

Функциональная математическая грамотность – критерий качественного образования



Решетникова Н.В., Гончарова М.А.
КАУ ДПО АИРО им. А.М. Топорова
2024 г.

Обновлённые ФГОС ООО

«35.2. В целях обеспечения реализации программы основного общего образования в Организации для участников образовательных отношений должны создаваться условия, обеспечивающие возможность:

- ...
- **формирования функциональной грамотности обучающихся** (способности решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности), включающей овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу дальнейшего успешного образования и ориентации в мире профессий;
- ...»

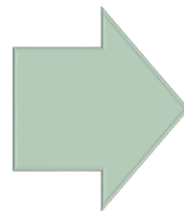
Функциональная грамотность – это не новые знания.

Это – КОМПЕТЕНЦИИ, готовность и способность **ДЕЙСТВОВАТЬ** с опорой на уже полученные знания по **РАЗНЫМ** предметам и жизненный опыт.

Это способность к синтезу, обобщениям, интеграции и переносу знаний.

Знание не есть готовый капитал
или готовое блюдо, **знание всегда
деятельность**, война
человечества за обладание
природой.

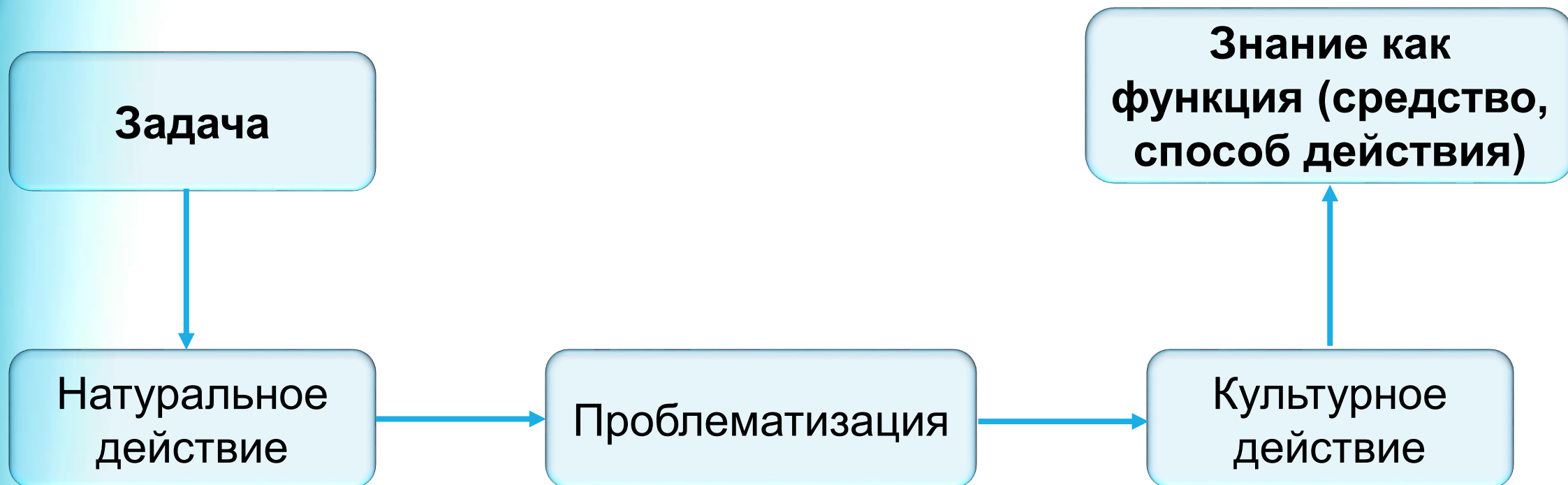
Л.С. Выготский



Забитая голова не рассуждает

Знания на всякий случай или
знания для учителя не нужны в
культуре XIX века, знания должны
функционировать в разных
контекстах

Переход от «знаниевого» к «задачному» подходу –
первый шаг к деятельностному уроку



Локализация
деятельности

- Работа на уроке / элективном / факультативном занятии
- Внеурочная / внеклассная / домашняя работа

Содержание
деятельности

- Выполнение контекстных заданий
- Составление собственных заданий по заданным или новым ситуациям
- Перенос осваиваемых умений на более широкую деятельность / Проектная и исследовательская деятельность учащихся

Оценочная
составляющая
деятельности

- Оценка учителем (очная и дистанционная)
- Взаимооценка
- Самооценка

Функциональная грамотность – результат целенаправленно организованного процесса познавательной деятельности

Методика формирования: «надо» и «не надо»

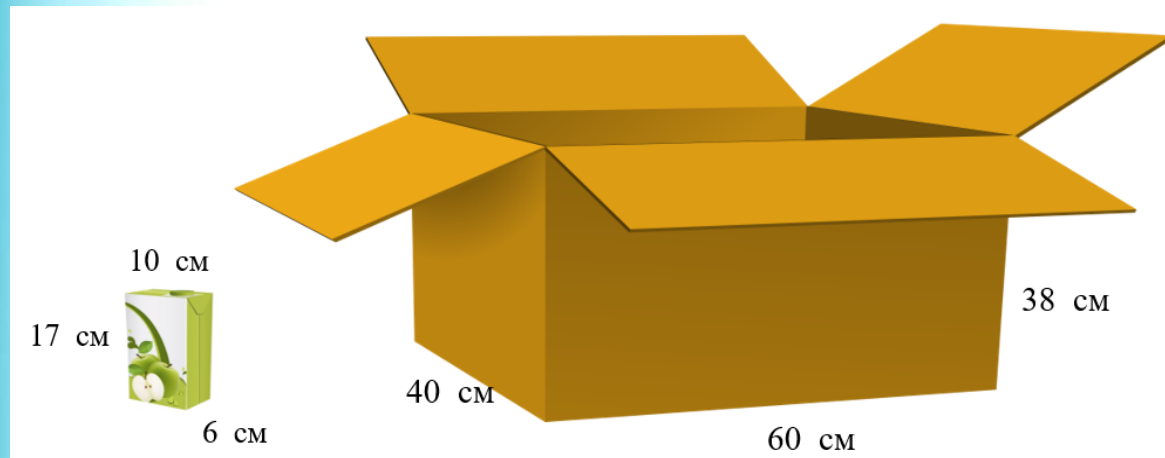
- > Не уводить полностью во внеурочку, потому что математической грамотностью должен овладеть каждый
- > Нельзя ограничиваться «прикладной» математикой, забывая про «чистую»
- > Не надо уходить от программного содержания, надо использовать его потенциал — хорошо бы его научиться применять
- > Надо научиться встраивать задачи нового типа, например, «достроить» текстовую задачу на движение до реальной ситуации, в которой понятно кто, куда и зачем движется с реальными скоростями и временными интервалами
- > Надо использовать возможности межпредметного взаимодействия (интегрированные уроки, совместные мероприятия, комплексные проекты)

Особенности заданий по функциональной грамотности

- Задача, поставленная вне предметной области и решаемая с помощью предметных знаний, например, по математике
- В каждом из заданий описываются жизненная ситуация, как правило, близкая понятная учащемуся
- Контекст заданий близок к проблемным ситуациям, возникающим в повседневной жизни (новизна и неопределенность задачи)
- Ситуация требует осознанного выбора модели поведения
- Вопросы изложены простым, ясным языком и, как правило, немногословны
- Требуют перевода с быденного языка на язык предметной области (математики, физики и др.)
- Используются разные форматы представления информации: рисунки, таблицы, диаграммы, графики и др.

Задание «Упаковывание сока» (6 кл., раздел «Наглядная геометрия. Фигуры в пространстве» при изучении темы «Объем прямоугольного параллелепипеда, куба, формулы объёма»)

Задание. Определите, какое максимальное количество пачек с соком войдет в коробку?



Варианты расположения пачек сока в коробке:

1 случай:



2 случай:



3 случай:



+ простр-во

4 случай:



+ простр-во

Методические приёмы построения системы заданий, направленной на формирование ФГ (Т.Ф. Сергеева)

- Усложнение условий
- Интерпретация понятия
- Гроздь задач
- Раскрытие смысла понятий
- Интеграция математического содержания
- Обогащение социального опыта

Методический прием «Усложнение условий» (элементы комбинаторики)

Задачи

1. Из **10 туристов** нужно выбрать **трёх дежурных**. Сколькими способами это можно сделать?

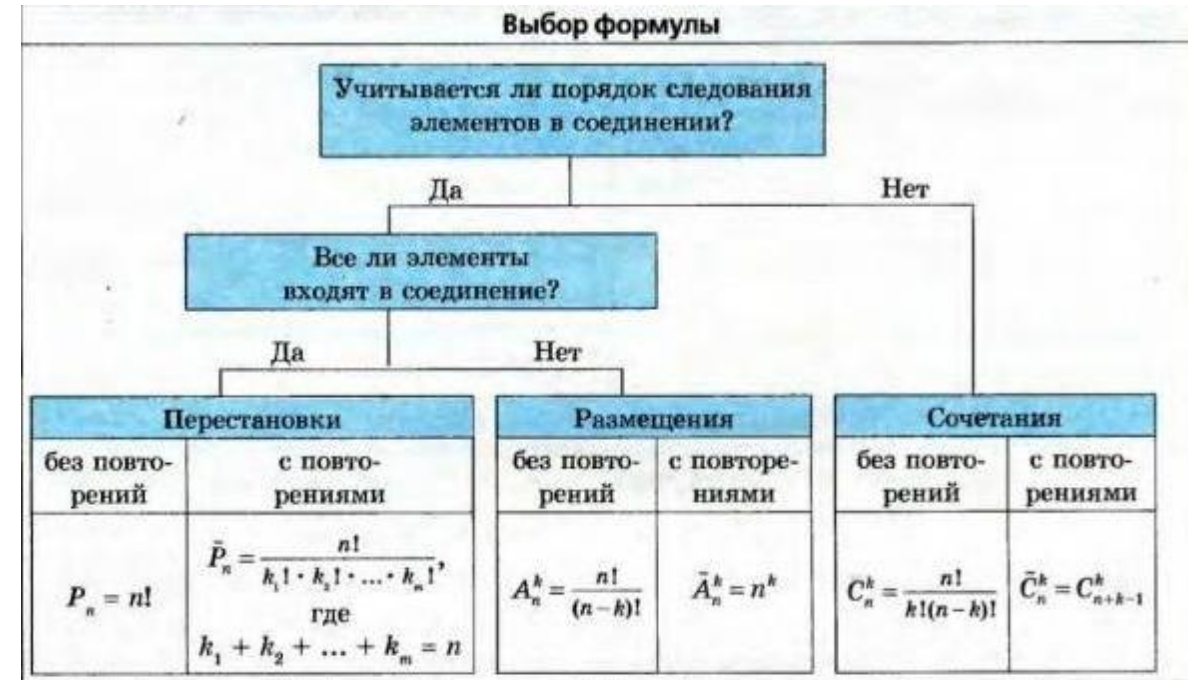
$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = 120$$

2. Из 10 туристов, **среди которых 6 юношей и 4 девушки**, нужно выбрать трёх дежурных. Сколькими способами это можно сделать?

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = 120$$

3. Из 10 туристов, **среди которых 6 юношей и 4 девушки**, нужно выбрать четырёх дежурных: 2-х юношей и 2-х девушек. Сколькими способами это можно сделать?

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{5 \cdot 6}{1 \cdot 2} \cdot \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 90$$



4. Из 10 туристов, **среди которых 6 юношей и 4 девушки**, нужно выбрать дежурных: 2-х юношей или 2-х девушек. Сколькими способами это можно сделать?

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad C_6^2 + C_4^2 = \frac{5 \cdot 6}{1 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 21$$

Методический прием «Гроздь задач» (теория вероятностей)

Олег, Игорь и Михаил решили выяснить, какой цвет волос и какой цвет глаз у учащихся его школы встречается чаще, а какой реже. После одного из общешкольных мероприятий, которое проводилось в актовом зале школы, они записывали цвет волос и цвет глаз каждого выходящего и заносили результаты в таблицы

Цвет волос	Брюнет ы	Шатен ы	Рыжи е	Блондин ы	Всего
Число людей	181	357	78	184	800

Цвет глаз	Карие	Голубы е	Серые	Зелен ые
Число людей	369	217	118	96

Задачи:

Оцените вероятность того

а) что выбранный наугад обучающийся будет шатеном (не шатеном)

$$P(A) = \frac{357}{800} \quad (P(\bar{A}) = 1 - \frac{357}{800} = \frac{643}{800})$$

б) что выбранный наугад обучающийся будет шатеном или рыжим

$$P(A) = \frac{357}{800} + \frac{78}{800} = \frac{435}{800} \approx 0,54$$

в) что выбранный наугад обучающийся будет шатеном с голубыми глазами

$$P(A) = \frac{357}{800} \cdot \frac{217}{800}$$

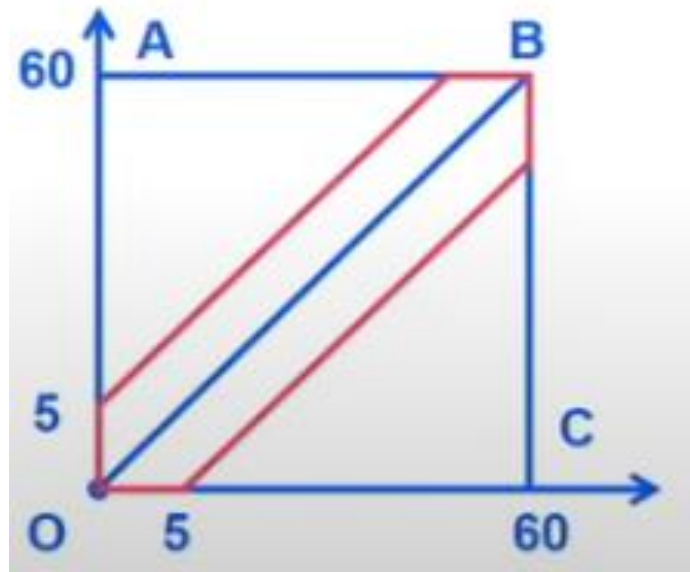
г) выбрать обучающихся из разных категорий (используем формулы комбинаторики), например, для фотографии на рекламный стенд школы необходимо выбрать 20 шатенов и 15 блондинов

$$C_{357}^{20} \cdot C_{184}^{15}$$


Интеграция математического содержания (математическая грамотность)

$$P(A) = \frac{\text{мера } A}{\text{мера } U}$$

Задача . Какова вероятность Вашей встречи с другом, если вы договорились встретиться в определенном месте с **12:00** до **13:00** часов и ждете друг друга в течение **5 минут**?

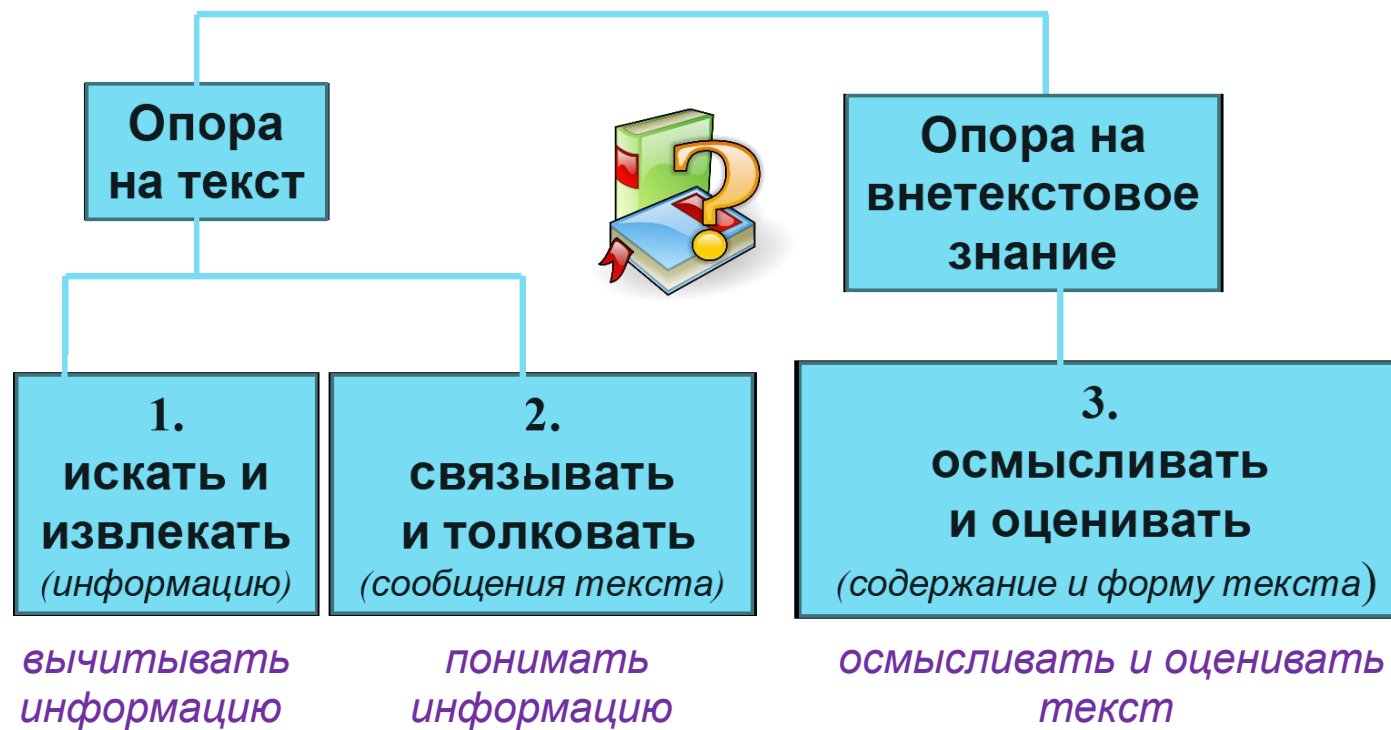


$$S_{\text{ф}} = S_{\text{КВ}} - (55 \cdot 55 / 2) = 3600 - 3025 = 575$$
$$P = \frac{575}{3600} \approx 0,16$$



**Формирование математической
грамотности посредством развития
читательской грамотности**

Читательские умения



Образованный человек – это тот, кто умеет передавать и получать информацию через текст (Е.В. Чудинова)

*Г.А.Цукерман
Е.В. Чудинова*

Искать и извлекать (вычитывать)



Кто...?	Определить,	описать,
Что...?	обозначить,	
Где...?	перечислить,	назвать,
Когда...?	составить	(список),
Сколько...?	выделить,	рассказать,
В какой строке?	показать,	сосчитать
В каком абзаце?		

Связывать и толковать (понимать / интегрировать и интерпретировать)

Какова главная идея...?	Объяснить, определить
Какой пример соответствует...?	(признаки), изменить,
Что это означает...?	вычислить,
Как можно перефразировать...?	сформулировать (по-
Как можно объединить...?	другому), привести свои
Как включить в...?	примеры, переписать
Какой вывод можно сделать из...?	другими словами, связать,
На что похоже...?	сравнить, отобразить
Чем похожи...и...чем отличаются...?	
Почему, как, что делает?	

Осмыслить и оценить

Что будет, если...? Что дальше?
Как применить для решения
проблемы...? Что мог бы сказать
автор текста о...? Как изменился
бы текст, если бы его автор
решал другую (какую именно)
задачу?
Как можно оценить с позиции...?
В чем сильные и слабые
стороны...?
Что нового для меня есть в
тексте?
Каким образом связано с ранее
изученным?

Вписать в контекст,
преобразовать,
использовать для,
продолжить мысль автора
применительно к...,
спрогнозировать, соотнести
форму выражения мысли и
мысль, придумать (дизайн),
разработать (проект, схему,
модель), сочинить,
изобрести на основе,
сравнить два текста и логику
их авторов

Ключевые направления формирования умений работы с текстом

5 – 6 классы

- выделение главного в тексте;
- составление примеров, аналогичных приведенным в тексте;
- умение найти в тексте ответ на поставленный вопрос;
- грамотно пересказать прочитанный текст.

7 – 8 классы

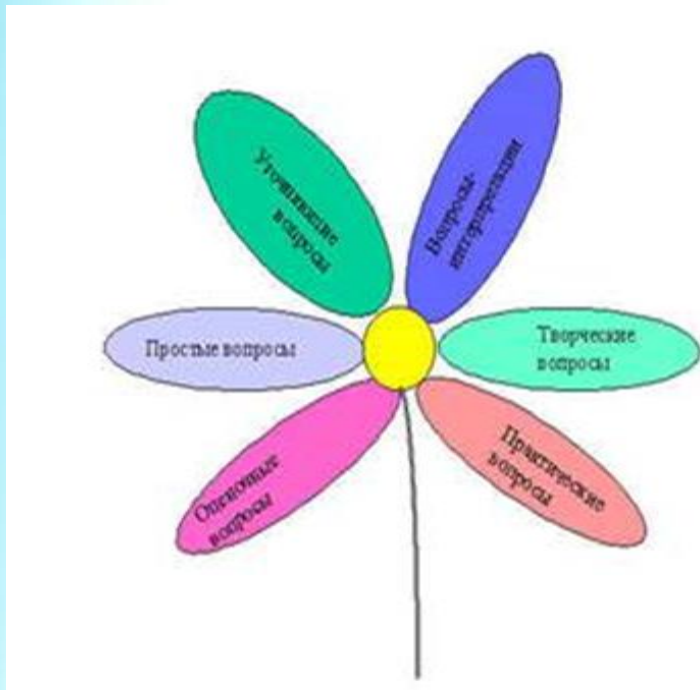
- умение составить план прочитанного;
- воспроизводить текст по предложенному плану;
- умение пользоваться образцами решения задач;
- запоминание определений, формул, теорем.

9 – 11 классы

- работа с иллюстрациями (рисунками, чертежами, диаграммами);
- использование новой теории в различных учебных и жизненных ситуациях;
- подтверждение научных фактов;
- конспектирование новой темы.

Приём работы с текстом

Прием «Ромашка Блума»



простые: Кто? Что делал? Где, когда, при каких обстоятельствах это происходило?

уточняющие: Если я правильно понял, то...?

объясняющие: Почему? Зачем? Что из этого получилось?

практические: Где вы в обычной жизни могли бы наблюдать?

оценочные: Почему это хорошо, а то плохо? Правильно ли поступил..?

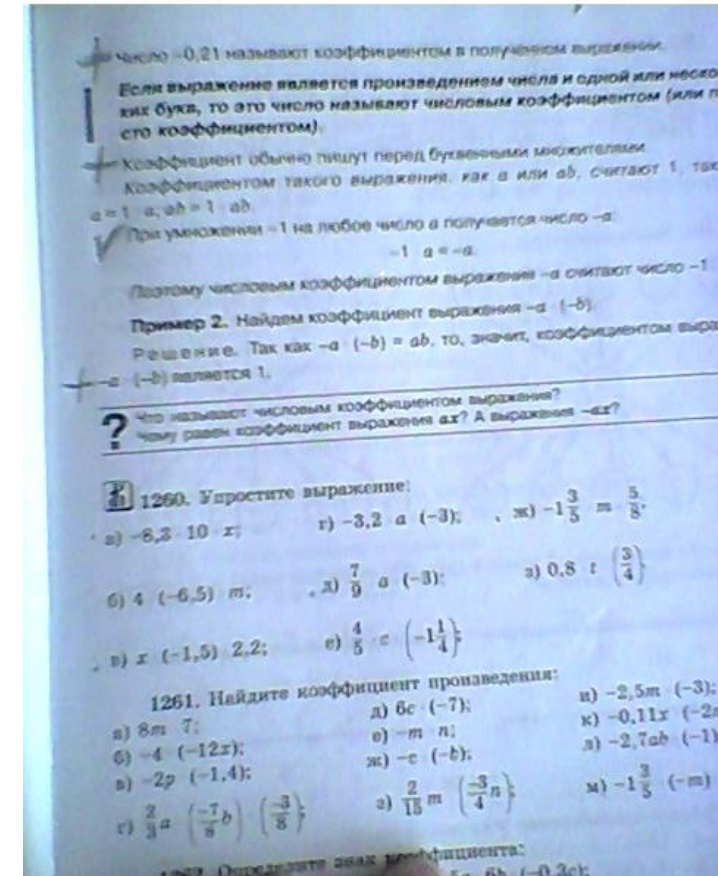
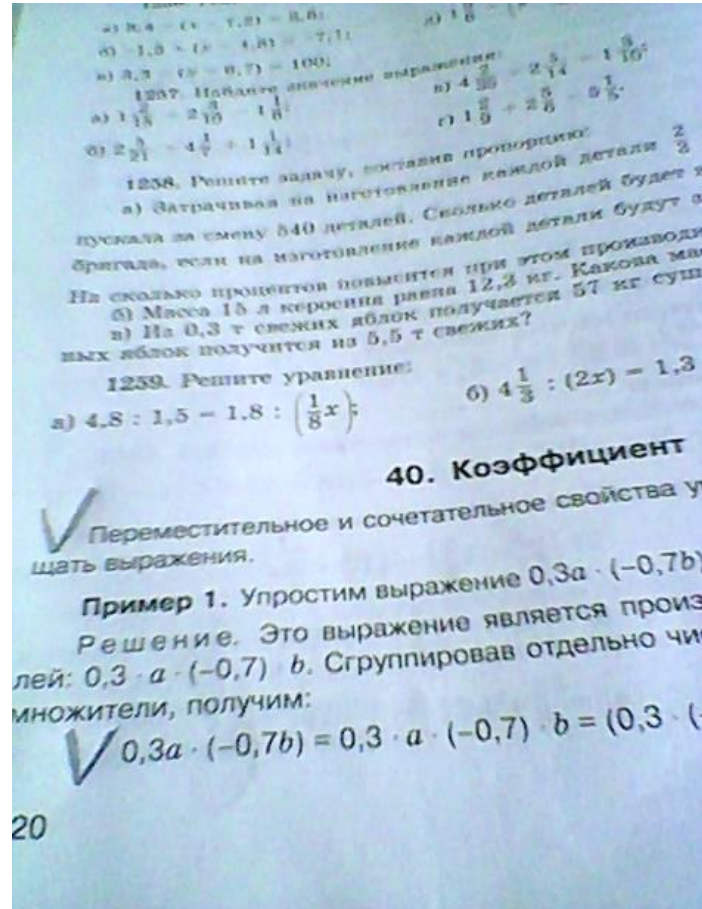
творческие: Что бы изменилось в..., если бы...? Как вы думаете, как будет ...

Приём работы с текстом

Прием «Инсерт»

Читая, ученик делает пометки в тексте:

- V уже знал;
- + новое;
- думал иначе;
- ? не понял, есть вопросы.



Приём работы с текстом

Прием «синквейн»

- Существительное (тема).
- Два прилагательных (описание).
- Три глагола (действие).
- Фраза из четырех слов (описание).
- Существительное (перефразировка темы).

Примеры синквейнов по математике

- **Окружность**

Замкнутая линия

Чертим, кружим,
зарисовываем

Все точки равноудалены от
центра

Фигура.

- **Хорда**

Прямая, ровная

Чертим, строим, измеряем

Соединяем две точки
окружности

Отрезок

Типы заданий, позволяющих развивать и проверять читательские умения

- Задания на соотнесение
- Задания на дополнение информации
- Задания на перевод информации
- Задания на перенос информации
- Задания на восстановление деформированного текста
- Задания на выделение главной и избыточной информации
- Задания на работу с «несплошными» текстами

Математическая грамотность во внеурочной деятельности



Требования современного образования (ФГОС)

Начальная школа

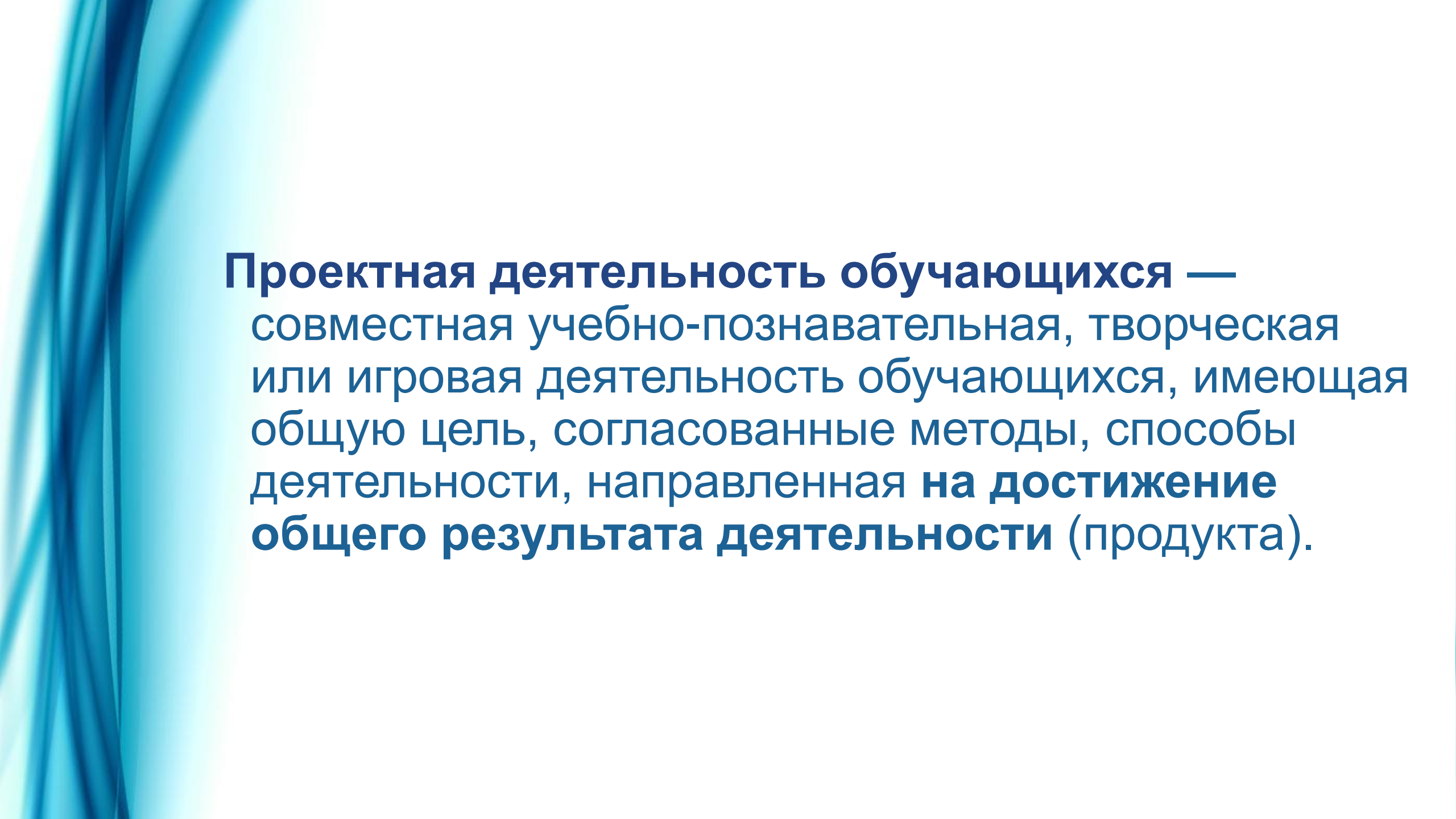
«В процессе ... освоения основной образовательной программы начального общего образования **должны использоваться** разнообразные методы и формы, взаимно дополняющие друг друга (стандартизированные письменные и устные работы, **проекты**, практические работы, творческие работы, самоанализ и самооценка, наблюдения и др.)» (ФГОС НОО, п. 19.9)

Основная школа

«Программа формирования универсальных учебных действий у обучающихся должна обеспечивать: <... > **формирование навыка участия в различных формах организации учебно-исследовательской и проектной деятельности**, в том числе творческих конкурсах, олимпиадах, научных обществах, научно-практических конференциях, олимпиадах; (ФГОС ООО, п. 32.2)

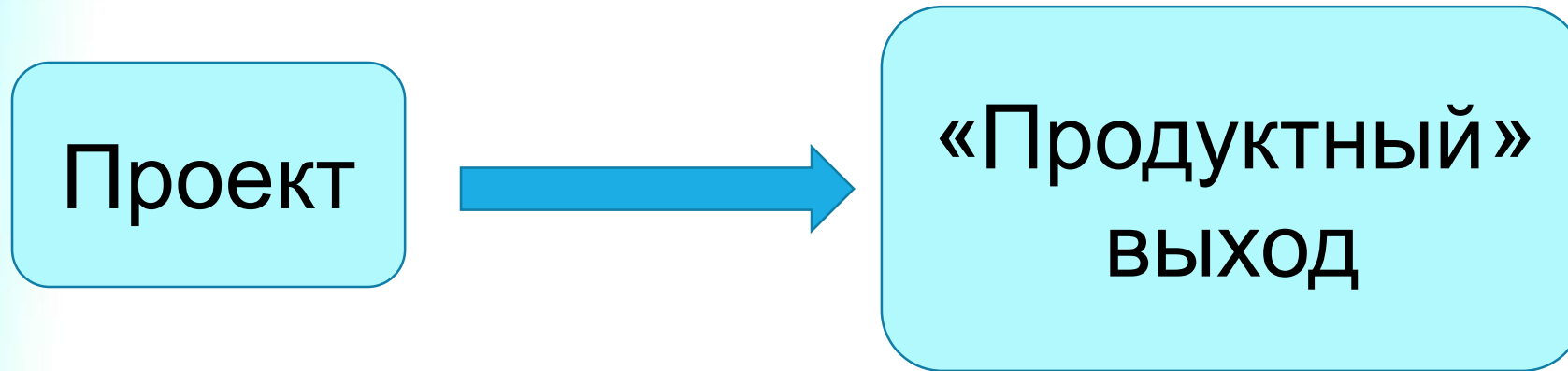
Старшая школа

«Программа развития универсальных учебных действий при получении среднего общего образования должна обеспечивать <... > **создание условий для интеграции урочных и внеурочных форм учебно-исследовательской и проектной деятельности обучающихся**, а также их самостоятельной работы по подготовке и защите индивидуальных проектов; **формирование навыков участия в различных формах организации учебно-исследовательской и проектной деятельности** (творческие конкурсы, научные общества, научно-практические конференции, олимпиады, национальные образовательные программы и другие формы), возможность получения практико-ориентированного результата; (ФГОС СОО, п. 18.2.1)



Проектная деятельность обучающихся —
совместная учебно-познавательная, творческая
или игровая деятельность обучающихся, имеющая
общую цель, согласованные методы, способы
деятельности, направленная **на достижение**
общего результата деятельности (продукта).

Учебные проекты



Например:

- **план-проект** школьной площадки
- **смета расходов**, целесообразных для организации и проведения праздника,
- **рекомендации по оптимизации** некоторого объекта
- и т. п.

Пример реализации

I

Процесс организации проектной деятельности в рамках учебного предмета «Математика»: опыт МБОУ «Лицей №124» г. Барнаула, Л.А. Баянкина, учитель математики

Проект «Проценты и банковские расчеты»
Скрипкина В., Иванова А., учащиеся 9 кл. МБОУ «Лицей №124»

Анализ интернет-ресурсов (анализ финансовых задач): сайт ФИПИ, «Решу ОГЭ», «Решу ЕГЭ»

Анализ финансовых задач в учебнике по математике 9 кл.

Составление кейсов и задач

Оформление итогового продукта: сборник кейсов-задач

Организация работы в классе по решению финансовых задач

Анкетирование одноклассников, анализ результатов

Пример разработанного учениками кейса

Кейс «Выбор вклада»

Близнецы Саша и Паша все лето после 8 класса проработали на туристической базе «Катунь», ухаживая за лошадьми и осуществляя конные прогулки приезжих туристов. Мальчишки трудились усердно, почти без выходных, и папин друг дядя Сережа в конце августа заплатил им за работу по 30 000 рублей каждому. Ребята были очень довольны своим заработком и решили положить все заработанные средства в банк на три года, чтобы воспользоваться накоплениями после 11 класса.

Саша выбрал срочный вклад с неснижаемым остатком (50% от суммы вклада) под 10% годовых. Паша тоже решил сделать вклад под 10% годовых, но с возможностью досрочного востребования части или всей суммы средств на счету, при условии снижения годовой процентной ставки на 2%, после каждого снятия денежных средств.

Однако через год во время сильной грозы ноутбуки мальчиков пострадали от электрического замыкания и Саша, и Паша вынуждены были снять со своих счетов соответственно 10% и 20% имеющихся денег, чтобы починить компьютеры.

Еще через год для оплаты подготовительных курсов к ЕГЭ каждому из них понадобилось соответственно 20 000 рублей и 15 000 рублей.

Вопросы.

- 1) У кого из братьев к концу третьего года на счету окажется большая сумма денег и на сколько рублей?
- 2) Предложи математическую модель одного из вариантов развития ситуации, в которой оказался Саша накануне оплаты подготовительных курсов.
- 3) Опираясь на знания финансовой грамотности, дай советы Саше и Паше о том, какой наиболее выгодный вклад в банк нужно было сделать с целью накопления.

Проценты и банковские расчеты

(сборник кейсов-задач)



Барнаул 2019

Проведение образовательных событий по ФГ



Очные, дистанционные события.

Пример задания из образовательного события для учащихся 9 класса

Задача 2. «Маршрут» [20].

Железнодорожная сеть России — одна из крупнейших в мире, её протяжённость более 86 тыс. км. По грузообороту на железнодорожном транспорте Россия занимает 1-е место в мире, а ежегодный пассажиропоток составляет более 1 млрд. человек. Ниже на рисунке 6 представлен график скорости поезда на участке дороги от пункта К до пункта N.

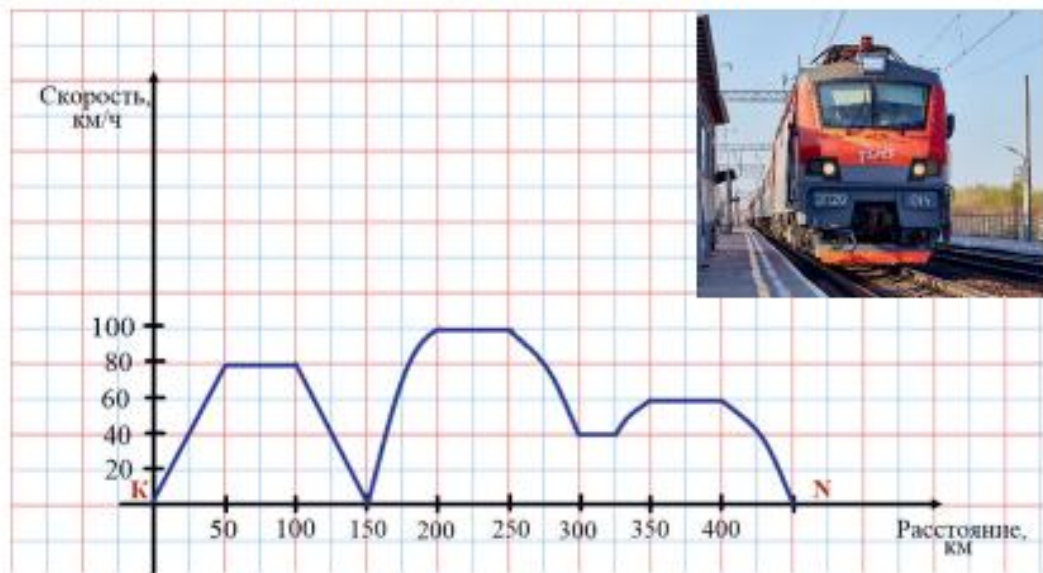


Рис. 6

Задание 2.1.

Используя рисунок 6, определите, на каком километре пути у поезда была первая остановка.

Ответ: 150 км.

Задание 2.2.

Найдите среднюю скорость поезда на всём участке пути от К до N, если известно время, за которое он прошёл каждый участок пути (см. таблицу).

Участок пути	Затраченное время
Мост	45 мин
Низменность 1	2 ч 30 мин
Низменность 2	2 ч 10 мин
Гористая местность	2 ч 5 мин



**ИСТОРИЧЕСКИЕ
ПУТЕШЕСТВИЯ
МАТЕМАТИКА
ПО АЛТАЙСКОМУ КРАЮ**



СЕРИЯ ТЕРМА
ОБЛАСТЬ **БАРНАУЛ**
ОБЛАСТЬ **Змеев**
ОБЛАСТЬ **ЕЙСКО** Алтайский край
ОБЛАСТЬ **БЕЛОКУРИХА**
Чуйский тракт
РАЙОНОВ

7-9
КЛАССЫ

Пособия



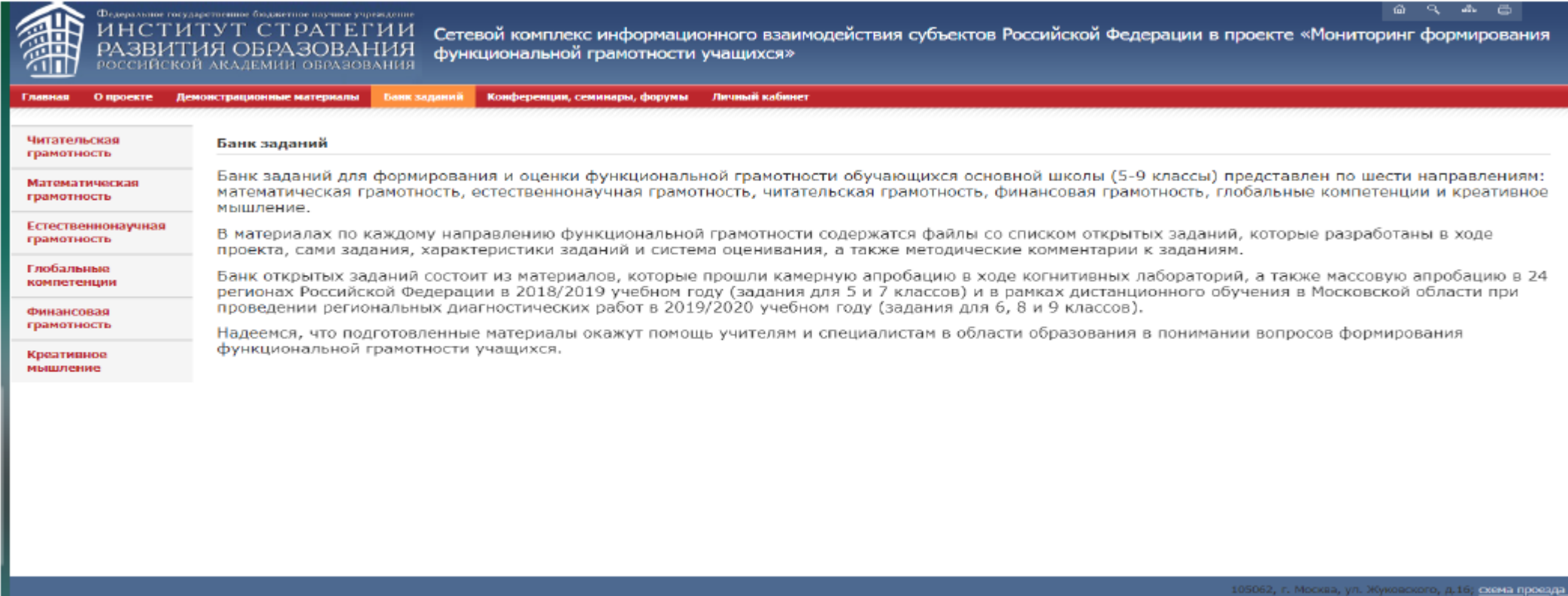
<https://clck.ru/33G3HX>



<https://clck.ru/34sx9g>

Банк заданий по функциональной грамотности

<http://skiv.instrao.ru/bank-zadaniy/> - ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ РАО /
МОНИТОРИНГ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ / БАНК ЗАДАНИЙ



The screenshot shows the website interface for the 'Bank of assignments for functional literacy'. The header includes the logo of the Institute for Strategy and Development of Education of the Russian Academy of Education and the text: 'Федеральное государственное бюджетное научное учреждение ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ' and 'Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»'. The main navigation bar contains links: Главная, О проекте, Демонстрационные материалы, Банк заданий (highlighted), Конференции, семинары, форумы, and Личный кабинет. The left sidebar lists categories: Читательская грамотность, Математическая грамотность, Естественнонаучная грамотность, Глобальные компетенции, Финансовая грамотность, and Креативное мышление. The main content area is titled 'Банк заданий' and contains the following text:

Банк заданий

Банк заданий для формирования и оценки функциональной грамотности обучающихся основной школы (5-9 классы) представлен по шести направлениям: математическая грамотность, естественнонаучная грамотность, читательская грамотность, финансовая грамотность, глобальные компетенции и креативное мышление.

В материалах по каждому направлению функциональной грамотности содержатся файлы со списком открытых заданий, которые разработаны в ходе проекта, сами задания, характеристики заданий и система оценивания, а также методические комментарии к заданиям.

Банк открытых заданий состоит из материалов, которые прошли камерную апробацию в ходе когнитивных лабораторий, а также массовую апробацию в 24 регионах Российской Федерации в 2018/2019 учебном году (задания для 5 и 7 классов) и в рамках дистанционного обучения в Московской области при проведении региональных диагностических работ в 2019/2020 учебном году (задания для 6, 8 и 9 классов).

Надеемся, что подготовленные материалы окажут помощь учителям и специалистам в области образования в понимании вопросов формирования функциональной грамотности учащихся.

105062, г. Москва, ул. Жуковского, д.16; [схема проезда](#)

Источники информации

- 1) Задачи №№1-5 ОГЭ по математике – <https://clck.ru/UciH3>
- 2) Сборник заданий, направленных на выявление уровня читательской грамотности, предложенных обучающимся / студентам (15-летним подросткам) при проведении международного сравнительного исследования PISA. URL: <https://clck.ru/39MvoF>
- 3) Сборник заданий, направленных на выявление уровня математической грамотности, предложенных обучающимся / студентам (15-летним подросткам) при проведении международного сравнительного исследования PISA. URL: https://rikc.by/ru/PISA/2-ex_pisa.pdf
- 4) PISA: математическая грамотность. – Минск: РИКЗ, 2020. – 252 с. URL: https://rikc.by/ru/PISA/2-ex__pisa.pdf?ysclid=lt43i32zp794735941
- 5) Функциональная грамотность. Математика на каждый день. Тренажёр. 6-8 классы. Т.Ф. Сергеева. - М.: Просвещение, 2020. URL: <https://clck.ru/aivPx>
- 6) Примеры заданий по чтению, математике и естествознанию. Международная программа PISA. URL: <https://krippa.ru/files/PISA/task.pdf>
- 7) На пути решения стратегических задач // Вестник образования Российской Федерации / Г.С. Ковалева. – 2019. – №14.
- 8) Что необходимо знать каждому учителю о функциональной грамотности // Вестник образования Российской Федерации / Г.С. Ковалева. – 2019. - №16.
- 9) Исторические путешествия математика по Алтайскому краю. – М.: Просвещение, 2020.
- 10) Демонстрационные материалы для оценки функциональной грамотности учащихся 5 и 7 классов по шести составляющим функциональной грамотности: <http://skiv.instrao.ru/support/demonstratsionnye-materialya/index.php>
- 11) Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 1. Учеб. пособие. В 2-х ч. Ч. 2 / [Г. С. Ковалёва и др.] ; под ред. Г. С. Ковалёвой, Л.О. Рословой. — М. ; СПб. : Просвещение, 2020. (Функциональная грамотность. Учимся для жизни)