хранить, получим 5 + 2*k* + 2 = 7 + 2*k*.Необходимо выполнение условия: 1,1(5 + 2*k*) > 7 + 2*k*; 5,5 + 2,2*k* > 7 + 2*k*; 0,2*k* > 1,5; *k* > 7,5.**3 этап.** Значит, в течение 8 года после покупки нужно продать ценную бумагу.Ответ: 8 год.**5 задача.** В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1кг алюминия или 3 кг никеля. Во второй шахте имеется 300 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 1 кг никеля. Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этомшахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?**Решение.****1 этап.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Наименов.** | **Всего** | **Алюминий** | **Никель** |
| 1 ш. | Кол-во чел. | 100 | *х* | 100 – *х* |
| чел/час | 5час/сутки | 5*х* | 5(100 – *х*) |
| кг | 1кг Ал или3кг Ник | 1·5*х*=5*х* | 3·5(100 – *х*) = 1500 – 15х |
| 2 ш. | Кол-во чел. | 300 | *у* | 300 – *у* |
| чел/час | 5час /сутки | 5*у* | 5(300 – *у*) |
| кг | 3кг Ал или1кг Ник | 3·5*у* | 1·5(300 – *у*) = 1500 – 5*у* |
| Суммарно: | 5*х*+15*у* | 1500 – 15*х* + 1500 – 5*у*=3000 – 15*х –* 5*у* |

По условию задачи Ал : Ник = 2 : 1, следовательно:(5*х* + 15*у*) : (3000 – 15*х* – 5*у*) = 2 : 1,5*х* + 15*у* = 2(3000 – 15*х* – 5*у*)7*х* + 5*у* = 1200.*у* = (1200 – 7*х*) : 5 (\*)**2 этап.** По условию задачи на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля, следовательно, на 2 части алюминия приходится 1 часть никеля, что соответствуют 1 части сплава. А потому, масса сплава в 3 раза больше массы никеля. Имеем: *m(х; у)* = 3(3000 – 15*х* – 5*у*) = 9000 – 45*х* – 15*у*Учитывая (\*), функция производства сплава примет вид: *m(х)* = 9000 – 45*х* – 15(1200 – 7*х*) : 5= 9000 – 45*х* – 3600 + 21*х* = 5400 – 24*х*. Таким образом, *m(х)* = –24*х* + 5400, *х* ≥ 0.Исследуем данную функцию на наибольшее значение на указанном промежутке. Функция *m(x)* линейная и убывающая, т.к. *k* < 0, а потому свое наибольшее значение она принимает при *х* = 0: *m*(0) = 5400.**3 этап.** Промышленность будет выпускать при заданных условиях максимальное количество сплава равное 5400 кг.Ответ:5400 кг.**6 задача.** В двух областях есть по 160 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи *x* кг алюминия в день требуется *x*2 человеко-часов труда, а для добычи *у* кг никеля в день требуется *у*2 человеко-часов труда.Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно за сутки суммарно добыть в двух областях?**Решение.** Человеко-час – это единица измерения рабочего времени; она соответствует одному часу фактической работы одного работника. **1 этап.** В каждой области в день может быть затрачено 160·5=800 человеко-часов труда.Пусть в первой области на добыче алюминия ежедневно будет затрачено *х* человеко-часов, а во второй области − *y2* человеко-часов.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Алюминий | Никель |
| Человеко-часов | Массаметалла за день, кг | Человеко-часов | Массаметалла за день, кг |
| 1 обл. | *х* | 0,1*х* | 800 – *х* | 0,1(800 – *х*) |
| 2 обл. | *у2* | *у* | 800 – *у2* | $$\sqrt{800 – у^{2}}$$ |
| Итого: |  | 0,1*х + у* |  | 80 – 0,1*х* + $\sqrt{800 – у^{2}}$ |

Для производства сплава масса добытого алюминия должна быть равна массе добытого никеля:0,1*х + у =* 80 – 0,1*х* + $\sqrt{800 – у^{2}}$0,2 *х* = 80 – *у* + $\sqrt{800 – y^{2}}$*х* = 400 – 5*у* +5 $\sqrt{800 –y^{2}}$ (\*)Пусть *m* – масса сплава, она равна сумме масс добытых металлов:*m*  = 0,1*х + у +* 80 – 0,1*х* + $\sqrt{800 – у^{2}}$ **=** *у +* 80 + $\sqrt{800 –y^{2}}$**2 этап.** Найдем наибольшее значение функции *m* (*у*) = *у +* 80 + $\sqrt{800 – у^{2}}$ при 0 ≤ *y*≤ $20\sqrt{2 }$.*m׀(у)* = 1 + $\frac{-2у}{2\sqrt{800-у^{2}}}$ = 1 – $\frac{у}{\sqrt{800-у^{2}}}$.*m׀(у)* = 0 тогда и только тогда, когда 1 – $\frac{у}{\sqrt{800-у^{2}}}$ =0; $\frac{у}{\sqrt{800-у^{2}}}$ = 1; у = $\sqrt{800-у^{2}}$; у = 20.*m* (0) = 80 + $20\sqrt{2}$;*m* ($20\sqrt{2 }$) = 80 + $20\sqrt{2}$;*m* (20) = 120 – наибольшее значение функции *m(y)* на промежутке [0; $20\sqrt{2 }]$.**3 этап.** Следовательно, завод сможет производить 120 кг сплава ежедневно.Ответ: 120 кг.**7 задача**. Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно *t*2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 2*t* единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно *t*2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 5*t* единиц товара.За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придется тратить еженедельно на оплату труда рабочих?**Решение.****1 этап.** Допустим, что на заводе, расположенном в первом городе, рабочие трудятся *x*2 часов, а на заводе, расположенном во втором городе, *y*2 часов. Тогда в неделю будет произведено 2*x* + 5*y* единиц товара, а затраты на оплату труда составят 500(*x*2 + *y*2) рублей.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | I завод | II завод |  |
| Количество часов в неделю | *х*2 | *у*2 | (*х*2 + *у*2)500 =? |
| Единицы товара | 2*х* | 5*у* | 2*х* + 5*у* = 580 |

**2 этап.** Нужно найти наименьшее значение 500(*x*2 + *y*2) при условии 2*x* + 5*y* = 580. Выразим *y* через *x*: 5*у* = 580 – 2*х*; *у* = $\frac{580 – 2х}{5}$ , где 0 ≤ *x* ≤ 290.Исследуем функцию *s(х)* = 20(29*x*2 – 2320х + 336400) на наименьшее значение при 0 ≤ x ≤ 290 (500(*x*2 + *y*2) = 500(*x*2 + *(*$\frac{580 – 2х}{5}$*)*2) = 500*x*2 + 500 $\frac{(580 – 2х)^{2}}{25}$ = 500*x*2 + 20 (580 – 2х)2 = 20(25*x*2 + (580 – 2х)2) = 20(29*x*2 – 2320х + 336400) ).Наименьшее значение трёхчлена 29*x*2 – 2320х + 336400 достигается при х= $\frac{2320}{2∙29}$= $\frac{2320}{58}$= 40, а, следовательно, наименьшее значение функции *s(х)* достигается при этом же значении х: *s*(40) = 5800000.**3 этап**. 5800000 рублей придется тратить Владимиру еженедельно на оплату труда рабочих.Ответ: 5 800 000 руб.**8 задача.** Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно *t*2 часов в неделю, то за эту неделю они производят*t* единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно *t*2 часов в неделю, то за эту неделю они производят2*t* единиц товара.За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему500 рублей.Григорий готов выделять 30250 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвестиза неделю на этих двух заводах?**Решение.****1 этап**. Условие задачи можно представить в виде таблицы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | I завод | II завод |  |
| Количество часов в неделю | *х*2 | *у*2 | (*х*2 + *у*2)500=30 250 000 |
| Единицы товара | *х* | 2*у* | *x* + 2*у*=? |

Тогда *Q(x; y)* = *х* + 2*у* – функция, которую нужно оптимизировать, при условии, что (*х*2 + *у*2)500 = 30 250 000, т.е. *х*2 + *у*2 = 60500.**2 этап**. Выразим у через *х*: *у* = $\sqrt{60500 –х^{2}}$.*Q(x) = х*+2$\sqrt{60500 –х^{2}}$, где *х* > 0.Найдем производную данной функции:*Q|(x)* =1 – $\frac{2∙2х}{2\sqrt{60500-х^{2}}}$ =1 – $\frac{2х}{\sqrt{60500-х^{2}}}$,*Q|(x)* =0; 1 – $\frac{2х}{\sqrt{60500-х^{2}}}$ = 0; $\sqrt{60500-х^{2}}$= 2х; *х*=110.0110**–****+***х**Q|(x)**Q(x)*т.mах*х =* 110 – единственная точка максимума на (0; +∞), а, потому в этой точке функция *Q(x)* принимает наибольшее значение.*Q*(110) = 110 + 2$\sqrt{60500 –12100}$= 110 + 440 = 550 – наибольшее значение.**3 этап**. 550 единиц – это наибольшее количество товара, которое можно произвести за неделю на двух данных заводах. Ответ: 550 единиц товара.**9 задача**. Первичная информация разделяется по серверам №1 и №2 и обрабатывается на них. С сервера №1 при объёме *t2* Гбайт входящей в него информации выходит 20*t* Гбайт, а с сервера №2 при объёме *t2* Гбайт входящей в него информации выходит 21*t* Гбайт обработанной информации, 25 < *t* < 55. Каков наибольший общий объём выходящей информации при общем объёме входящей информации в 3364 Гбайт?**Решение.****1этап**. Условие задачи можно представить в виде таблицы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Объем информации | I сервер | II сервер |  |
| входящей | *х*2 | *у*2 | *х*2 + *у*2 =3364 |
| исходящей | 20*х* | 21*у* | 20*х*+21*у*=? |

По условию 25< *х* <55, 25< *у* <55.*С(х; у)* = 20*х* + 21*у* – функция, которую нужно оптимизировать, при условии, что *х*2 + *у*2 = 3364.**2 этап**. Выразим у через *х*: *у* = $\sqrt{3364 –х^{2}}$.*С(x)* = 20*х*+21$\sqrt{3364 –х^{2}}$.Найдем наибольшее значение функции *С(х)* на (25; 55).*С|(x)* =20 +21 $\frac{-2х}{2\sqrt{3364-х^{2}}}$=20 + $\frac{-21х}{\sqrt{3364-х^{2}}}$,*С|(x)* = 0; 20 + $\frac{-21х}{\sqrt{3364-х^{2}}}$ = 0; 400($3364-х^{2}$) =$441х^{2}$; $841х^{2}=400·3364$; *х* = 40 (25< *х* <55).2540**–****+***С|(x)**х**С(x)**т.mахn*55Т.к. *х* = 40 – единственная точка максимума функции С(х) на (25; 55), то в ней данная функция принимает наибольшее значение.*С*(40) = 800 + 21$\sqrt{3364 –1600}$ = 1682 – наибольшее значение.**3 этап**. 1682 Гбайта – это наибольший общий объем выходящей информации.Ответ: 1682 Гбайта.**10 задача**. Зависимость объема *Q* (в шт) купленного у фирмы товара от цены *P* (в руб. за шт) выражается формулой *Q*=15000 – *P*, 1000 ≤ *P* ≤ 15000. Доход от продажи товара составляет *PQ* рублей. Затраты на производство *Q* единиц товара составляют 3000*Q* + 5000000 рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей фирма уменьшила цену продукции на 20%, однако ее прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?**Решение.****1 этап**. Прибыль: *Пр*=*PQ* – (3000*Q* + 5000000) = *P*(15000 – *P*) – (3000(15000 – *P*) + 5000000); *Пр*= – *P*2 + 18000*P* – 50000000.После снижения цены на 20% прибыль стала *Пр1*= –(0,8*P*)2 + 0,8·18000*P* – 50000000.**2 этап**. По условию задачи *Пр = Пр1*. Имеем уравнение: –*P*2 + 18000P – 50000000 = –0,64*P*2 + 14400*P* – 50000000;0,36*P*2 – 3600*P* = 0;*P* = 0 – не подходит или *P* = 10000.10000 рублей – была цена товара, следовательно, новая цена равна 8000 рублей. Исследуем функцию *Пр*= – *P*2 + 18000*P* – 50000000 на максимум при Р>0 и найдем Р, при котором данная функция будет достигать наибольшее значение.*Пр*| = –2P + 18000.*Пр*| = 0; –2*P* + 18000 = 0; *P*=9000.09000**–***Пp|***+***Р**Пр**т.mахn**Р* = 9000 – точка максимума данной функции, а, значит, при цене *Р* = 9000 рублей будет достигаться наибольшая прибыль.*Р* = 8000 рублей – цена товара после снижения цены на 20%.Найдем, сколько процентов составляет цена товара Р = 9000 рублей от цены *Р* = 8000 рублей:8000 – 100%9000 – *х*%8000*х* = 900000*х* = 112,5.112,5% – стала составлять цена товара *Р* = 9000 рублей.**3 этап**. 112,5 – 100 = 12,5 (%) – на это количество процентов надо увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли.Ответ: 12,5%.**11 задача**. Стоимость эксплуатации катера, плывущего со скоростью *V* км/ч, составляет (90 + 0,4*V*2) рублей в час. С какой скоростью должен плыть катер, чтобы стоимость 1км пути была наименьшей?**Решение.****1 этап.** Стоимость эксплуатации находится произведением стоимости эксплуатации в час и времени эксплуатации. Если *t = S/V*, тогда время катера в пути, равном 1 км, определяется как 1/*V*. Функция стоимости эксплуатации катера будет иметь вид:*С(V)* = (90 + 0,4*V*2)·1/*V,* где *V > 0.***2 этап.** Исследуем функцию *С(V)* = (90 + 0,4*V*2)·1/*V* на наименьшее значение на промежутке (0; +∞).015**–****+***C|(V)**V**С(V)**т.min**С*| = –90/*V*2 + 0,4.*С*|= 0; –90/*V*2 + 0,4 = 0; *V* = 15 или *V* = –15 – не подходит.*V* = 15 – единственная точка минимума, а потому в ней функция достигает своего наименьшего значения.**3 этап.** Катер должен плыть со скоростью 15км/ч, чтобы стоимость 1 км пути была наименьшей.Ответ: 15 км/ч. |
| **Список литературы и других источников по теме** | 1. [alexlarin.net](https://alexlarin.net/) – Ларин Александр Александрович. Математика. Репетитор.
2. [fipi.ru](http://yandex.ru/clck/jsredir?bu=5z3n36&from=yandex.ru;search/;web;;&text=&etext=2202.WpI1Fpre4hL0zH5G6Htq5HFqbGxpZnFiZW9teXV0ZWI.5a1c8f5b5fe575f870b2236568e3b029abdfb6fe&uuid=&state=jLT9ScZ_wbo,&&cst=AiuY0DBWFJ5Hyx_fyvalFJCYZnAipb25wiTJaNgp60eaGtJOuJxt7IL2oVbv5VESOFGs07sSsFNYfRgGWMHoFWIo7oE7uds3bwUaX7CLn1gWemnLTgb8-Jpxf2gCAdIDMQECQznTAsyrR8hwV4GhmWmgUWnGoz0WDfJfuUyi2OPCds4ScHQPxoUAyVtIey8ARQAPlzAwyKUXFN5rQ-CoiGnqwWDIFsgnQB-ULoDxWanBUJs7HFcC3WWuWgmPELImiXUIFDqTP0MFhUv4jIFbTSxXrw1i6pkrmBNbK3hmLbeNkUTKGR8i8pY3E_zcxl8CGsbbMm2zc4w8jOKootJ28nmpFTjDua06EQtMOC-wG7b3ormr_62AZ87s80qzN1lzlQxIANYA1_dA1treZmEGnEdBmoZ6gEkxOGjWcBUt_0SA7DIanCLICZ81P-sYqhYck0bN-dDBqawvbawRaMbw4sIe5fVjJnCgNOM95-hjig-8LAtl09TqbNuIGO-IL9eTvHCd_n7m5GBIvJPGxAAY5g,,&data=UlNrNmk5WktYejR0eWJFYk1LdmtxazVKcXJKTHpxci0xUmcxdDRLbWNpMDdFdzVwOUxsa01CTERQUkEtSmF0MjUybGw3WHJpRGtDWVBqaHcyLWxnRHFHNHVmY3Z4VUdJ&sign=729caa4fef66dcfeff282ca2761064df&keyno=0&b64e=2&ref=orjY4mGPRjk5boDnW0uvlrrd71vZw9kpVBUyA8nmgRFSkmcF3yD8E0CH-oI8WbAilAmZyRZlWWk19sDe1iELLF__Ie6qKR6sqdn8IW1a1RDECG3JHcDA5A,,&l10n=ru&rp=1&cts=1583084970632@@events=%5b%7b) – Сайт ФИПИ.
3. [https://ege.sdamgia.ru](https://ege.sdamgia.ru/) – Сайт «Решу ЕГЭ».
4. [httpsHYPERLINK "https://4ege.ru/"://HYPERLINK "https://4ege.ru/"mathHYPERLINK "https://4ege.ru/"100HYPERLINK "https://4ege.ru/".HYPERLINK "https://4ege.ru/"ruHYPERLINK "https://4ege.ru/"/](https://4ege.ru/) – Сайт подготовки к ЕГЭ и ОГЭ.
5. [https://www.youtube.com/watch?v=8VptwlWV9FM-HYPERLINK "https://www.youtube.com/watch?v=8VptwlWV9FM-Школково"Школково](https://www.youtube.com/watch?v=8VptwlWV9FM-Школково) – видеоматериал, раскрывающий план решения задач на оптимизацию.
6. <https://www.youtube.com/watch?v=wG-6gax0SUk> – Школково. 6 задач на оптимизацию.
7. [https://www.youtube.com/watch?v=YsZMiOdMjwwHYPERLINK "https://www.youtube.com/watch?v=YsZMiOdMjww&list=PLMpDvKEV7N-fWtYKIa9L93JDLtyjNSMLf&index=18"&HYPERLINK "https://www.youtube.com/watch?v=YsZMiOdMjww&list=PLMpDvKEV7N-fWtYKIa9L93JDLtyjNSMLf&index=18"list=PLMpDvKEV7N-fWtYKIa9L93JDLtyjNSMLfHYPERLINK "https://www.youtube.com/watch?v=YsZMiOdMjww&list=PLMpDvKEV7N-fWtYKIa9L93JDLtyjNSMLf&index=18"&HYPERLINK "https://www.youtube.com/watch?v=YsZMiOdMjww&list=PLMpDvKEV7N-fWtYKIa9L93JDLtyjNSMLf&index=18"index=18](https://www.youtube.com/watch?v=YsZMiOdMjww&list=PLMpDvKEV7N-fWtYKIa9L93JDLtyjNSMLf&index=18) – Стобальный репетитор. 4 способа оптимизации.
 |
| **Автор-составитель** | Кардакова Юлия Ивановна, учитель математики МБОУ «Сорочелоговская СОШ» Первомайского района, тьютор Мобильной сети учителей математики |