МИНИСТЕРСТВО
ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
АЛТАЙСКОГО КРАЯ

АЛТАЙСКИЙ
ИНСТИТУТ
РАЗВИТИЯ
ОБРАЗОВАНИЯ
имени А.М. Топорова

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА В ЖИЗНИ: СБОРНИК ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

МИНИСТЕРСТВО
ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
АЛТАЙСКОГО КРАЯ

АЛТАЙСКИЙ
ИНСТИТУТ
РАЗВИТИЯ
ОБРАЗОВАНИЯ
имени А.М. Топорова

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА В ЖИЗНИ: СБОРНИК ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Барнаул, 2025 г.

УДК 372.851
ББК 74.262.21
В35

Министерство образования и науки Алтайского края
КАУ ДПО «Алтайский институт развития образования
имени Адриана Митрофановича Топорова»
Кафедра математического образования, информатики и ИКТ

Вероятность и статистика в жизни: сборник практико-ориентированных задач для развития функциональной грамотности учащихся / К.Е. Furtherолзин ; под ред. М.А. Гончаровой. – Барнаул: КАУ ДПО «АИРО имени А.М. Топорова», 2025. – 37 с.

Данный сборник задач предназначен для учителей математики. Он содержит подборку задач по темам «Вероятность и статистика», ориентированных на развитие функциональной грамотности обучающихся. Задачи имеют практическую направленность, отражают реальные жизненные ситуации, включают межпредметные связи (информатика, экономика) и призваны повысить мотивацию к изучению математики. Сборник включает авторские задачи, адаптированные примеры из реальной практики и переформулированные задачи из ЕГЭ. Методические рекомендации помогут педагогам эффективно использовать сборник в урочной и внеурочной деятельности, а также при организации проектной работы.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность развития функциональной грамотности обучающихся на современном этапе образования неоспорима. В рамках этого процесса особое значение приобретает изучение такого учебного курса по математике как «Вероятность и статистика». Он не только составляет важную часть школьной программы, но и является ключевым инструментом для анализа информации, прогнозирования и принятия обоснованных решений в условиях неопределенности.

Государственные приоритеты в области математического и естественно-научного образования подчеркивают необходимость повышения мотивации школьников. Именно практико-ориентированные задачи, демонстрирующие прямую связь изучаемого материала с реальной жизнью, способны пробудить устойчивый интерес к предмету.

Данный сборник призван стать таким инструментом, предлагая задачи, которые не только научат применять формулы, но и думать, анализировать, действовать в различных жизненных ситуациях.

Цель: Формирование функциональной грамотности обучающихся через решение комплекса практико-ориентированных вероятностных и статистических задач, приближенных к реальным жизненным ситуациям, а также интегрированных с межпредметными связями (информатика, экономика).

Раздел 1. Статистика и анализ данных (интеграция с информатикой)

Цель раздела: Формирование навыков анализа и интерпретации статистических данных, использования инструментов обработки информации.

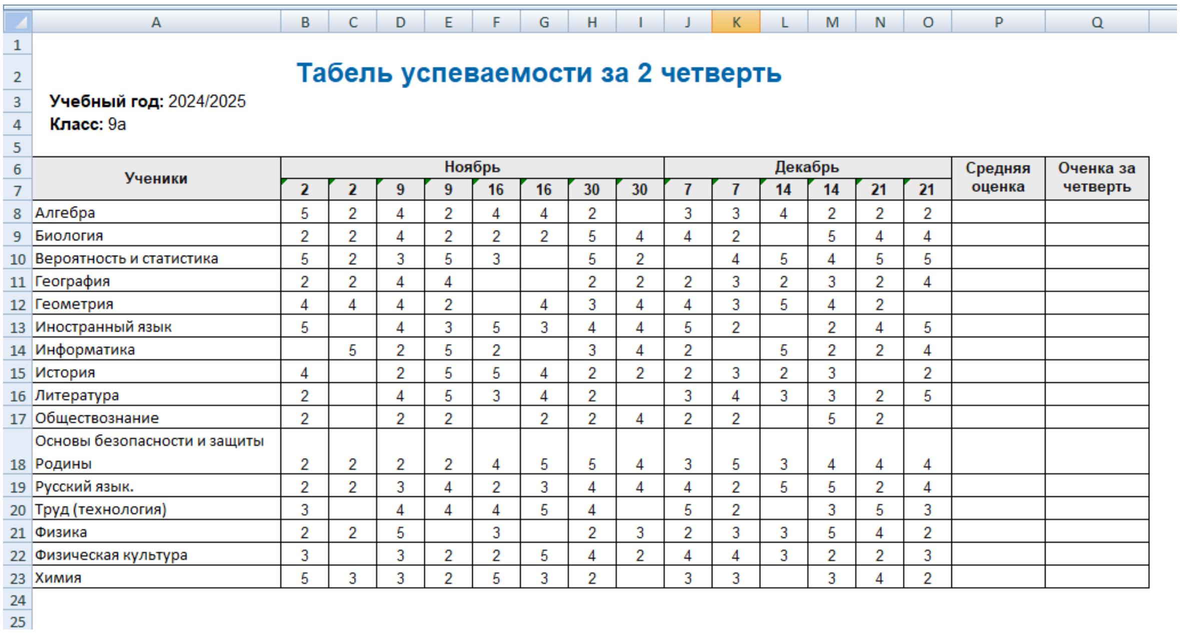
Замечание: Для эффективного решения задач данного раздела рекомендуется интеграция уроков вероятности и статистики с уроками информатики. При выполнении практических заданий следует использовать возможности электронных таблиц (например, Microsoft Excel или LibreOffice Calc).

Задачи

Задача №1

Конец 2 четверти, АИС «Сетевой регион» стал некорректно работать.

Ученица 9а класса (уж больно активная!) решила посмотреть свои предварительные оценки за четверть, но столкнулась с проблемой – столбец «Средняя оценка» оказался пуст (рис. 1).



Табель успеваемости за 2 четверть

Учебный год: 2024/2025

Класс: 9а

Ученики	Ноябрь								Декабрь						Средняя оценка	Оценка за четверть
	2	2	9	9	16	16	30	30	7	7	14	14	21	21		
Алгебра	5	2	4	2	4	4	2		3	3	4	2	2	2		
Биология	2	2	4	2	2	2	5	4	4	2		5	4	4		
Вероятность и статистика	5	2	3	5	3		5	2		4	5	4	5	5		
География	2	2	4	4			2	2	2	3	2	3	2	4		
Геометрия	4	4	4	2		4	3	4	4	3	5	4	2			
Иностранный язык	5		4	3	5	3	4	4	5	2		2	4	5		
Информатика		5	2	5	2		3	4	2		5	2	2	4		
История	4		2	5	5	4	2	2	2	3	2	3		2		
Литература	2		4	5	3	4	2		3	4	3	3	2	5		
Обществознание	2		2	2		2	2	4	2	2		5	2			
Основы безопасности и защиты Родины	2	2	2	2	4	5	5	4	3	5	3	4	4	4		
Русский язык.	2	2	3	4	2	3	4	4	4	2	5	5	2	4		
Труд (технология)	3		4	4	4	5	4		5	2		3	5	3		
Физика	2	2	5		3		2	3	2	3	3	5	4	2		
Физическая культура	3		3	2	2	5	4	2	4	4	3	2	2	3		
Химия	5	3	3	2	5	3	2		3	3		3	4	2		

Рис. 1

В связи с этим ей необходимо подсчитать средний балл по каждому предмету.

Решение:

Для того, чтобы рассчитать средний балл в Excel или LibreOffice Calc, необходимо воспользоваться функцией СРЗНАЧ. Эта функция автоматически суммирует все числа в выделенном диапазоне и делит их на количество этих чисел, при этом пустые ячейки она игнорирует.

В ячейку P8 нам необходимо вставить формулу «=СРЗНАЧ(B8:O8)» и нажать кнопку Enter.

Далее необходимо скопировать формулу для остальных предметов. Для этого выполняются следующие действия:

1. Наведите курсор на правый нижний угол ячейки P8 (появится маленький черный «крестик» — маркер автозаполнения).

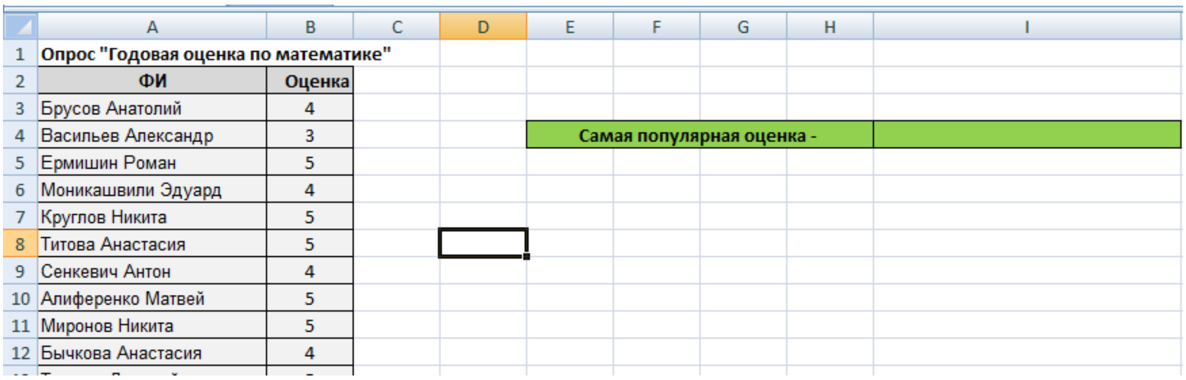
2. Зажмите левую кнопку мыши и протяните этот крестик вниз до строки 23 (до «Химии»).

3. Программа автоматически подставит нужные диапазоны для каждого предмета (например, для Биологии это будет =СРЗНАЧ(B9:O9) и так далее).

Задача №2

Для написания практической части индивидуального проекта учащийся 10 класса провел социологическое исследование, в рамках которого ему было необходимо узнать самую «популярную» годовую оценку по математике среди 5-6 классов за прошлый учебный год.

Для этого он запустил Яндекс-форму, по результатам которой были получены результаты, представленные в таблице (рис. 2).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Опрос "Годовая оценка по математике"**								
2	**ФИ**	**Оценка**							
3	Брусов Анатолий	4							
4	Васильев Александр	3			**Самая популярная оценка -**				
5	Ермишин Роман	5							
6	Моникашвили Эдуард	4							
7	Круглов Никита	5							
8	Титова Анастасия	5							
9	Сенкевич Антон	4							
10	Алиференко Матвей	5							
11	Миронов Никита	5							
12	Бычкова Анастасия	4							

Рис. 2

Помогите ученику выяснить самую «популярную» оценку.

Решение:

Для того чтобы определить самую «популярную» оценку, то есть ту, которая встречается чаще всего (моду), в Excel или LibreOffice Calc удобно воспользоваться функцией МОДА, которая анализирует указанный диапазон данных и возвращает значение, которое встречается в нем наиболее часто.

В ячейку I4 нам необходимо ввести формулу «=МОДА(B3:B268)» и нажать Enter.

Задача №3

На школьной спартакиаде среди 9-11 классов были проведены квалификационные забеги на 100 метров, по результатам которых в финал должны выйти ровно половина от числа всех участников.

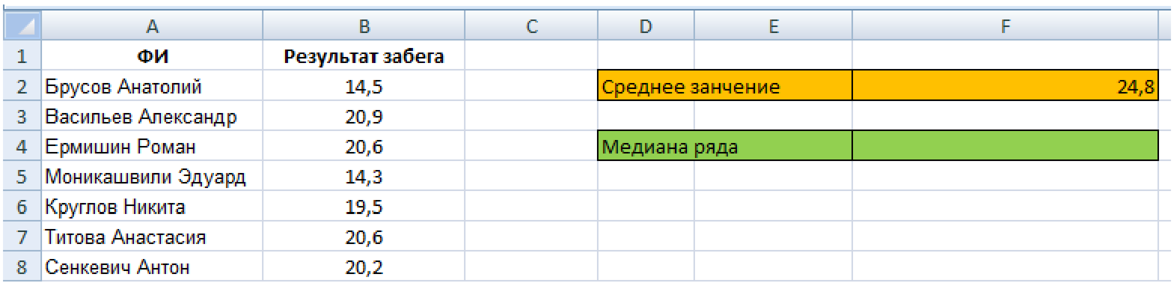
Так как участников было очень много, учитель физической культуры обратился к учителю информатики за помощью в обработке результатов.

Учитель внес все результаты в электронную таблицу и нашел среднее значение показателей забега – 24,8 с.

Однако учителю физической культуры результат показался странным (24,8 – это выше стандартного времени).

Тогда учитель информатики решил исправить ситуацию поиском медианы данного ряда.

Перед вами результаты всех спортсменов (рис. 3). Какой результат позволяет пройти в финал?



	A	B	C	D	E	F
1	**ФИ**	**Результат забега**				
2	Брусов Анатолий	14,5		Среднее занчение		24,8
3	Васильев Александр	20,9				
4	Ермишин Роман	20,6		Медиана ряда		
5	Моникашвили Эдуард	14,3				
6	Круглов Никита	19,5				
7	Титова Анастасия	20,6				
8	Сенкевич Антон	20,2				

Рис. 3

Решение:

Для решения данной задачи надо использовать показатель медианы. В Excel и LibreOffice Calc для этого существует функция МЕДИАНА. Эта функция находит значение, которое находится ровно посередине отсортированного набора данных.

Чтобы найти медиану необходимо ввести формулу «=МЕДИАНА(B2:B50)» в ячейку F4.

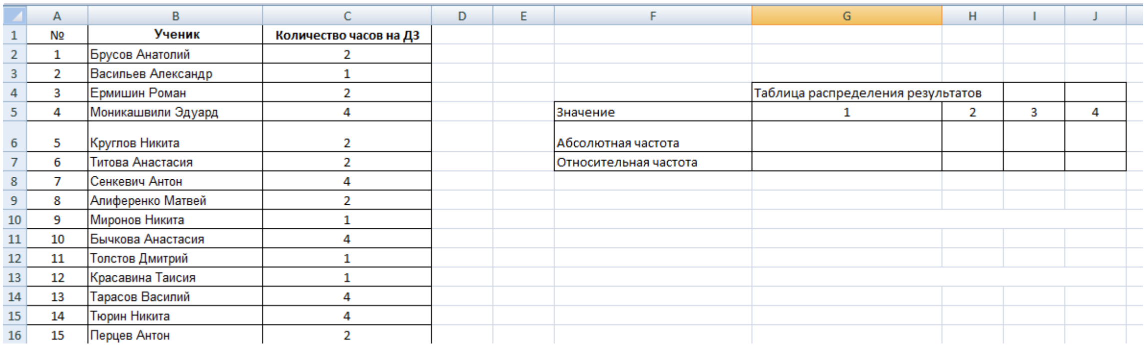
Примечание: Важно обратить внимание на следующий факт: медиана позволила получить объективный результат, в то время как среднее арифметическое оказалось искаженным из-за наличия «выбросов» (аномальных значений). Этот кейс наглядно демонстрирует важность правильного выбора статистического показателя в зависимости от характера данных. Необходимо внимательно проанализировать представленный ряд результатов, для чего надо найти значение, которое резко выделяется на общем фоне и спровоцировало погрешность в расчетах.

Задача №4

Ученица 9 класса решила принять участие в краевой научно-практической конференции «Константа».

Для своего проекта ей необходимо выяснить сколько в среднем учащиеся ее школы тратят времени на выполнение домашнего задания.

По результатам анкетирования в котором приняло участие 250 учащихся, были получены данные, представленные в таблице (рис. 4).



№	Ученик	Количество часов на ДЗ
1	Брусов Анатолий	2
2	Васильев Александр	1
3	Ермишин Роман	2
4	Моникашвили Эдуард	4
5	Круглов Никита	2
6	Титова Анастасия	2
7	Сенкевич Антон	4
8	Алиференко Матвей	2
9	Миронов Никита	1
10	Бычкова Анастасия	4
11	Толстов Дмитрий	1
12	Красавина Таисия	1
13	Тарасов Василий	4
14	Тюрин Никита	4
15	Перцев Антон	2

	Таблица распределения результатов			
Значение	1	2	3	4
Абсолютная частота				
Относительная частота				

Рис. 4

Для того, чтобы сделать выводы по своему проекту ей необходимо посчитать, сколько человек тратят 1, 2, 3 и 4 часа на домашнюю работу, и узнать соответствующую долю.

Решение:

Для решения данной задачи, мы будем использовать функцию СЧЁТЕСЛИ, которая считает количество ячеек в заданном диапазоне, которые соответствуют определенному условию.

Чтобы посчитать, сколько учеников тратят 1 час на домашнюю работу, мы введем в ячейку G6 формулу «=СЧЁТЕСЛИ(C2:C251;1)» и нажмем Enter.

Аналогично находим, сколько учеников тратят на выполнение домашнего задания 2, 3 и 4 часа (следует учитывать, что в формуле диапазон данных не меняется, меняется только условие – «1» на «2», «3» и «4»).

Для нахождения относительной частоты необходимо разделить значение абсолютной частоты на общее количество участников опроса – 250. Для этого в ячейку G7 введем формулу «=G6/250».

Далее необходимо скопировать формулу для остальных ячеек. Для этого осуществляются следующие действия:

1. Наведите курсор на правый нижний угол ячейки G7 (появится маленький черный «крестик» – маркер автозаполнения).
2. Зажмите левую кнопку мыши и протяните этот крестик вправо до ячейки J7.

Примечание: Полные версии электронных таблиц данного раздела представлены в приложении.

Раздел 2. Комбинаторика в жизни и профессиональных решениях

Цель раздела: Развитие логического мышления, навыков анализа возможных комбинаций и подсчета вариантов, **формирование** понимания, как эти методы применяются в планировании.

Замечание: Задачи требуют внимательного прочтения условия, определения, идет ли речь о перестановках, размещениях или сочетаниях.

Задачи

Задача №1 «Пари»

Перед началом учебного года Марина и её две подруги договорились о следующем правиле: каждый учебный день в течение месяца они должны носить новый, уникальный комплект одежды.

Гардероб Марины состоит из 8 различных предметов верха (блузки/свитеры) и 3 предметов низа (юбка, брюки, джинсы).

Вопрос: Позволит ли Марине её текущий запас одежды ежедневно создавать новые ансамбли, чтобы полностью выполнить заявленное условие в течение месяца?

Решение:

Для того, чтобы узнать, сколько всего различных комплектов одежды может составить Марина, надо использовать комбинаторное правило умножения. Это правило гласит, что если есть n способов выбрать первый элемент и m способов выбрать второй элемент, то общее количество пар, состоящих из этих двух элементов, равно $n \times m$.

То есть, общее количество уникальных комплектов = (Количество предметов верха) × (Количество предметов низа).

Общее количество уникальных комплектов = 8 × 3 = 24.

Далее следует отметить, что данная задача имеет два возможных ответа, зависящих от учебного графика в школе.

Вариант №1: 5 учебных дней в неделю.

В месяце примерно 4 полные недели (4 недели × 5 дней/неделю = 20 учебных дней).

Если в месяце 30 дней, то учебных дней будет около 20-22.

Если в месяце 31 день, то учебных дней будет около 21-23.

Вариант №2: 6 учебных дней в неделю.

В месяце примерно 4 полные недели (4 недели × 6 дней/неделю = 24 учебных дня). Если в месяце 30 дней, то учебных дней будет около 24-26.

Если в месяце 31 день, то учебных дней будет около 25-27.

Ответ:

При 5-дневной учебной неделе: Да, Марине хватит одежды.

При 6-дневной учебной неделе: Нет, Марине не хватит одежды.

Задача №2 «Испытание паролем»

Глеб столкнулся с досадной ситуацией: он начисто забыл две последние цифры пароля от своей электронной почты. Единственное, что ему известно, — это то, что все две цифры уникальны (не повторяются).

В состоянии полной неопределенности Глеб решает подбирать недостающую комбинацию наугад. Однако система безопасности аккаунта крайне строга: она допускает не более 15 неверных попыток ввода, после чего временно блокирует доступ.

Вопрос: Имеет ли Глеб реальный шанс восстановить доступ к своей почте, используя метод перебора, не спровоцировав при этом блокировку учётной записи?

Решение:

Цифры в пароле могут быть от 0 до 9. Поскольку цифры должны быть уникальными, это означает, что для первой цифры есть 10 вариантов (0-9), а для второй – 9 вариантов (любая цифра, кроме той, что выбрана первой).

Для подсчета количества уникальных комбинаций из двух цифр мы используем комбинаторное правило умножения.

Общее количество уникальных комбинаций из двух цифр = (Количество вариантов для первой цифры) × (Количество вариантов для второй цифры) = 10 × 9 = 90.

Ответ: Нет, Глеб не имеет реального шанса восстановить доступ к своей почте, используя метод перебора, не спровоцировав при этом блокировку учётной записи. Он сможет опробовать только 15 из 90 возможных комбинаций.

Задача №3 «Сюрприз»

В преддверии Дня защитника Отечества, девушки вашего класса решили порадовать своих одноклассников-юношей приятным сюрпризом. Идея заключается в том, чтобы вручить каждому небольшой, но душевный сладкий подарок, состоящий из набора шоколадных изделий.

Для формирования этих подарков в магазине представлен ассортимент из 6 различных видов шоколадок. Согласно плану, каждый подарочный набор должен включать 4 шоколадки.

Однако девушки стремятся к тому, чтобы каждый из одноклассников получил абсолютно уникальный набор.

Вопрос: Смогут ли девушки выполнить задуманное, обеспечив уникальность подарочного набора для каждого из юношей, используя предложенный ассортимент?

Примечание: В данной задаче не хватает данных. Прежде, чем приступать к решению данной задачи, необходимо вспомнить общее количество учащихся в классе и количество юношей в классе.

Решение:

Рассмотрим решение данной задачи при условии, что в классе 12 юношей.

Уникальный набор означает, что любая комбинация из 4 шоколадок, выбранных из 6 видов, должна отличаться от любой другой комбинации. Порядок выбора шоколадок в наборе не имеет значения, важен только состав набора. Это означает, что нужно рассчитать количество сочетаний.

Воспользуемся формулой количества сочетаний из n элементов по k.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

В нашем случае $n = 6$ (количество разных шоколадок), а $k = 4$ (количество шоколадок в каждом наборе).

В итоге получаем $C_6^4 = \frac{6!}{4!(6-2)!} = 15.$

Ответ: Да, девушки смогут выполнить задуманное, обеспечив уникальность подарочного набора для каждого из юношей, используя предложенный ассортимент, так как в классе 12 юношей, а это меньше возможных комбинаций.

Задача №4 «Формула Удачи»

В одиннадцатом классе составлен банк экзаменационных билетов для итогового зачета по математике. Фонд задач разделен на три тематических блока: «Алгебра», «Геометрия» и «Вероятность и статистика».

Известно точное количество задач в каждом блоке:

- Алгебра: 10 задач.
- Геометрия: 10 задач.
- Вероятность и статистика: 8 задач.

Каждый билет состоит из двух задач из разных разделов.

Михаил, стремясь к успешной сдаче зачета, очень хочет избежать наименее любимый им блок – геометрии.

Какова вероятность того, что при случайном формировании билета Михаилу попадется именно такой билет, который не содержит ни одной задачи из блока «Геометрия»? Ответ округлите до тысячных.

Решение:

Пусть событие A – «Михаилу попался билет, не содержащий раздела «Геометрия».

Сначала найдем общее количество всех возможных билетов, которые могут быть сформированы. Каждый билет состоит из двух задач из разных разделов. Для подсчета общего количества комбинаций будем использовать комбинаторное правило умножения.

Количество комбинаций (Алгебра + Геометрия) = 10 × 10 = 100.

Количество комбинаций (Алгебра + Вероятность) = 10 × 8 = 80.

Количество комбинаций (Геометрия + Вероятность) = 10 × 8 = 80.

Общее количество всех возможных билетов = (Алгебра + Геометрия) + (Алгебра + Вероятность) + (Геометрия + Вероятность) = 100 + 80 + 80 = 260.

Благоприятными исходами для Михаила являются те случаи, когда билет не содержит ни одной задачи из блока «Геометрия». Это означает, что обе задачи в билете должны быть выбраны из блоков «Алгебра» и «Вероятность и статистика».

Количество данных исходов мы уже считали, их 80.

Значит $P(A) = \frac{80}{260} = \frac{4}{13} \approx 0{,}308$

Ответ: 0,308.

Задача №5 «Семь Постов Судьбы»

На следующей неделе ваш класс дежурит по школе. Классный руководитель по своему усмотрению распределяет 21 учащегося на 7 постов.

Рита и Полина очень хотят дежурить вместе, так как являются хорошими подругами.

Какова вероятность, что они окажутся дежурными на одном посту?

Решение:

Пусть событие A – «Рита и Полина оказались на одном посту дежурства».

Для начала определим общее количество способов, которыми 21 учащийся может быть распределен на 7 постов по 3 человека. Здесь будем использовать сочетания, потому что порядок, в котором выбираются учащиеся на один пост, не имеет значения – важен только сам состав группы.

Всего способов выбрать 3 учащихся из 21 учащегося класса равно $C_{21}^{3} =$

$\frac{21!}{3!(21-3)!} = 7 \times 10 \times 19.$

Выбрать пару «Рита и Полина» и поместить их в одну из семи групп можно $C_7^1 = 7$ способами. Добавить в эту группу еще одного из оставшихся 19 учащихся можно $C_{19}^1 = 19$ способами. Значить благоприятные для Риты и Полины находятся по комбинаторному правилу умножения 7 × 19.

Тогда искомая вероятность $P(A) = \frac{7\times19}{7\times10\times19} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

Ответ: 0,1.

Задача №6 «Цель оправдывает средства»

В преддверии краевого конкурса «Предметный марафон», учитель химико-биологического профиля формирует сборную команду.

Для отбора в команду учителю предстоит сделать выбор из общего пула старшеклассников, чьи интересы четко разделены по двум профильным направлениям:

- кандидаты по химии: 4 человека;
- кандидаты по биологии: 5 человек.

Для участия в состязании необходимо отобрать итоговую сборную, состоящую ровно из 3 человек.

Алиса, чья специализация – химия, надеется, что в составе финальной команды будет доминировать ее профиль.

Найдите вероятность того, что случайно сформированная команда будет иметь в своем составе 2 человека, специализирующихся на химии. Ответ округлите до сотых.

Решение:

Пусть событие A – «в команде будет 2 человека, специализирующихся на химии».

Данная задача решается с использованием формулы сочетаний, поскольку порядок выбора участников в команде не имеет значения.

Определим общее число возможных команд из 9 кандидатов по 3 человека по формуле $C_9^3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9\times8\times7}{3\times2\times1} = 84$.

Далее определим число «благоприятных» команд. Нас интересуют случаи, когда команда состоит из 2 человек, специализирующихся на химии. Поскольку команда состоит из 3 человек, это означает, что третий участник должен быть специалистом по биологии.

Количество способов выбрать 2-х химиков из 4-х вычисляем по формуле C_4^2 = 6.

Количество способов выбрать 1 биолога вычисляем по формуле C_5^1 = 5.

Общее количество «благоприятных» команд находим, используя комбинаторное правило умножения: 6×5 = 30.

Тогда искомая вероятность $P(A) = \frac{30}{84} = \frac{1}{10} \approx 0{,}36$.

Ответ: 0,36.

Задача №7 «Кастинг»

При подготовке к торжественному мероприятию «Последний звонок» завуч по воспитательной работе, провела успешные прослушивания и отобрала 9 наиболее талантливых старшеклассников для участия в праздничном сценарии.

Среди этих 9 финалистов 5 девушек и 4 юноши.

Важно отметить, что в число этих 9 отобранных учеников входят два юноши и две девушки именно из вашего класса.

В сценарии праздника предусмотрены 4 ключевые роли, которые будут распределены между этими девятью отобранными ребятами. Распределение ролей происходит последовательно: сначала объявляется исполнитель главной роли, затем второй по значимости, и так далее.

Какова вероятность того, что среди четырёх учеников, которым достанутся эти ключевые роли, окажутся все четверо ваших одноклассников?

Ответ округлите до сотых.

Решение:

Пусть событие A – «четверо ваших одноклассников получили ключевые роли».

В данной задаче надо использовать формулу размещения, потому что порядок имеет значение: роли распределяются последовательно, и назначение на главную роль отличается от назначения на вторую по значимости роль. Если бы роли были одинаковыми (например, просто 4 члена команды), мы бы использовали сочетания. Но здесь каждая роль уникальна.

Сначала найдем общее количество способов, которыми 4 ключевые роли могут быть распределены между 9 старшеклассниками по формуле $A_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{9!}{5!} = 3024.$

Благоприятным исходом является ситуация, когда все четверо ваших одноклассников получают ключевые роли. Поскольку имеется 4 одноклассника и 4 ключевые роли, количество способов распределить эти роли между ними вычисляется по формуле перестановок 4! = 4×3×2×1 = 24.

Тогда искомая вероятность $P(A) = \frac{24}{3024} \approx 0{,}0079 \approx 0{,}01.$

Ответ: 0,01.

Раздел 3. Вероятность и статистика в повседневной жизни

Цель раздела: Формирование навыков оценки вероятности случайных событий в реальных жизненных ситуациях, развитие критического мышления при принятии обоснованных решений на основе статистических данных и вероятностных моделей.

Замечание: Решение задач требует внимательного анализа условий, выявления зависимых и независимых событий, а также корректного выбора математического аппарата для расчета вероятности суммы или произведения событий. Важно не только получить числовой результат, но и аргументированно интерпретировать его с точки зрения практической целесообразности (риски, планирование времени, принятие экономических решений).

Задачи

Вводная часть перед решением задач: Рассмотрим несколько дней из жизни семьи, которая состоит из четырех человек: мамы, папы и двух детей – старшей дочери Марины и ее брата Сергея. Мы уже рассматривали много различных ситуаций данной семьи: это и поездка на дачу, и поездка в отпуск на море, покупка долгожданной квартиры, и много другое. Время идет достаточно быстро. Дети растут… Тоже произошло и с нашими героями – данная семья переехала из квартиры в свой дом в пригороде, Марина уже заканчивает 2-й курс, а Сергей готовится поступать. И вот, что из этого вышло…

Задача №1

Сергей выбрал ВУЗ и специальность, по которой ему для поступления помимо ЕГЭ необходимо сдавать дополнительные вступительные экзамены.

Второе испытание Сергея – экзамен по иностранному языку, который был назначен на 9:00 понедельника.

Обычно члены семьи добираются до города на машинах (мамы или папы), но в данном случае случилась неприятность – папа в данный момент уехал на своем автомобиле в командировку, а у мамы внезапно не завелась машина. В связи с этим Сергею придется добираться до города на «маршрутке». У водителей необходимого нам маршрута есть четкие правила:

1) автобус не провозит пассажиров стоя (в автобусе 20 мест);

2) если на запланированное время отправки автобуса имеется менее 15 пассажиров, то водитель должен подождать, пока данное количество пассажиров не будет достигнуто.

Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что Сергей сможет уехать на автобусе строго по расписанию.

Решение:

Рассмотрим события A – «в автобусе меньше 15 пассажиров», В – «в автобусе от 15 до 19 пассажиров» (искомое событие, т.к. Сергею нужно место). Их сумма — событие $(A + B)$ – «в автобусе меньше 20 пассажиров». События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $\mathrm{P}(A + B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$.

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0{,}94 = 0{,}56 + \mathrm{P}(B)$, откуда $\mathrm{P}(B) = 0{,}94 - 0{,}56 = 0{,}38$.

Ответ: 0,38.

Задача №2

Как нам всем известно, все в нашей жизни идеально не бывает. Вот и Сергей (видимо в связи с тем, что опоздал на экзамен по английскому языку), не смог поступить на «бюджет». Но всегда есть шанс перевестись на бюджетное отделение, если хорошо учиться.

Родители Сергея очень хотят воплотить в жизнь мечту сына и у них есть сбережения, чтобы оплатить первые полтора года обучения.

Они верят в своего сына и надеются, что он сможет, как можно быстрее, перевестись на «бюджет».

Вероятность того, что Сергей переведется на «бюджет» после окончания 1 курса, равна 0,9. Вероятность того, что Сергей переведется на «бюджет» после 2 курса, равна 0,82. Найдите вероятность того, что Сергей сможет перевестись на бюджетное отделение на 2 курсе после зимней сессии.

Решение:

Пусть событие A – «Сергей сможет перевестись на бюджетное отделение на 2 курсе после зимней сессии».

Это означает, что перевод произошел во время 2 курса, то есть после окончания 1 курса, но до окончания 2 курса.

Пусть событие B – «перевелся после 1 курса» означает, что перевод произошел в любой момент после окончания 1 курса (т.е. в течение 2 курса, 3 курса, 4 курса, 5 курса).

Пусть событие C – «перевелся после 2 курса» означает, что перевод произошел в любой момент после окончания 2 курса (т.е. в течение 3, 4, 5 курса).

События A и C несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $\mathrm{P}(A + C) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(C) = \mathrm{P}(B)$.

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0{,}9 = \mathrm{P}(A) + 0{,}82$, откуда $\mathrm{P}(A) = 0{,}9 - 0{,}82 = 0{,}08$.

Ответ: 0,08.

Задача №3

В каждом торговом центре есть два одинаковых автомата по продаже кофе, которые обслуживает Марина с подругой.

Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,12. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,08.

В связи с тем, что Марине с подругой затруднительно после учебы объехать все точки с автоматами по продаже кофе, у них появилась необходимость выяснить вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Найдите данную вероятность и сделайте вывод – смогут ли подруги не посещать каждую торговую точку ежедневно для обслуживания автоматов?

Решение:

Пусть событие A – «Кофе закончится в первом автомате».

Пусть событие B – «Кофе закончится во втором автомате».

Тогда Событие $A\times B$ – «Кофе закончится в обоих автоматах».

Найдём вероятность того, что кофе останется хотя бы в одном автомате, используя формулу: $\mathrm{P}(A\cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A\times B)$.

Так как автоматы идентичны, то $\mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(A)$.

Подставим искомые значения: $\mathrm{P}(A\cup B) = 0{,}12 + 0{,}12 - 0{,}08 = 0{,}16$.

Вероятность того, что кофе останется в обоих автоматах, равна вероятности противоположного события: $\mathrm{P}\left(\overline{\mathrm{A} \cap \mathrm{B}}\right) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$.

Вычислим: $\mathrm{P}\left(\overline{\mathrm{A} \cap \mathrm{B}}\right) = 1 - 0{,}16 = \ 0{,}84$.

Ответ: 0,84.

Комментарии: После получения ответа стоит обсудить с учащимися вопрос «Стоит ли подругам посещать ежедневно каждую торговую точку?».

Возможный вывод по задаче: Подругам не следует полностью отказываться от ежедневного посещения каждой торговой точки. Несмотря на высокую вероятность наличия кофе, существует риск (0,16), что он закончится хотя бы в одном автомате. Пропуск обслуживания в эти дни может привести к потере клиентов и, соответственно, прибыли. Возможно, стоит рассмотреть оптимизацию графика обслуживания, основываясь на данных о реальном потреблении и частоте опустошения автоматов, а не полностью отказываться от ежедневных проверок. Например, можно анализировать, в какие дни вероятность опустошения выше.

Раздел 4. Математическое ожидание: экономический анализ рисков и доходов

Цель раздела: Развитие у обучающихся навыков применения концепции математического ожидания для анализа экономических показателей (рисков, доходов, доходности) в реальных финансовых и хозяйственных ситуациях. Формирование основ финансовой грамотности и умения принимать обоснованные экономические решения.

Замечание: При решении задач акцентируйте внимание учащихся на корректном определении случайной величины, ее возможных значений и соответствующих вероятностей. Особый акцент следует сделать на интерпретации рассчитанного математического ожидания как среднего ожидаемого результата, что является основой для принятия экономических решений (например, в страховании, инвестировании, организации мероприятий).

Задачи

Задача №1

Страховой полис КАСКО в страховой компании стоит 45 000 рублей. По статистике в течение года владелец автомобиля попадает в мелкую аварию с вероятностью 0,18 и средняя сумма страховой выплаты при этом равна 50 000 рублей. С вероятностью 0,034 автомобилист попадает в серьезную аварию и средняя сумма выплаты при этом 800 000 рублей.

Найдите:

1) «Среднюю сумму страховой выплаты»;

2) «Средний доход страховой компании от продажи одного полиса».

Решение:

В ситуациях, где результат зависит от случайных событий с известными вероятностями, мы можем рассчитать среднее значение этого результата с помощью математического ожидания. Это особенно важно в сферах, где действует закон больших чисел.

Математическое ожидание в данном случае выступает как инструмент, который переводит статистическую неопределенность в конкретную, ожидаемую цифру. Оно показывает, сколько в среднем компания «зарабатывает» или «выплачивает» на каждый отдельный случай.

Для расчета математического ожидания $M(x)$ составим таблицу распределения случайных величин (случайными величинами в нашей задаче будут выступать возможные суммы страховых выплат):

x_i	800 000	50 000	0
p_i	0,034	0,18	0,786

x_i – величина страховой выплаты.

p_i – вероятность страховой выплаты.

1) $M(x) = 800\,000 \times 0{,}034 + 50\,000 \times 0{,}18 + 0 \times 0{,}786 = 36\,200$

2) $45\,000 - 36\,200 = 8\,800$

Ответ: 1) 36 200 рублей; 2) 8 800 рублей.

Задача №2

За дом внесен страховой взнос 4 000 рублей. Вероятность ему сгореть в данной местности для такого типа домов оценивается как 0,0015. В случае если дом сгорит, страховая компания должна выплатить за него 2 000 000 рублей. Какую прибыль в среднем ожидает получить компания?

На какую прибыль сможет рассчитывать компания, если для привлечения клиентов страховую сумму снизят до 3 000 рублей?

Решение:

Для решения подобных задач используется математическое ожидание, т.к. оно позволяет оценить «средний» результат случайного процесса.

Страховой бизнес — это классический пример закона больших чисел. Страховая компания не знает, сгорит ли именно ваш дом, но, имея тысячи клиентов, она может с высокой точностью предсказать общую сумму выплат.

Математическое ожидание показывает, сколько компания «зарабатывает» или «теряет» с одного среднего полиса, если рассматривать тысячи таких случаев.

Для расчета математического ожидания $M(x)$ составим таблицу распределения случайных величин (случайными величинами в нашей задаче будут выступать прибыль страховой кампании):

	Первый случай		**Второй случай**	
x_i	– 1 996 000	4000	– 1 997 000	3 000
p_i	0,0015	0,9985	0,0015	0,9985

x_i- величина прибыли.

p_i - вероятность сгорания дома.

Вычислим математическое ожидание для каждого случая:

1) M(x) = - 1 996 000 × 0,0015 + 4000 × 0,9985 = 1000;

2) M(x) = - 1 997 000 × 0,0015 + 3000 × 0,9985 = 0.

Ответ: 1) 1000 р.; 2) 0 р.

Вывод: В первом случае (взнос 4000 руб.) ожидаемая прибыль компании составляет 1000 рублей. Это означает, что такой полис является прибыльным для компании и позволяет ей работать и развиваться.

Во втором случае (взнос 3000 руб.) ожидаемая прибыль компании составляет 0 рублей. Это означает, что в среднем компания не зарабатывает и не теряет деньги. Такая ситуация не является устойчивой для страхового бизнеса. Компания не сможет покрыть свои операционные расходы (административные расходы, зарплаты, расходы на оценку рисков и т.д.) и, соответственно, останется без средств для дальнейшей деятельности.

Задача №3

Сегодня инвестиции в ценные бумаги и металлы стали очень популярны.

Инвестиции в акции позволяют стать долевым собственником бизнеса и получить шанс на доход от его успешного развития.

Оценить среднее значение доходности вложений капитала с учётом биржевых статистических условий (табл. 1).

Таблица 1. Биржевые статистические условия

№	**Показатель**	**Значение**
1	Стоимость вложенного капитала, тыс. рублей	100
2	Доходность от вложенного капитала x_i, %:	
	2.1. Пессимистическая	11
	2.2. Наиболее вероятная	16
	2.3. Оптимистическая	20
3	Вероятность оценки доходности p_i:	
	3.1. Пессимистическая	0,25
	3.2. Наиболее вероятная	0,7
	3.3. Оптимистическая	0,05
4	Среднее значение доходности, %	**?**

Решение:

По аналогии с предыдущими задачами раздела рассчитаем математического ожидания *M*(*x*). Для этого составим таблицу распределения случайных величин (случайными величинами в нашей задаче будут выступать доход от вложений):

x_i	11 000	16 000	20 000
p_i	0,25	0,7	0,05

x_i - доходность от вложенного капитала.

p_i - вероятность оценки доходности.

Вычислим математическое ожидание:

$M(x) = – 11\,000 \times 0{,}25 + 16\,000 \times 0{,}7 + 20\,000 \times 0{,}05 = 2\,750 + 11\,200 + 1000 = 14\,950$.

Ответ: 14 950 р.

Примечание: Инвестиции – это не просто удача, а расчёт. Математика помогает заранее оценить, стоит ли рисковать деньгами, сравнивая возможный успех с шансами на неудачу.

Задача №4

Ирина запланировала на своей свадьбе «фишку» – беспроигрышную лотерею, которую каждый гость покупает на входе.

Всего на свадьбе планируется 50 гостей. Для лотереи были куплены подарки: 3 подарка по 1 000 рублей, 8 подарков по 500 рублей 10 подарков по 300 рублей, остальным магниты с фотографиями «молодых» стоимостью 150 рублей. Какую стоимость одного лотерейного билета необходимо определить Ирине, чтобы по результатам данной акции не остаться в убытке? (в ответе указать сумму, кратную 100).

Решение:

Чтобы Ирина не осталась в убытке, стоимость одного лотерейного билета должна быть не менее среднего выигрыша (математического ожидания) каждого билета.

Составим таблицу распределения случайных величин, где в роли случайной величины выступает размер выигрыша лотерейного билета:

x_i	1000	500	300	150
p_i	0,06	0,16	0,2	0,58

x_i – возможный выигрыш.

p_i – вероятность выигрыша.

Вычислим математическое ожидание выигрыша:

M(x) = 1000 × 0,06 + 500 × 0,16 + 300 × 0,2 + 150 × 0,56 = 284

Т.к. математическое ожидание выигрыша каждого гостя в лотерею равно 284 рубля, то стоимость лотерейного билета должна быть больше или равна M(x). По условию задачи стоимость должна быть кратна 100 рублям, поэтому ближайшая сумма – 300 рублей.

Ответ: 300 р.

Раздел 5. Практико-ориентированная адаптация задач ЕГЭ: экономический и производственный контекст

Цель раздела: Показать, как стандартные задачи могут быть расширены и приближены к реальным, делая их более осмысленными и интересными.

Замечание: Целесообразно предложить учащимся сравнить исходную задачу ЕГЭ с ее «расширенной» версией, а также обсудить, какие дополнительные навыки развивает новая формулировка.

Задачи

Задача открытого банка заданий ЕГЭ №1

Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая – 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая – 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение:

Решим данную задачу, используя формулу полной вероятности.

Пусть событие A – случайно выбранное стекло окажется бракованным.

Введем гипотезы:

H_1 – стекло выпущено первой фабрикой.

H_2 –стекло выпущено второй фабрикой.

$P(H_1) = 0{,}45$

$P(H_2) = 0{,}55$

Условные вероятности брака при условии, что стекло выпущено конкретной фабрикой:

$P(A|H_1) = 0{,}03$

$P(A|H_2) = 0{,}01$

Применим формулу полной вероятности:

$P(A) = P(H_1)\times P(A|H_1) + P(H_2)\times P(A|H_2)$

$P(A) = 0{,}45 \times 0{,}03 + 0{,}55 \times 0{,}01 = 0{,}019$

Ответ: 0,19.

Адаптированная задача №1

Автомобильный бренд «Премиум Моторс» выбирает поставщиков для комплектующих. Надежность поставщиков напрямую влияет на гарантийные обязательства бренда и его репутацию на рынке.

Для комплектации своих автомобилей бренд закупает стекла для фар у двух производителей:

- «Кристалл»: Поставляет 45% всех стекол. Из этой доли 3% стекол имеют скрытые дефекты, которые могут привести к жалобам со стороны владельцев автомобилей.
- «Чистый взгляд»: Поставляет 55% всех стекол. У этого поставщика только 1% брака.

Руководство автомобильного бренда должно принять решение о долгосрочном сотрудничестве с поставщиками. Понимание общего уровня брака критически важно для расчета гарантийных фондов, планирования расходов на сервис и поддержания имиджа надежного производителя.

Бренд планирует выпустить 50 000 автомобилей с фарами двух названных выше производителей. Какой будет ожидаемая сумма расходов на гарантийный ремонт или замену бракованных стекол, если стоимость одного такого стекла для бренда (с учетом работ по замене) составляет 3 000 рублей?

Решение:

Сначала найдем общую вероятность того, что случайно выбранное стекло окажется бракованным.

Пусть событие A – случайно выбранное стекло окажется бракованным.

Введем гипотезы:

H_1 – событие «стекло от поставщика «Кристалл»;

H_2 – событие «стекло от поставщика «Чистый взгляд».

$P(H_1) = 0{,}45$

$P(H_2)$ = 0,55

Условные вероятности брака:

$P(A|H_1)$ = 0,03

$P(A|H_2)$ = 0,01

По формуле полной вероятности $P(A)$ = 0,45×0,03 + 0,55×0,01 = 0,019.

Таким образом, общая вероятность того, что стекло окажется бракованным, составляет 0,019.

Теперь, зная общую вероятность брака, мы можем рассчитать, сколько стекол из 50 000 автомобилей, вероятно, окажутся бракованными.

Ожидаемое количество бракованных стекол можно вычислить по формуле (Общее количество автомобилей) × (Общая вероятность брака).

Т.е. 50 000 × 0.019 = 950.

Далее рассчитаем ожидаемую сумму расходов на гарантийный ремонт:

950 × 3 000 = 2 850 000.

Ответ: 2 850 000 р.

Задача открытого банка заданий ЕГЭ №2

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 190 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение:

Пусть событие A – купленная сумка качественная.

Для нахождения вероятности воспользуемся классическим определением: $P(A) = \frac{m}{n}$, где m – общее число элементарных исходов, а n – число исходов, благоприятствующих событию А.

Общее количество сумок, выпущенных фабрикой (общее число исходов n), равно сумме качественных сумок и сумок с дефектами.

Общее количество сумок = 190 (качественные) + 8 (с дефектами) = 198 сумок.

Тогда $P(A) = \frac{190}{198} \approx 0{,}959595\ldots . \approx 0{,}96$.

Ответ: 0,96.

Адаптированная задача №2

Фабрика «Стиль-Декор» выпускает премиальные сумки. Себестоимость производства одной сумки составляет 5 000 рублей, а цена продажи в фирменном магазине – 12 000 рублей.

Отдел технического контроля установил статистику: в каждой партии на 190 сумок без дефектов приходится 8 сумок со скрытым браком. Брак обнаруживается только после покупки клиентом. В этом случае фабрика обязана вернуть покупателю полную стоимость – 12 000 рублей, а сама сумка отправляется в утиль.

Руководство фабрики планирует выпуск партии из 1 980 сумок. Им нужно оценить, стоит ли инвестировать 500 000 рублей в новую систему автоматического контроля качества, которая позволит полностью исключить скрытый брак.

Решение:

Фабрика «Стиль-Декор» хочет оценить, стоит ли инвестировать 500 000 рублей в новую систему контроля качества. Система полностью устранит скрытый брак. Для этого нам нужно сравнить ожидаемые расходы с браком при текущей ситуации и стоимость новой системы.

Для начала определим вероятность брака.

Пусть событие A – купленная сумка некачественная.

Общее количество сумок для расчета вероятности: 190 (качественные) + 8 (с браком) = 198 сумок.

Зная, что из них 8 бракованных, найдем искомую вероятность:

$$P(A) = \frac{8}{198}$$

Рассчитаем количество бракованных сумок: $1980 \times \frac{8}{198} = 80$.

Рассчитаем ожидаемые убытки: 80 × 12 000 = 960 000 рублей.

Оценим целесообразность инвестиций: ожидаемые убытки от брака (960 000 рублей) значительно превышают стоимость новой системы контроля качества (500 000 рублей).

Вывод: Внедрение новой системы автоматического контроля качества, которая позволит полностью исключить скрытый брак, является целесообразным.

Фабрика может сэкономить 960 000 – 500 000 = 460 000 рублей.

Ответ: Да, стоит.

Задача открытого банка заданий ЕГЭ №3

При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,91. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Решение:

Пусть событие A – масса буханки меньше, чем 810 г., а событие B – масса буханки больше чем 790 г.

Для решения данной задачи необходимо вычислить вероятность произведения этих событий.

События A и B - совместны, поэтому $P(A+B) = P(A) + P(B) – P(AB)$.

$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A+B)$.

Сумма событий A и B является событием достоверным, его вероятность равна 1.

Тогда получаем $P(AB) = 0{,}97 + 0{,}91 – 1 = 0{,}88$.

Ответ: 0,88.

Адаптированная задача №3

Пекарня «Золотой Колосок» ежедневно выпускает тысячи буханок свежего хлеба. Для обеспечения соответствия стандартам и минимизации отходов, ведется строгий контроль массы каждой буханки. Считается, что идеальная масса для данного вида хлеба находится в диапазоне от 790 г до 810 г.

Из статистических данных пекарни в прошедшем месяце известно: вероятность того, что масса готовой буханки окажется меньше 790 г (недовес, потенциальный возврат от покупателей или штрафы), равна 0,03.

Вероятность того, что масса готовой буханки в прошедшем месяце была больше 810 г (перевес, увеличение себестоимости продукции), равна 0,09.

Пекарня планирует выпустить партию из 10 000 буханок хлеба. Какова будет ожидаемая сумма убытков пекарни, если каждая буханка с недовесом или перевесом приводит к убытку в 8 рублей.

Решение:

В предыдущей задаче мы нашли то, что вероятность изготовления «идеальной» буханки хлеба равна 0,88.

Значит, используя формулу вероятности противоположных событий, найдем вероятность изготовления хлеба с браком: 1 – 0,88 = 0,12.

Оценим среднее количество бракованного хлеба: 10 000 ×0,12 = 1 200.

Ожидаемые убытки: 1 200 × 8 = 9 600 р.

Ответ: 9 600.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данный сборник практико-ориентированных вероятностных и статистических задач стал результатом стремления приблизить изучение математики к реалиям жизни и продемонстрировать учащимся актуальность и значимость изучения учебного курса «Вероятность и статистика». Опыт использования представленных в сборнике задач (авторские разработки, адаптированные задачи ЕГЭ, примеры из экономической и производственной практики) послужит эффективным инструментом в руках каждого учителя математики.

Решение задач, основанных на реальных жизненных ситуациях, способствует не только формированию прочных знаний по теории вероятностей и статистике, но и развитию ключевых компетенций XXI века: логического мышления, критического анализа, навыков прогнозирования и принятия обоснованных решений. Интеграция с информатикой и экономикой, заложенная в содержание сборника, позволяет увидеть междисциплинарные связи и сформировать целостную картину мира.

Представленные методические замечания, решения или указания к решению задач призваны оказать поддержку педагогам в эффективном использовании сборника на различных этапах образовательного процесса – от урока до проектной деятельности и внеклассных мероприятий. Гибкость применения, возможность самостоятельного поиска реальных примеров и стимулирование учащихся к исследовательской деятельности делают этот сборник ценным ресурсом для повышения мотивации к изучению математики и развития функциональной грамотности.

Мы надеемся, что данный сборник станет надежным помощником учителей в подготовке нового поколения учащихся, обладающих не только теоретическими знаниями, но и практическими навыками, необходимыми для успешной ориентации в современном, стремительно меняющемся мире.

Приложение

Таблицы к разделу 1: Статистика и анализ данных (интеграция с информатикой): https://disk.yandex.ru/i/qsctXqgi3Fuozw

Учебное издание

Поползин Кирилл Евгеньевич

Вероятность и статистика в жизни: сборник практико-ориентированных задач для развития функциональной грамотности учащихся

Сборник задач

Электронное издание.
Дата размещения: 23.12.2025 г.
Объем: 2 печ. л. Формат страниц: 60×84/16.
Гарнитура: Times New Roman.
Системные требования: устройство с поддержкой просмотра PDF/документов.